= 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XL NUMĂRUL 1 ANUL 1978,
IANUARIE—MARTIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1983

Sumar

MATEMATICA

V. Mihăilescu
Asupra spațiului proiectiv cuaternionic 3
L. Nicolescu
Sur les transformations de Norden-Miron 9

FIZICA

F. Călin, A. I. Lupaşcu, I. M. Popescu,
St. St. Tudorache,
Un nou calcul al intensității cîmpului magnetic continuu produs cu ajutorul bobinelor Helmholtz 15
Cornelia Moţoc, Iuliana Cuculescu, Maria Honciuc,
E. Sofron
Dispozitive cu cristale lichide colesterice pentru stocarea unor informații provenite din diferite procese industriale 23

ELECTROTEHNICA

C. Ghiță
Calculul în regim tranzitoriu și permanent al dublorului feromagnetic de frecvență 31

ELECTRONICA

Sanda Maican, Gh. M. Ştefan
Proiectarea și minimizarea automată a sistemelor logice secvențiale 39

AUTOMATICA

S. Călin
Strategii evoluate de reglare numerică cu microcalculatoare 49
N. Sprînceană, R. Dobrescu, Th. Borangiu, Fl. Ionescu, C. Frankenfeld
Noise Measurement in Appreciation of Cutting – Process on Machine Tools 59
G. Ionescu, D. Popescu
Analizor statistic de semnale funcționînd în timp real 71
P. Stoica
Identificarea în timp real a proceselor cu parametri aleatori, utilizînd semnale de probă suboptimale duale 79
B. Jora
Condiții de asimptoticitate pentru un sistem adaptiv de estimare a stării 89

CALCULATOARE

Ana-Maria Necula, Cr. Giumale
O metodă de reprezentare a implementării algoritmilor de programare . . . 97
Eugenia Kalisz, P. Dimo
Implementarea macroprocesorului TRAC pe Felix C-256 103

RECENZIE

Ioana Mihu
J. M. Layton: Multivariable Control Theory 109

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

MATEMATICĂ

C.Z. 513.73./74.

ASUPRA SPAȚIULUI PROIECTIV CUATERNIONIC

VIOREL MIHĂILESCU *

Considerînd spațiul proiectiv cuaternionic dotat cu metrica naturală, se găsește conexiunea Riemanniană a acesteia și se arată că conexiunea sa contractată poate fi extinsă la tot spațiul. În final se arată că conexiunea cuaternionică pentru spațiul proiectiv cuaternionic nu se anulează ca în cazul conexiunii proiective a spațiului proiectiv real.

Considerînd spațiul proiectiv cuaternionic $\mathfrak{Q}_n^Q$ ca varietate a unui spațiu euclidian cu $(n+1)(2n+1)$ dimensiuni, E. Martinelli [2] stabilește metrica naturală a acestui spațiu care în coordonate neomogene coincide cu metrica varietății neolonome V_{4n+3}^{4n} situată pe o hipersferă S_{4n+3} din spațiul euclidian E_{4n+4} găsită de C. Teleman [1]. În lucrarea de față se obține conexiunea Riemanniană a spațiului $\mathfrak{Q}_n^Q$ dotat cu metrica naturală și se arată că conexiunea sa contractată îndeplinește condițiile de extindere la tot spațiul iar conexiunea cuaternionică [5] ce i se atașează nu este nulă ca în cazul conexiunii proiective pentru spațiul proiectiv reale.

1. Dacă $y^0, y^1, \ldots, y^n$ sînt coordonatele cuaternionice normalizate ale spațiului P_n^Q, adică:

$$y^0\bar{y}^0 + y^1\bar{y}^1 + \ldots + y^n\bar{y}^n = 1 \tag{1}$$

se obține că metrica naturală [2] este dată de expresia:

$$ds^2 = dy^\alpha d_y^{-\alpha} - y^\alpha d\bar{y}^\alpha dy^\beta \bar{y}^\beta \tag{2}$$

unde α și β sînt indici de sumare de la 0 la n.

Să considerăm vecinătatea $V(y^0, y^1, \ldots, y^n)$ a spațiului P_n^Q pentru care $y^0 \neq 0$. În baza faptului că egalitatea (1) este invariantă dacă amplificăm la dreapta coordonatele $y^0, y^1, \ldots, y^n$ cu un cuaternion de normă egală cu unitatea și $y^0 \neq 0$ putem presupune că y^0 este real și ținînd

Manuscris predat redacției la data de 3 februarie 1977

* Asistent, Catedra de Matematici II

cont de (1), dacă $z^1=y^1(y^0)^{-1},\ldots,z^n=y^n(y^0)^{-1}$ sînt coordonatele neomogene ale vecinătăţii V, obţinem :

$$ds^2=\frac{dz^h d\bar{z}^h}{1+z^h\bar{z}^h}-\frac{z^h d\bar{z}^h dz^l\bar{z}^l}{(1+z^h\bar{z}^h)^2} \tag{3}$$

care este tocmai metrica varietăţii neolonome V^{4n}_{4n+3} [1].
Aşadar, metrica naturală a spaţiului proiectiv cuaternionic P^q_n considerat ca loc geometric în spaţiul euclidian cu $(n+1)(2n+1)$ dimensiuni [2] analog cazului spaţiului proiectiv complex studiat de Manoury-Fubini-Study coincide în coordonate neomogene cu metrica varietăţii neolonome V^{4n}_{4n+3} situată pe hipersfera S_{4n+3} din spaţiul euclidian E_{4n+4} tot aşa cum matrica naturală a spaţiului proiectiv complex scufundat într-un spaţiu euclidian cu $(n+1)^2$ dimensiuni coincide cu metrica spaţiului neolonom V^{2n}_{2n+1} situat pe o hipersferă S_{2n+1} din spaţiul euclidian E_{2n+2} [4].

2. Dacă punem :

$$z^h=x^{4h-3}+ix^{4h-2}+jx^{4h-1}+kx^{4h}$$

$$dz^h=dx^{4h-3}+idx^{4h-2}+jdx^{4h-1}+kdx^{4h}$$

atunci metrica (3) a vecinătăţii V devine [1] :

$$ds^2=\frac{(dx^\alpha)^2}{1+x}-\frac{(x^\alpha dx^\alpha)^2+(W^2+W_1^2+W_2^2}{(1+x)^2} \tag{3'}$$

în care α este indice de sumare de la 1 la $4n$, iar W, W_1, W_2, x au expresiile :

$$W=x^{4h-3}dx^{4h-2}-x^{4h-2}dx^{4h-3}+x^{4h-1}dx^{4h}-x^{4h}dx^{4h-1}$$

$$W_1=x^{4h-3}dx^{4h-1}-x^{4h-1}dx^{4h-3}-x^{4h-2}dx^{4h}+x^{4h}dx^{4h-2}$$

$$W_2=x^{4h-3}dx^{4h}-x^{4h}dx^{4h-3}+x^{4h-2}dx^{4h-1}-x^{4h-1}dx^{4h-2}$$

$$x=(x^1)^2+(x^2)^2+\ldots+(x^{4n})^2$$

în care h este indice de sumare de la 1 la n.

În cele ce urmează ne propunem să găsim pentru metrica (3') conexiunea Riemanniană utilizînd ecuaţiile geodezicelor considerate ca traiectorii ale sistemului mecanic avînd forţa vie :

$$T=\frac{1}{2}\left[\frac{(\dot{x}^\alpha)^2}{1+x}-\frac{(x^\alpha\dot{x}^\alpha)^2+\omega^2+\omega_1^2+\omega_2^2}{(1+x)^2}\right],\quad\left(\dot{x}^\alpha=\frac{dx^\alpha}{ds}\right) \tag{4}$$

unde timpul este egal cu arcul s al vecinătății V iar ω, ω_1, ω_2 au expresiile :

$$\omega = x^{4h-3}\dot{x}^{4h-2} - x^{4h-2}\dot{x}^{4h-3} + x^{4h-1}\dot{x}^{4h} - x^{4h}\dot{x}^{4h-1}$$

$$\omega_1 = x^{4h-3}\dot{x}^{4h-1} - x^{4h-1}\dot{x}^{4h-3} - x^{4h-2}\dot{x}^{4h} + x^{4h}\dot{x}^{4h-2} \tag{5}$$

$$\omega_2 = x^{4h-3}\dot{x}^{4h} - x^{4h}\dot{x}^{4h-3} + x^{4h-2}\dot{x}^{4h-1} - x^{4h-1}\dot{x}^{4h-2}$$

în care se sumează după h de la 1 la n.

Să considerăm ecuațiile lui Lagrange :

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^{\alpha}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x^{\alpha}} = 0 \tag{6}$$

Considerînd cuaternionii :

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}^h}\right) = \frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^{4h-3}}\right) + i\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^{4h-2}}\right) + j\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^{4h-1}}\right) + k\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^{4h}}\right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z^h} = \frac{\partial T}{\partial x^{4h-3}} + i\frac{\partial T}{\partial x^{4h-2}} + j\frac{\partial T}{\partial x^{4h-1}} + k\frac{\partial T}{\partial x^{4h}}$$

ecuațiile (6) se scriu :

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}^h}\right) - \frac{\partial T}{\partial z^h} = 0 \tag{6'}$$

Ținînd cont de expresia lui T dată de formula (4), ecuațiile (6') devin :

$$\ddot{z}^h - 2\frac{Re(\dot{z}^l\bar{z}^l)}{1+||z^l||^2}\dot{z}^h + \left[\frac{\dot{\Omega} - Re(\ddot{z}^l\bar{z}^l)}{1+||z^l||^2} + 2\frac{R_e^2(\dot{z}^l\bar{z}^l) - 2Re(\dot{z}^l\bar{z}^l) - ||\Omega||^2}{(1+||z^l||^2)^2}\right]z^h = 0 \tag{7}$$

unde :

$$\Omega = i\omega + j\omega_1 + k\omega_2\,;\ \dot{\Omega} = i\dot{\omega} + j\dot{\omega}_1 + k\dot{\omega}_2$$

$$\dot{z}^h = \dot{x}^{4h-3} + i\dot{x}^{4h-2} + j\dot{x}^{4h-1} + k\dot{x}^{4h}\,;\ \ddot{z}^h = \ddot{x}^{4h-3} + i\ddot{x}^{4h-2} + j\ddot{x}^{4h-1} + k\ddot{x}^{4h}$$

Amplificînd la dreapta ecuațiile (7) cu $\bar{z}^h$ și sumînd după h de la 1 la n obținem :

$$Re(\ddot{z}^l\bar{z}^l) = \frac{2}{1+||z^l||^2}\left[R_e^2(\dot{z}^l\bar{z}^l) - ||\Omega||^2\right] \tag{8}$$

unde l este indice de sumare de la 1 la n.

Ţinînd cont de (8), ecuaţiile (7) devin :

$$\ddot{z}^h - 2\frac{Re(\dot{z}^l\bar{z}^l)}{1+||z^l||^2}\dot{z}^h + \frac{\dot{\Omega}(1+||z^l||^2) - 4Re(\dot{z}^l\bar{z}^l)}{(1+||z||^2)^2}z^h = 0 \qquad (7')$$

Amplificînd la dreapta ecuaţiile (7′) cu $i\bar{z}^h$, $j\bar{z}^h$, $k\bar{z}^h$ şi sumînd după h apoi adunîndu-le obţinem :

$$\dot{\Omega} = \frac{4}{1+||z^h||^2} Re(\dot{z}^l\bar{z}^l)\,\Omega \qquad (9)$$

Ţinînd cont de (9), ecuaţiile (7′) devin :

$$\ddot{z}^h - 2\frac{Re(\dot{z}^l\bar{z}^l)+\Omega}{1+||z^l||^2}\dot{z}^h = 0$$

care ţinînd cont de expresia lui Ω pentru ω, ω_1, ω_2 date de (5) se mai scriu :

$$\ddot{z}^h - 2\frac{\dot{z}^l\bar{z}^l}{1+||z^l||^2}\dot{z}^h = 0 \qquad (10)$$

Trecînd ecuaţiile (10) în coordonate reale şi identificîndu-le cu ecuaţiile geodozicelor pentru o conexiune afină $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma}$:

$$\ddot{x}^\alpha - \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}\dot{x}^\beta\dot{x}^\gamma = 0$$

obţinem conexiunea Riemanniană a vecinătăţii V ce reprezintă componentele cuaternionilor :

$$'\Gamma^h_{t_l t_r} = \frac{2}{1+z^f\bar{z}^f}(\delta^h_l\, i_l\bar{z}^r i_r + \delta^h_r\, i_r\bar{z}^l i_l) \qquad (11)$$

unde $i_l = 1, i, j, k$ după cum t_l este egal respectiv cu $4l-3$, $4l-2$ $4l-1$, $4l$ iar i_r şi t_r iau valori analoage.

Am notat :

$$'\Gamma^h_{\beta\gamma} = \Gamma^{4h-3}_{\beta\gamma} + i\Gamma^{4h-2}_{\beta\gamma} + j\Gamma^{4h-1}_{\beta\gamma} + k\Gamma^{4h}_{\beta\gamma}$$

3. Calculînd conexiunea contractantă :

$$'\Gamma_h = \Gamma_{4h-3} + i\Gamma_{4h-2} + j\Gamma_{4h-1} + k\Gamma_{4h}$$

pentru conexiunea Riemanniană (11), găsim :

$$'\Gamma_h = \frac{4(n+1)}{1+(z^f\bar{z}^f)}z^h$$

și observăm că se obține pentru $p = 1$ din expresia :

$$'\Gamma_h = \frac{4(n+1)P_h z^h}{1 + (z^l \bar{z}^l)^p}$$

unde P_h este un polinom în $||z^1||$, $||z^2||, \ldots, ||z^n||$ de gradul $2p - 2$ coeficientul lui $||z^h||^{2p-2}$ fiind egal cu unitatea, despre care s-a arătat [6] că se poate extinde la tot spațiul proiectiv cuaternionic. Așadar, avem proprietatea :

Conexiunea contractată a conexiunii Riemanniene pentru vecinătatea V a spațiului proiectiv cuaternionic P_n^Q *se poate extinde la tot spațiul.*

Construind cu conexiunea cuaternionică $Q_{\beta\gamma}^{\alpha}$ [5] ce se atașează conexiunii Riemanniene (11), cuaternionii :

$$Q_{\beta\gamma}^{h} = Q_{\beta\gamma}^{4h-3} + iQ_{\beta\gamma}^{4h-2} + jQ_{\beta\gamma}^{4h-1} + k\,Q_{\beta\gamma}^{4h}$$

obținem :

$$'Q_{4l-3\,4r-3}^{h} = 'Q_{4l-2\,4r-2}^{h} = 'Q_{4l-1\,4r-1}^{h} = 'Q_{4l4r}^{h} = 0$$

ceilalți cuaternioni nefiind nuli.

Deci obținem următorul rezultat :

Conexiunea cuaternionică a spațiului proiectiv cuaternionic nu este nulă ca în cazul conexiunii proiective pentru spațiul proiectiv real.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Teleman*, Buletin Științific, secția Fizică-Matematică, t. VII, nr. 4. 1955.
2. *E. Martinelli*, Ann. Mat. pura e appl., 49, (1950)
3. *Gh. Th. Gheorghiu*, Geometrie diferențială, Ed. Didactică și Pedagogică București, 1964.
4. *Gh. Vrănceanu*, Geometrie diferențială globală, Ed. Did. și Ped., București, 1973.
5. *V. Mihăilescu*, Conexiune asociată grupului cuaternionic, Bul. Inst. Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 1 1977, seria Electrotehnică, p. 9
6. *V. Mihăilescu*, Bul. Inst. Politehnic, Gheorghe Gheorghiu-Dej, București n° 3/77 seria Chimie — Metalurgie. p. 11.

Uber einen projektiven Quaternionenraum

In einem projektiven Quaternionenraum mit natürlicher Metrik werden die Christoffel-Symbole bestimmt und es wird bewiesen dass die verjüngten Christoffel-Symbole über den ganzen Raum ausgedehnt werden könne. Es wird gezeigt, dass die Christoffel-Symbole im projektiven Quaternionenraum nicht Null sind, wie in einem reellen projektiven Raum.

se observă că se obține pentru $p = 1$ din expresia :

$$T_n = \frac{1(n-1)P_{n-2}^n}{1 + (n/2)^2}$$

unde P_n este un polinom în $|z^1|, |z^2|, \ldots, |z^n|$ de grad $2p-2$ coeficientul lui $|z^n|^{2p-2}$ fiind egal cu unitatea, despre care s-a arătat [6] că se poate extinde la un spațiul proiectiv cuaternionic. Așadar, avem proprietatea :

Oricărui număr cuaternionic z corespunde o funcțiune pentru care inelul I a spațiului proiectiv cuaternionic P_n^q se poate extinde la tot spațiul.

Considerând pe torsiunea cuaternionică Q_{2n}^q [5] ce se obține conservând funcțiunile (11), cuaternionii :

$$Q_{2n}^q = Q_{2n}^{q_0} + iQ_{2n}^{q_1} + jQ_{2n}^{q_2} + kQ_{2n}^{q_3}$$

obținem :

$$Q_{2n-p+s}^q = Q_{2n-2s}^q = \ldots = Q_{2n-ps}^q = Q_{2n-pr}^q = Q_{2n}^q = 0$$

oricâți cuaternioni definind nulă.

Deci obținem următorul rezultat :

Oricărui cuaternionic q spațiul proiectiv cuaternionic are este nulă cu în cazul comutativ proiectiv pentru spațiul proiectiv real.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Teleman, Buletin Științific, secția Fizică, Matematică, t. VII, nr. 1, 1955.
2. F. Jaffard, Ann. Mat. pura e appl., 19, (1950)
3. Gh. Th. Gheorghiu, Geometrie diferențială, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1964.
4. Gh. Vrănceanu, Geometrie diferențială globală, Ed. Did. și Ped., București, 1972.
5. V. Mihăileanu, Contribuții asupra grupului cuaternionic, Bul. Inst. Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 1 1977, seria Electrotehnică, p. 9
6. V. Mihăileanu, Bul. Inst. Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București nr. 3,77 seria Chimie — Metalurgie, p. 11.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z. 621.3.062:513.7

SUR LES TRANSFORMATIONS DE NORDEN-MIRON

LIVIU NICOLESCU *

Dans cette note on étudie les paires de connexions linéaires qui vérifie la condition (1).

On met en evidence (Proposition 8) les transformations générales qui nous permettent de passer d'une paire de connexions linéaires, symétriques qui vérifie (1) à une autre paire de connexions ayant les mêmes propriétés.

En particulier, on obtient les transformations de Norden-Miron.

Soit (M, g) une variété pseudoriemannienne à n dimensions. On note par $F(M)$ l'anneau des fonctions différentiables sur M, par $\bigwedge(M)$-le $F(M)$-module des formes différentielles, par $C(M)$-le $F(M)$-module des champs de vecteurs et par $\hat{g}$-la structure conforme engendrée par g, c'est-à-dire, $\hat{g} = \{e^u g \mid u \in F(M)\}$.

Soit $f \in F(M)$ ainsi que $f(p) \neq 0, \forall\, p \in M$ et soit W une f-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$, c'est-à-dire, une application :

$$W : \hat{g} \to \bigwedge(M)$$

qui vérifie [8], [9]

$$W(e^u g) = W(g) - f du, \forall\, u \in F(M).$$

Si dans cette formule f est la fonction constante 1, alors W est la structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ [1], [3], [13], [14].

Définition 1. Soit ω une 1-forme sur M. On dit qu'une paire de connexions linéaires $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$ sur M est associée à ω et compatible avec f-structure de Weyl W si pour tout champs $X, Y, Z \in C(M)$ on a :

$$(1)\quad (\overset{12}{D}_{JX} g)(Y, Z) + W(g)(X)\, g(Y, Z) + \omega(Y)\, g(X, Z) + \omega(Z)\, g(X, Y) = 0$$

Manuscris predat redacției de data de 14 octombrie 1976

* Lecror Dr. la Universitatea din București

où

$$(\overset{12}{D}_X g)(Y, Z) = X(g(Y, Z)) - g(\overset{1}{D}_X Y, Z) - g(Y, \overset{2}{D}_X Z),$$

est la derivée covariante mixte [2], [4], [10], [11] du champ tensoriel g.

Si dans la formule (1) $f = 1$ et $\omega = 0$, alors $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$ est une paire de connexions conjuguées par rapport à g [2], [5], [6], [7], [10].

Proposition 2. Si $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$ est une paire de connexions lineaires sur M, associée à ω et compatible avec la f-structure de Weyl W, alors pour tout $\bar{g} \in \hat{g}$ a lieu la relation :

$$(\overset{12}{D}_{fX} \bar{g})(Y, Z) + W(\bar{g})(X)\, \bar{g}(Y, Z) + \omega(Y)\, \bar{g}(X, Z) + \omega(Z)\, \bar{g}(X, Y) = 0$$

Démonstration. Soit $\bar{g} = e^h g$ où $h \in F(M)$. On a :

$$(\overset{12}{D}_{fX} e^h g)(Y, Z) + W(e^h g)(X)\, g(Y, Z) e^h + \omega(Y)\, g(X, Z) e^h +$$

$$+ \omega(Z)\, g(X, Y)\, e^h = fX(e^h g)(Y, Z)) - e^h g(\overset{1}{D}_{fX} Y, Z) - e^h g(Y, \overset{2}{D}_{fX} Z) +$$

$$+ W(g)(X) e^h g(Y, Z) - f dh(X)\, g(Y, Z)\, e^h + \omega(Y) g(X, Z)\, e^h +$$

$$+ \omega(Z)\, g(X, Y)\, e^h = e^h f\{X(g(Y, Z)) - g(\overset{1}{D}_X Y, Z) - g(Y, \overset{2}{D}_X Z)\} -$$

$$- f e^h X(h)\, g(Y, Z) + W(g)(X) e^h \cdot g(Y, Z) + f X(e^h)\, g(Y, Z) + \omega(Y) g(X, Z) e^h +$$

$$+ \omega(Z)\, g(X, Y)\, e^h = e^h\{W(g)(X)\, g(Y, Z) + \omega(Y)\, g(X, Z) +$$

$$+ \omega(Z)\, g(X, Y) + (\overset{12}{D}_{fX} g)(Y, Z)\}.$$

Donc (1′) représente en effet la relation (1) multipliée par e^h.

Observation 3. 3.1 Si $f = 1$ et $\omega = 0$, alors la relation (1) montre que la paire $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$ est compatible avec la structure conforme $\hat{g}$ [2], [5], [6].

3.2 Si $\overset{1}{D} = \overset{2}{D} = D$, alors la relation (1) montre que D est associée à ω et compatible avec la f-structure de Weyl W [8], [9].

3.3 Il est facile à voir que dans la formule (1) l'ordre des connexions $\overset{1}{D}$, $\overset{2}{D}$ n'est pas essentielle.

3.4 Si $\overset{1}{D} = \overset{2}{D} = D$, $\omega = 0$, $W(g) = 0$, alors D est la connexion de Levi-Civita [15] [16].

Proposition 4. Soit W une f-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ et soit ω une 1-forme sur M. Les propriétés suivantes sont

équivalentes :

1) La paire de connexions linéaires $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$ est associée à ω et compatible avec f-structure de Weyl W.

2) Pour tout $X, Y, Z \in C(M)$ nous avons les relations :

$$(2)\quad g(A(X, Y), Z) - g(A(X, Z), Y) = 0$$

$$(3)\quad (\overset{m}{D}_{fX}g)(Y, Z) + W(g)(X)\, g(Y, Z) + \omega(Y)\, g(X, Z) + \omega(Z)\, g(X, Y) = 0$$

où $\overset{m}{D}$, resp. A, est la connexion moyenne, resp. le champ tensorial de deformation de la paire $(\overset{1}{D}, \overset{2}{D})$.

Démonstration. 1) $\Rightarrow$ 2) En employant la formule (1) nous avons :

$$(2')\qquad \overset{12}{D}_{X}g - \overset{21}{D}_{X}g = 0$$

En tenant compte de (2′) il en resulte :

$$g(\overset{1}{D}_X Y, Z) + g(Y, \overset{2}{D}_X Z) = g(\overset{2}{D}_X Y, Z) + g(Y, \overset{1}{D}_X Z),$$

c'est-à-dire, justement la formule (2). En employant la formule (1) on obtient :

$$(3')\quad (\overset{12}{D}_{fX}g)(Y, Z) + (\overset{21}{D}_{fX}g)(Y, Z) + 2W(g)(X)\, g(Y, Z) + 2\omega(Y)\, g(X, Z) + 2\omega(Z)\, g(X, Y) = 0$$

En tenant compte de (3′) nous avons (3).

2)$\Rightarrow$1) Les relations (2), (3) sont équivalentes, respectivement, aux relations (2′), (3′). En tenant compte de (2′) et (3′) il en resulte (1).

Observation 5. 5.1 La relation (3) montre que la connexion moyenne $\overset{m}{D}$ est associee a ω et compatible avec la f-structure de Weyl W (pour l'interpretation géométrique voir [8], [9]).

5.2. Si nous posons $S(X,Y,Z) = g(A(X,Y),Z)$, alors la relation (2) montre que le champ tensorial S est symétrique dans Y et Z.

5.3. Dans la suite nous supposons que les connexions $\overset{1}{D}$ et $\overset{2}{D}$ sont sans torsion. Alors, la relation (2) montre que le champ tensorial S est complètement symétrique et en vertu de relation (3) nous avons [8], [9] :

$$2fg(\overset{m}{D}_X Y, Z) = f\{X(g(Y, Z)) + Y(g(X, Z)) - Z(g(X, Y)) - g(Y, [X, Z]) + g(Z, [X, Y]) + g(X, [Z, Y])\} + W(g)(X)g(Y, Z) + W(g)(Y)\, g(X, Z) - W(g)(Z)g(X, Y) + 2\omega(Z)\, g(X, Y)$$

Observation 6. 6.1 Dans une voisinage de coordonnées la relation (1) devient :

$$(1'') \qquad f g_{jk;i} + \varphi_i g_{jk} + \omega_j g_{ik} + \omega_k g_{ij} = 0,$$

où g_{ij}, ω_i, φ_i sont les composantes des g, ω, resp. des 1-forme $W(g)$. Par $g_{ij;k}$ on a note la derivée covariante mixte du tenseur g_{ij} :

$$g_{ij;k} = \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} - g_{jh} \overset{1}{\Gamma}{}^h_{ik} - g_{ih} \overset{2}{\Gamma}{}^h_{jk}$$

où $\overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk}$, $\overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk}$ sont les composantes des connexions $\overset{1}{D}$, resp. $\overset{2}{D}$.

En coordonnées locales la relation (4) s'écrit :

$$(4') \qquad \overset{m}{\Gamma}{}^i_{jk} = |{}^i_{jk}| + \delta^i_j u_k + \delta^i_j u_j - g_{jk} v^i$$

où $\overset{m}{\Gamma}{}^i_{jk}$ sont les composantes de la connexion $\overset{m}{D}$ et où on a noté :

$$g^{ij}(\varphi_j - 2\omega_j) = 2fv^i, \quad 2fu_k = \varphi_k, \quad |{}^i_{jk}| =$$

$$= \frac{1}{2} g^{ih}\left(\frac{\partial g_{hj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{hk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^h} \right)$$

6.2 En tenant compte de (4') et de relations $2\overset{m}{D} = \overset{1}{D} + \overset{2}{D}$, $A = \overset{2}{D} - \overset{1}{D}$ nous avons :

$$(5) \qquad \begin{cases} \overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk} = |{}^i_{jk}| + \delta^i_j u_k + \delta^i_k u_j - g_{jk} v^i - \dfrac{1}{2} A^i_{jk} \\ \\ \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk} = |{}^i_{jk}| + \delta^i_j u_k + \delta^i_k u_j - g_{jk} v^i + \dfrac{1}{2} A^i_{jk} \end{cases}$$

Observation 7. 7.1 Si nous nous proposons d'établir les formules générales qui permettent d'obtenir toutes les paires de connexions $(\overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk}, \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk})$ qui vérifie (1), alors évidement la solution du problème est donnée par les formules (5). En prenant dans (5) les vecteurs u_i, v^i et le tenseur A^i_{jk} arbitraires, tel que $A^i_{jk} = A^i_{jk}$, $g_{ih} A^h_{jk} = g_{jh} A^h_{ik}$ nous obtenons toutes les paires de connexions $(\overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk}, \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk})$ qui vérifie (1).

7.2 Soit $(\overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk}, \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk})$ une paire de connexions qui vérifie (1). Si $(\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk}, \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk})$ est une autre paire, vérifiant (1), alors nous avons :

$$(6) \qquad \begin{cases} \overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk} = \overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk} + \delta^i_j s_k + \delta^i_k s_j - g_{jk} r^i - \dfrac{1}{2} B^i_{jk} \\ \\ \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk} = \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk} + \delta^i_{jk} s_k + \delta^i_k s_j - g_{jk} r^i + \dfrac{1}{2} B^i_{jk} \end{cases}$$

En prenant dans (6) les vecteurs s_i, r^i et le tenseur B^i_{jk} arbitraires, tel que $B^i_{jk} = B^i_{kj}$, $g_{ih}B^h_{jk} = g_{jh}B^h_{ik}$, alors nous avons les transformations générales des paires de connexions qui vérifie (1). Donc, nous avons :

Proposition 8. Les transformations générales qui nous permettent de passer d'une paire de connexions $(\overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk}, \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk})$ associée à 1-forme et compatible avec une f-structure de Weyl à une autre paire de connexions $(\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk}, \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk})$ ayant les mêmes propriétés sont données par les relations (6) où les vecteurs s_i, r^i et le tenseur B^i_{jk} sont arbitraires tel que $B^i_{jk} = B^i_{kj}$, $g_{ih}\, B^h_{jk} = g_{jh}\, B^h_{ik}$

Observation 9. 9.1 Si dans (6) nous prenons $s_k = g_{kj}\, r^j$, alors nous obtenons les transformations de Radu Miron [5], [6].

9.2 Si dans (6) le tenseur B^i_{jk} est de la forme

$$\frac{1}{2} B^i_{jk} = \delta^i_j c_k + \delta^i_k c_j + g_{jk} c^i$$

alors on obtient :

$$(7) \qquad \begin{cases} \overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk} = \overset{1}{\Gamma}{}^i_{jk} + \delta^i_j p_k + \delta^i_k p_j - g_{jk} m^i \\ \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^i_{jk} = \overset{2}{\Gamma}{}^i_{jk} + \delta^i_j q_k + \delta^i_k q_j - g_{jk} n^i \end{cases}$$

où p_k, q_k, m^i, n^i sont des vecteurs arbitraires.

Si dans (7) nous prenons $p_k = g_{ki}\, m^i$ et $q_k = g_{ki}\, n^i$, alors nous obtenons les transformations de A. P. Norden [7].

REFERENCES

1. *Anastasiei M,* An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, Tomul XX, S. Ia, fasc. 2, p. 351— (1974)
2. *Atanasiu Gh, Perechi de conexiuni compatibile cu G-structuri* (teză) Iaşi (1973).
3. *Folland G, Weyl manifold,* J. Diff. Geom. 4, 145 (1970).
4. *Gheorghiu Gh. Th. et Pleşu V,* Rend. Sem. Math. Messina, XI, 21 (1966—1967).
5. *Miron R,* Univ. Iaşi, 1X, 445 (1963).
6. *Miron R,* Stud. şi cerc. şt. Iaşi XI (1963).
7. *Norden A. P, Prostranstva affinoi sviaznosti,* Moscova-Leningrad, 1950.
8. *Nicolescu L,* Ann. Fac. Sci. de Kinshasa, Zaire, Section Math.-Phys., Vol. 3 (1976).
9. *Nicolescu L. et Martin* M. *Sur l'algèbre associée a un champ tensorial du type (1, 2),* (sous presse).
10. *Opriş D, Contribuţii la studiul perechilor de conexiuni* (teză) Cluj (1973).
11. *Oproiu V, Conexiuni compatibile cu G-structuri* (teză), Iaşi, 1969.
12. *Papuc D. I,* An. şt. Univ. Iaşi, III, 133—164 (1957).
13. *Sen D. K. and Vanstone,* J, Math. Phys., vol. 13, nr. 7, (1972).

14. *Teodorescu I. et Nicolescu L, Des champs caracteristiques nonisotrops sur une variété conforme* (sous presse).
15. *Udrişte C*, Math. Pures Appl., t. 15, 1079 (1970).
16. *Vrănceanu G, Lecons de geometrie differentielle*. Vol. I, II, Bucarest (1957).

Asupra transformărilor Norden-Miron

În această notă se studiază perechile de conexiuni liniare ce verifică condiţia (1).

Se pun în evidenţă (Propoziţia 8) transformările generale care ne permit să trecem de la o pereche de conexiuni liniare simetrice ce verifică condiţia (1) la o altă pereche de conexiuni avînd aceleaşi propretăţi.

În particular, se obţin transformările Norden-Miron.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

FIZICĂ

C.Z.: 538.12.

UN NOU CALCUL AL INTENSITĂȚII CÎMPULUI MAGNETIC CONTINUU PRODUS CU AJUTORUL BOBINELOR HELMHOLTZ

F. CĂLIN, A. I. LUPAȘCU, I. M. POPESCU, ST. ST.TUDORACHE *

Se prezintă calculul cîmpului magnetic produs de un sistem de bobine în poziție Helmholtz, luînd în considerare termeni de corecție de ordinul al doilea, precum și compensarea neomogenităților acestuia. Folsoind rezultatele teoretice, s-a construit experimental un sistem de bobine Helmholtz, a cărui omogenitate într-un volum de 1 cm^3 este mai bună decît 10^{-6}.

Introducere

În experiențele de rezonanță paramagnetică nucleară sau electronică (fie cu metodele radioelectrice, fie cu metodele optice), de intersecții de nivele atomice sau moleculare, de efect Hanle, de orientare a nucleelor atomice, ș.a., este necesar ca în volumul eșantionului studiat cîmpul magnetic să prezinte o foarte bună uniformitate spațială.

Această cerință impune ca electromagneții cu fier să fie înlocuiți cu electromagneți cu aer, formați din bobine în poziție Helmohltz. Această înlocuire are loc, în ultimul timp, și pentru cazul intensităților mari ale cîmpului magnetic, datorită utilizării supraconductoarelor. Astfel, neomogenitățile spațiale ale electromagneților cu fier datorate stări suprafețelor pieselor polare, paralelismului neriguros al acestor suprafețe și și calității fierului reușesc să fie eliminate.

În plus, în cazul electromagneților cu aer există posibilitatea de a se efectua măsurători absolute ale rapoartelor giromagnetice prin determinarea directă a intensității curentului electric de alimentare a bobinelor și a frecvenței de rezonanță.

Calculul intensității cîmpului magnetic produs de un sistem de bobine Helmholtz constituie un subiect clasic [1—5]. În calculele existente, distanța dintre cele două bobine intervine într-o formă prea complicată și corecțiile făcute în cazul bobinelor groase duc la formule greu de utilizat. Reluînd calculele s-a reușit să se obțină formule de calcul sub o formă mai ușor utilizabilă.

De fapt, se pune problema determinării potențialului magnetic creat de un curent electric, într-un punct oarecare din spațiu, în cazul

Manuscris predat redacției la data de 8 decembrie 1977.

* Student, anul IV. Fac. de aeronave; Asistent ing. Catedra de fizică; Prof. dr. ing. Catedra de fizică; Șef lucrări, dr. în fizică, Catedra de fizică

în care intervine o simetrie de revoluţie. Intensitatea cîmpului magnetic, H, dedusă din potenţialul magnetic, se poate exprima cu ajutorul seriilor de polinoame Legendre.

1. Calculul intensităţii cîmpului magnetic în cazul bobinelor subţiri

1.1. *Intensitatea cîmpului magnetic produs de o bobină subţire într-un punct vecin cu centrul ei de simetrie*

Considerînd două bobine subţiri de rază r, la distanţa $2s$ una de alta, parcurse de curentul electric de intensitate $I(A)$ (figura 1), componentele intensităţii paralelă cu axa bobinelor şi respectiv, cea perpendiculară pe axa Ox (componenta radială), sînt date de expresiile [6]:

$$H_x = \frac{I}{10}\frac{2\pi r^2}{\rho^3}\left[1 + \frac{3}{4}\frac{r^2 - 4s^2}{\rho^2}\frac{y^2}{\rho^2} - \frac{45}{64}\frac{12\,r^2\,s^2 - r^4 - 8s^2}{\rho^4}\frac{y^2}{\rho^2} + \ldots\right] \quad (1a)$$

şi

$$H_y = \frac{I}{10}\frac{3\pi r^2}{\rho^3}\frac{s\cdot y}{\rho^2}\left[1 + \frac{5}{8}\frac{3r^2 - 4s^2}{\rho^2}\frac{y^2}{\rho^2} + \ldots\right] \quad (1b)$$

unde

$$\rho = (r^2 + s^2)^{\frac{1}{2}} \gg y \quad (2)$$

1.2. *Intensitatea cîmpului magnetic produs de două bobine subţiri, într-un punct vecin cu centrul lor de simetrie*

Pentru a calcula intensitatea cîmpului magnetic produs de două bobine subţiri, la distanţa $2s$ una de cealaltă şi de rază r fiecare, într-un punct vecin cu centrul lor de simetrie, se adună expresiile care se obţin din formulele 1a(1a) şi (1b), înlocuind pe s cu $x + s$ şi, respectiv $x - s$. Astfel, rezultă:

$$H_x = \frac{I}{10}\frac{4\pi r^2}{\rho^3}\left[1 + \frac{3}{4}\frac{r^2 - 4s^2}{\rho^2}\frac{y^2 - 2x^2}{\rho^2} + \right.$$
$$+ \frac{15}{64}\frac{12\,r^2\,s^2 - r^4 - 8s^4}{\rho^2}\cdot$$
$$\left.\cdot\frac{24\,y^2\,x^2 - 3y^4 - 8x^4}{\rho^4} + \ldots\right] \quad (3a)$$

şi

$$H_y = \frac{I}{10}\frac{4\pi r^2}{\rho^3}\frac{3}{2}\frac{xy}{\rho^2}\left[\frac{r^2 - 4s^2}{\rho^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{5}{8}\frac{12r^2s^2 - r^4 - 8s^4}{\rho^4}\frac{4x^2 - 3y^2}{\rho^2} + \ldots\right] \quad (3b)$$

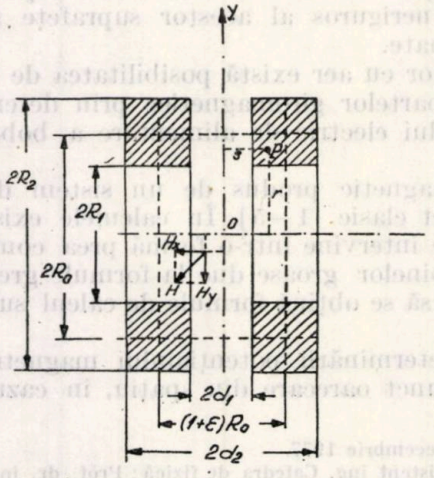


Fig. 1

Dacă cele două bobine subțiri se află în poziție Helmholtz $\left(s = \frac{r}{2}\right)$, relațiile (3) devin :

$$H_x = \frac{2^4 \cdot \pi}{5^{5/2}} \frac{I}{r} \left[1 + \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} (24\, y^2 \cdot x^2 - 3y^4 - 8x^4) + \ldots\right] \tag{4a}$$

și

$$H_y = \frac{2^7 \cdot 3^2}{5^{11/2}} \frac{I}{r} \frac{xy(4x^2 - 3\, y^2)}{r^4} \tag{4b}$$

2. Calculul inetensității cînpului magnetic produs de două bobine groase, de același ax, într-un punct apropiat de centrul lor de simetrie

Cunoașterea cît mai exactă a intensității cîmpului magnetic în regiunea din imediata apropiere a centrului de simetrie, în cazul sistemului de bobine Helmholtz, este impusă de faptul că bobinele trebuiesc proiectate astfel încît intensitatea cîmpului magnetic pe care-l produc, să aibă o anumită omogenitate spațială în volumul celulei de rezonanță. În plus, omogenitatea cîmpului magnetic trebuie obținută într-o configurație a bobinelor care să permită realizarea dispozitivului experimental dorit

În acest caz, este de recomandat să facem suma intensităților cîmpurilor magnetice produse de fiecare din spirele individuale, adică integrarea relațiilor (3) în raport cu variabilele s și r în secțiunea bobinajului. În acest scop, se introduce densitatea de curent electric J, astfel încît :

$$I\, dn = J\, ds\, dr, \tag{5}$$

unde n este numărul de spire al fiecărei bobine și $\int_{d_1}^{d_2} \int_{R_1}^{R_2} ds\, dr = S$ este suprafața secțiunii bobinajului pentru una din bobine.

Notînd cu R raza medie a fiecărei bobine, după integrare, se obține :

$$H_x = \frac{4\pi n}{R} \frac{I}{10} \left[A + \frac{3}{4} B \frac{y^2 - 2x^2}{R^2} + \frac{15}{64} C \frac{24\, y^2 x^2 - 3y^4 - 8x^4}{R^4} + \ldots\right] \tag{6a}$$

și

$$H_y = \frac{4\pi n}{R} \frac{I}{10} \left[\frac{3}{2} B \frac{yx}{R^2} + \frac{15}{16} C \frac{yx(4x^2 - 3y^2)}{R^4} + \ldots\right] \tag{6b}$$

Mărimile A, B și C sînt date de expresiile :

$$A = \frac{R}{S} \int_{d_1}^{d_2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r^2}{\rho^3} ds\, dr = \frac{R^2}{S} (\varphi_{d_2 R_2} - \varphi_{d_2 R_1} - \varphi_{d_2 R_1} + \varphi_{d_1 R_1}) \tag{7}$$

unde

$$\varphi_{d_2R_2} = \frac{d_2}{2R} \ln \left[\frac{R_2 + (d_2^2 + R_2^2)^{1/2}}{-R_2 + (d_2^2 + R_2^2)^{1/2}} \right], \quad \text{etc.} \ldots ; \tag{8}$$

$$B = \frac{R^3}{S} \int_{d_1}^{d_2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r^2(r^2 - 4s^2)}{\rho^7} \, ds \, dr = \frac{R^2}{S} (\psi_{d_2R_2} - \psi_{d_1R_2} - \psi_{d_2R_1} + \psi \, d_1R_1 \tag{9}$$

unde

$$\psi_{d_2R_2} = \frac{R}{3d_2} \frac{R_2^2}{(d_2^2 + R_2^2)^{3/2}}, \quad \text{etc.} \ldots ; \tag{10}$$

$$C = \frac{R^3}{S} \int_{d_1}^{d_2} \int_{R_1}^{R} \frac{r^2 (12r^2 s^2 - r^4 - 8s^4)}{\rho^{11}} ds \, dr = \frac{R^2}{S} (\Phi d_2R_2 - \Phi d_2R_1 - \Phi d_1R_2 + \Phi d_1R_1) \tag{11}$$

unde

$$\Phi_{d_2R_2} = \frac{1}{45} \left[\frac{R_2R}{d_2(d_2^2 + R_2^2)} \right]^3 = \frac{2R_2^4 + 7d_2^2 R_2^2 + 20 d_2^4}{(R_2^2 + d_2^2)^{1/2}}, \text{ etc.} \ldots \tag{12}$$

3. Abaterea relativă a intensităţii cîmpului magnetic de la valoarea sa din centrul sistemului de bobine Helmholtz

În cazul bobinelor de grosime medie, calculul abaterii relative a intensităţii cîmpului magnetic de la valoarea sa din centrul sistemului de bobine Helmholtz se simplifică introducînd parametrii fără dimensiuni :

$$\alpha = \frac{d_2 - d_1}{2R}; \beta = \frac{R_2 - R_1}{2R}, \tag{13}$$

care depind de forma bobinelor. În plus, notînd cu $\varepsilon << 1$, abaterea de la poziţia Helmholtz, avem :

$$R_1 = R(1 - \beta); \tag{14a}$$

$$R_2 = R(1 + \beta); \tag{14b}$$

$$d_1 = R \left(\frac{1 + \varepsilon}{2} - \alpha \right); \tag{14c}$$

$$d_2 = R \left(\frac{1 + \varepsilon}{2} - \alpha \right); \tag{14d}$$

Plecînd de la integrala exactă (9) şi dezvoltînd în serie pe B funcţie de parametrii α, β şi ε, în ipoteza că $C = 0$, din raţionamente de simetrie nu vor exista în final decît termenii în $\alpha\beta f(\alpha^2, \beta^2)$. De asemenea, ţinînd

seama că :

$$4\alpha\beta = \frac{S}{R^2}, \tag{15}$$

rezultă

$$B = \frac{2^7}{3 \cdot 5^{9/2}}(36\,\alpha^2 - 31\,\beta^2 - 30\varepsilon + \ldots) \tag{16}$$

Condiția de omogenitate spațială a intensității cîmpului magnetic

$$B(\alpha,\beta,\varepsilon) = 0 \tag{17}$$

conduce la

$$30\,\varepsilon = 36\,\alpha^2 - 31\,\beta^2 \tag{18}$$

Considerînd că $B = 0$, pentru $\varepsilon = \varepsilon_0$, punem

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \tag{19}$$

ceea ce este realizabil experimental. Deci, valoarea lui B va fi :

$$B = -\frac{2^8}{5^{7/2}}\Delta\varepsilon, \tag{20}$$

unde :

$\Delta\varepsilon > 0$, cînd cele două bobine sînt prea depărtate una de cealaltă față de distanța impusă de condiția Helmholtz și

$\Delta\varepsilon < 0$, cînd cele două bobine sînt prea apropiate una de cealaltă față de distanța impusă de condiția Helmholtz.

Abaterile relative („neomogenitățile") teoretice ale intensității cîmpului magnetic în raport cu intensitatea cîmpului magnetic $H(x = y = 0) = H_0$, din centrul de simetrie al bobinelor, vor fi :

$$\frac{\Delta H_x}{H_0} = \frac{2^3 \cdot 3}{5^2}\,\frac{2x^2 - y^2}{R^2}\,\Delta\varepsilon + \frac{2 \cdot 3^2}{5^3}\,\frac{24y^2x^2 - 3y^4 - 8x^4}{R^4} + \ldots \tag{21a}$$

și

$$\frac{\Delta H_y}{H_0} = \frac{2^4 \cdot 3}{5^2}\,\frac{xy}{R^2}\,\Delta\varepsilon + \frac{2^3 \cdot 3^2}{5^3}\,\frac{24y^2x^2 - 3y^4 - 8x^4}{R^4} + \ldots \tag{21b}$$

Se observă că este posibil ca variind distanța între bobine, la $x = y$ (cazul experiențelor de rezonanță magnetică), să se obțină $\Delta\varepsilon < 0$ și cei doi termeni din expresiile (21) să se compenseze.

Există unele calcule [7] făcute asupra intensității cîmpului magnetic, ținîndu-se seama de efectul de răcire care duce la o variație liniară a densității curentului electric, J, de-a lungul axei bobinei. În cazul

sistemului de bobine Helmholtz, utilizat în experienţele de rezonanţă (nucleară sau paramagnetică electronică), termenul adiţional care apare este neglijabil.

4. Compensarea neomogenităţilor intensităţii cîmpului magnetic produs de două bobine în poziţie Helmholtz [8]

Uneori, în cazul experienţelor de rezonanţă magnetică şi de intersecţii de niveluri atomice în cîmpuri magnetice de intensitate mică, omogenităţile obţinute cu două bobine în poziţie Helmholtz sînt nesatisfăcătoare. Pentru a se obţine omogenităţile dorite, se utilizează compensarea abaterilor de-a lungul direcţiei perpendiculare pe axa celor două bobine (*Oy* în figura 1).

Pentru două bobine subţiri, în cazul $y = 0$, rezultă :

$$H_x = H_0\left(1 + \frac{3}{4}\frac{r^2 - 4s^2}{\rho^4}y^2 + \frac{45}{64}\frac{8s^4 + r^4 - 12r^2s^2}{\rho^8}y^4 + \ldots\right) \tag{22a}$$

$$H_y = 0. \tag{22b}$$

Este posibil să adăugăm intensităţii cîmpului magnetic produs de două bobine în poziţie Helmholtz, intensitatea cîmpului magnetic produsă de o pereche de bobine care are aceeaşi simetrie, intensitatea cîmpului magnetic rezultant avînd o expresie al cărei prim termen variabil depinde de y^6. Utilizînd două perechi de bobine parcurse de intensităţile de curent i_1, respectiv i_2, se poate fixa mai întîi raportul $\frac{i_1}{i_2}$, astfel încît cei doi termeni în y^2 să fie egali şi de semn contrar ; ulterior, păstrînd această valoarea raportului $\frac{i_1}{i_2}$, se poate determina valoarea lui i_1, pentru care suma celor doi termeni în y^2 va compensa termenul corespunzător pentru sistemul de bobine Helmholtz. Deci, fiind cunoscute intensităţile cîmpurilor magnetice :

$$H_x = H_0\left(1 - \frac{2 \cdot 3^3}{5^3}\frac{y^4}{R^4} + \ldots\right); \tag{23}$$

$$H_{x_1} = A_1 i_1(1 + B_1 y^2 + C_1 y^4 + \ldots); \tag{24a}$$

$$H_{x_2} = A_2\, i_2(1 + B_2 y^2 + C_2\, y^4 + \ldots), \tag{24b}$$

acestea trebuie să respecte condiţia :

$$H_x + H_{x_1} + H_{x_2} = H_0 + A_1 i_1 + A_2 i_2. \tag{25}$$

Astfel, mărimile A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 și H_0 se determină ușor plecînd de la relația (25) și de la datele geometrice. Rezolvînd sistemul de ecuații :

$$A_1 B_1 i_1 + A_2 B_2 i_2 = 0 ; \tag{26a}$$

$$A_1 C_1 i_1 + A_2 C_2 i_2 - \frac{2 \cdot 3^3}{5^3} \frac{H_0}{R^4} = 0, \tag{26b}$$

se evluează i_1 și i_2.

În cazul unui sistem de bobine Helmholtz groase, ținînd seama de formula (6), rezultă :

$$H_x = H_0 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{1}{R^2} \frac{B}{A} y^2 - \frac{3^2 \cdot 5}{2^6} \frac{1}{R^4} \frac{C}{A} y^2 + \dots \right); \tag{27a}$$

$$H_{x_1} = A_1 i_1 (1 + B_1 y^2 + C_1 y^4 + \dots); \tag{27b}$$

$$H_{x_2} = A_2 i_2 (1 + B_2 y^2 + C_2 y^4 + \dots .). \tag{27c}$$

Din condiția identică lui (25), rezultă că sistemul de ecuații :

$$A_1 B_1 i_1 + A_2 B_2 i_2 + \frac{3}{4} \frac{1}{R^2} \frac{B}{A} H_0 = 0 ; \tag{28a}$$

$$A_1 C_1 i_1 + A_2 C_2 i_2 - \frac{3^2 5}{2^6} \frac{1}{R^4} \frac{C}{A} H_0 = 0, \tag{28b}$$

permite determinarea lui i_1 și i_2, mărimile A_1, B_1. C_1, A_2, B_2, C_2 și H_0 fiind calculate plecînd de la relația (6) și de la datele geometrice.

5. Rezultate experimentale

S-au realizat (tabloul 1) două sisteme de bobine în poziție Helmholtz : unul care produce un cîmp magnetic continuu orizontal față de suprafața pămîntului (1) și altul care produce un cîmp magnetic continuu vertical față de suprafața pămîntului.

Utilizînd metoda rezonanței magnetice nucleare și considerînd $\gamma_p = (26751{,}9 \pm 0{,}2)$ rad. $s^{-1} G^{-1}$ [8], s-au obținut următoarele rezultate : Pentru sistemul de bobine (1) :

$$\frac{K_t - K_{exp}}{K_{exp}} = 4{,}18046 \cdot 10^{-3} \tag{29}$$

și pentru sistemul de bobine (2) :

$$\frac{K_t - K_{exp}}{K_{exp}} = 1{,}72843 \cdot 10^{-3}, \tag{30}$$

Tabloul 1

Sistemul de bobine	Dimensiuni (vezi figura 1)					Caracteristicile bobinajului		Intensitatea curentului electric maximă	$K_t = \frac{H}{I}$	Omogenitatea în 1 cm³
	R_0 [mm]	R_1 [mm]	R_2 [mm]	d_1 [mm]	d_2 [mm]	n [spire/bobină]	R [Ω/bobină]	I [A]	[Gs/A]	$10^{-7}\frac{\Delta H}{H}$
(1)	251	212	291	138	286	1260	11,10	10	45,11	5
(2)	408	376	444	172	236	901	10,5	15	19,8564	2

unde $K_{exp} = \frac{H}{I}$ este determinat experimental.

De asemenea, în volumul de 1 cm³ s-a determinat o omogenitate a cîmpului magnetic $\frac{\Delta H}{H_0} < 10^{-6}$.

BIBLIOGRAFIE

1. — *J. C. Maxwell*, A Treatise on Electricity and Magnetism, Oxford University Press London : Geoffrey Cumberlege, Third Edition 1892, Reprinted 1904
2. — *A. E. Ruark şi M. F. Peters*, R. S. I., *13*, 212, (1926)
3. — *A. E. Ruark şi M. F. Peters*, J.O.S.A., *13*, 205, (1926)
4. — *A. Sauter şi F. Sauter*, , Zeit. fxr Physik, *122*, 120, (1944)
5. — *James Jeans* — The Matematical Teory of Electricity and Magnetism, Cambridge at the University Press, (1948), p. 431.
6. — *I. I. Agârbiceanu şi I. M. Popescu*, ,,Optical Methods of Radio-Frequency Spectroscopy'', John Wiley & Sons, New York-Toronto, (1975), p. 160.
7. — *S. T. Lin şi A. R. Kaufmann*, Rev. of. Mod. Phys., *25*, 182, (1953)
8. — * * * Second International Conference on Nuclidic Masses-Vienna, July 15—19, (1963).

A New Calculation of the Magnetic Field Produsedby a Helmholtz Pair Coils

The magnetic field produced by a Helmholtz pair of coils is calculated, taking into acount correction terms of the second order. A method to compensate the inhomogeneities is also presented. Using the theoretical results, a system of Helmholtz coils with a homogeneity better than 10^{-6} was designed and realized.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z.: 535.247.: 621.383

DISPOZITIVE CU CRISTALE LICHIDE COLESTERICE PENTRU STOCAREA UNOR INFORMAȚII PROVENITE DIN DIFERITE PROCESE INDUSTRIALE

CORNELIA MOȚOC, IULIANA CUCULESCU, MARIA HONCIUC, E. SOFRON*

Mixturi de cristale lichide colesterice cu anizotropie negativă sau pozitivă a constantei dielectrice pot fi folosite ca materiale cu memorie în sisteme optice pentru stocarea informațiilor. Se arată că mixturi de clorură de colesteril și crotonat de colesteril în proporție de 50 : 50% și 75 :25% în greutate prezintă proprietăți de memorie cînd sînt supuse unor cîmpuri electrice continui sau alternative. Sînt prezentate aplicații ale acestor dispozitive.

Introducere

Interesul crescînd pe care-l prezintă sistemele optice moderne folosite în vederea stocării informațiilor se datorește multiplelor utilizări în tehnica actuală.

Aceste sisteme se bazează pe unele efecte electro-optice de memorie cu ajutorul cărora se poate realiza afișarea informațiilor alfa numerice sau cu care pot fi proiectate imagini statice ori în mișcare [1, 2, 3]. Panourile pe care informația utilă este „memorată" pot fi copiate ușor fie prin metode fotografice uzuale fie prin aplicarea unor strate de material plastic fotosensibil.

Cristalele lichide prezintă efecte electro-optice de memorie care le fac utile în astfel de dispozitive. Cele mai frecvent folosite în acest scop sînt mixturile de cristale lichide nematice și colesterice. Efectul de memorie constă în trecerea stratului, sub influența unei excitații electrice, dintr-o stare perfect transparentă într-o stare opacă ce se menține un timp mai mult sau mai puțin îndelungat cînd excitația externă este înlăturată. În această perioadă stratul posedă proprietatea de „memorie optică".

Relativ recent, s-a arătat că mixturi de cristale lichide colesterice cu anizotropie dielectrică pozitivă ($\Delta\varepsilon > 0$) sau negativă ($\Delta\varepsilon < 0$) pot prezenta efecte de memorie [1, 2, 3].

În lucrare se examinează proprietățile unor mixturi de clorură de colesteril și crotonat de colesteril cu anizotropie dielectrică pozitivă sau negativă folosite în vederea realizării unor dispozitive opto-electronice.

În final se propun instalații pentru stocarea informațiilor sau transmiterea datelor care folosesc astfel de sisteme.

Manuscris predat redacției la data de 8 iunie 1977.

* Prof. dr. la Catedra de fizică; Asistent dr. la Catedra de fizică; Asistent dr. la Catedra de fizică; Asistent dr. ing. la Catedra de dispozitive și circuite electrice

1. Rezultate experimentale

Dispozitive de memorie în mixturi cu anizotropie dielectrică negativă.

Mixtura clorură de colesteril-crotonat de colesteril în proporţie de 50% în greutate prezintă anizotropie dielectrică negativă [4, 5]. Dispozitivul realizat de noi constă din două plăci de sticlă acoperite cu un strat transparent şi conductor de SnO_2 între care se introduce mixtura de cristale lichide. În dispozitivele realizate s-au folosit distanţori Mylar de 6 pînă la 30 μm.

Folosind unele tehnici cunoscute s-a realizat în dispozitive o *textură planară* (axa helicei colesterice este în acest caz perpendiculară pe electrozi). În aceste condiţii stratul este perfect transparent. Cînd se aplică un cîmp electric continuu sau alternativ avînd o tensiune $U > U_c$ şi o frecvenţă $f < f_r$ unde U_c este o tensiune critică iar f_r frecvenţa limită dielectrică, textura planară se schimbă într-o *textură conic focală*. Aşa cum se ştie, această textură se caracterizează printr-o orientare haotică a spiralelor colesterice. Ca urmare a acestui fapt, stratul de cristal lichid se opacizează. Procesul de opacizare durează un timp mai mult sau mai puţin îndelungat în funcţie de natura cristalului lichid sau de temperatură. Acesta este *efectul de memorie* care poate fi utilizat în reţinerea unor informaţii*).

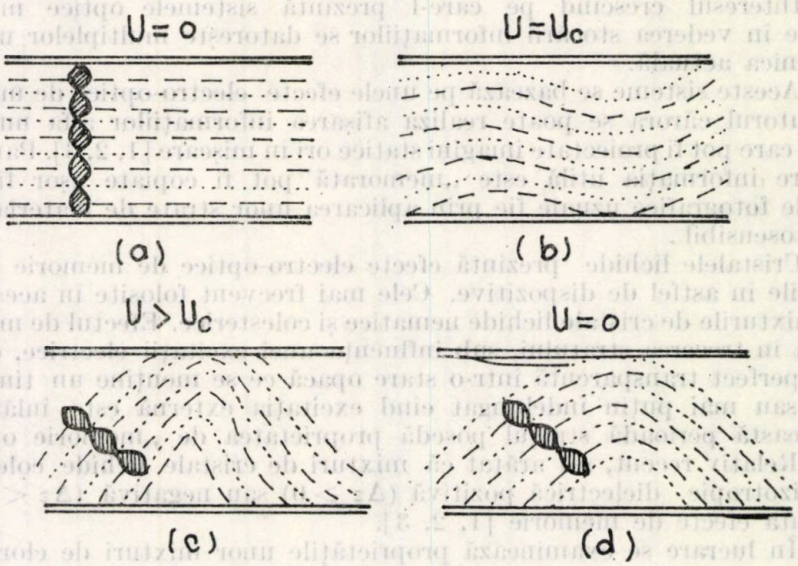


Fig. 1. Efectul de memorie într-un cristal lichid. (a) textură planară, (b), (c) deformarea texturii planare în textură conic focală în cîmp crescător, (d) memorie.

*) Unele dispozitive de memorie posedă următoarele structuri: electrod — strat fotoconductor — cristal lichid — electrod. Efectul de memorie apare ca urmare a iluminării şi este generat de fotoelectronii care emişi induc modificări structurale în stratul de cristal lichid. Memoriile holografice se bazează pe acest principiu.

Trebuie subliniat faptul că anizotropie conductivității electrice precum și apariția unei sarcini spațiale importante joacă un rol hotărîtor în acest proces.

În Fig. 1 este prezentată o schemă explicativă a acestui efect de memorie iar în Fig. 2 sînt indicate aspectele microstructurale pe care le

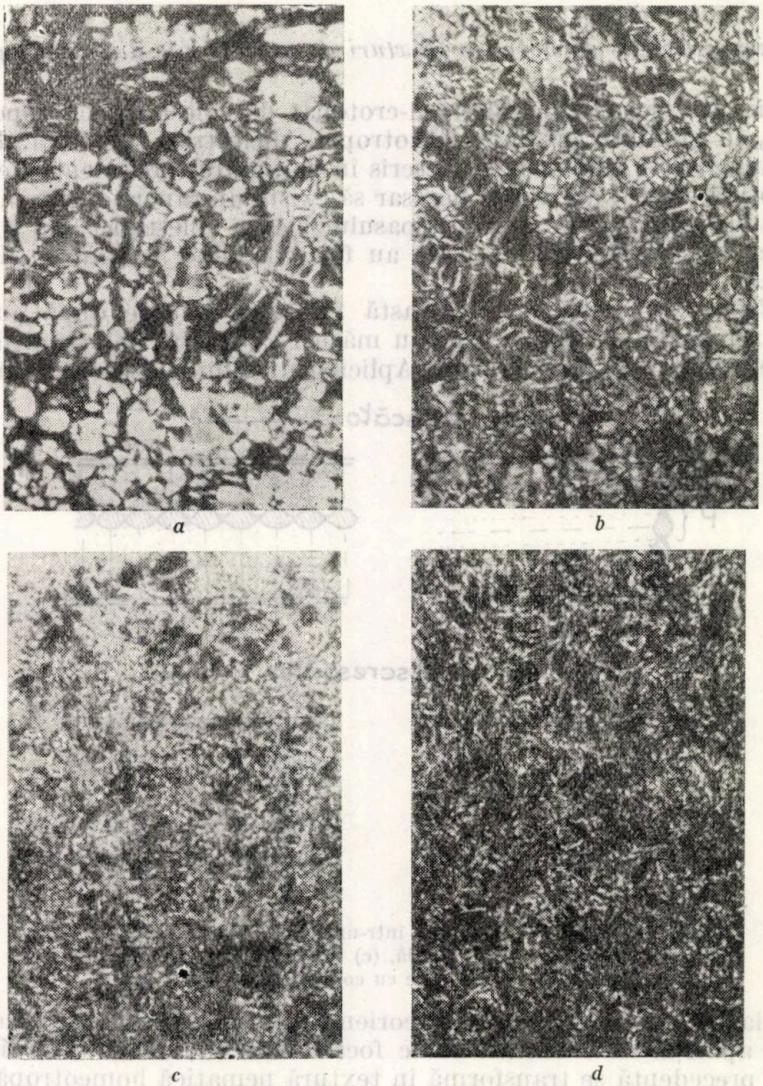


Fig. 2. Aspecte microstructurale în mixtură 50 : 50% clorură-crotonat de colesteril, (a) U = 0 volți, (b) 30 volți, (c) 80 volți, (d) 5 minute după scoaterea cîmpului.

prezintă mixtura studiată și care corespund diferitelor etape în evoluția stratului.

Revenirea de la textura planară se poate face fie prin încălzirea probei la o temperatură mai mare decît cea corespunzătoare tranziției

mezofază — lichid izotrop, fie prin aplicarea unui cîmp electric alternativ cu o frecvenţă $f > f_r$. În acest fel memoria „se şterge".

În cazul mixturii folosite memoria se menţine o perioadă de două pînă la trei zile în funcţie de temperatura camerii *).

Dispozitive de memorie în mixturi cu anizotropie dielectrică pozitivă.

Mixtura clorură de colesteril-crotonat de colesteril în proporţie de 75 :25% în greutate prezintă anizotropie dielectrică pozitivă. Dispozitivul realizat este similar celui descris în paragraful precedent. Pentru ca să se obţină efectul dorit este necesar să existe un raport optim între grosimenea stratului d şi mărimea pasului helicei colesterice p : $d/p < 4$; de aceea în dispozitivele realizate au fost introduşi distanţori Mylar de 4 — 6 μm.

Efectul de memorie în această mixtură decurge după cum este indicat schematic în Fig. 3. Se iau măsuri ca stratul de cristal lichid să prezinte iniţial o textură planară. Aplicînd un cîmp electric continuu per-

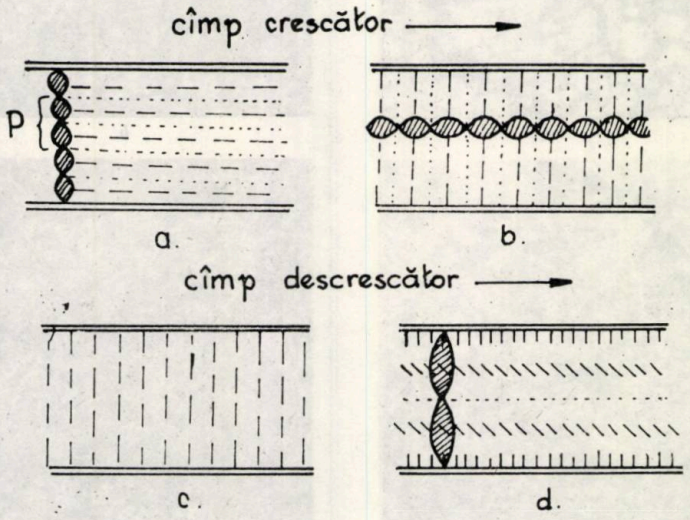


Fig. 3. Efectul de memorie într-un cristal lichid. (a) textură planară, (b) textură conic focală, (c) textură nematică-homeotropă, (d) textură de relaxare cu configuraţie conic-focală

pendicular pe electrozi, are loc o reorientare a moleculelor cristalului care duce la apariţia unei texturi conic focale. Mărind intensitatea cîmpului, textura precedentă se transformă în textură nematică homeotropă, orientarea moleculelor fiind în tot dispozitivul perpendiculară pe electrozi. Cînd un astfel de dispozitiv este examinat în lumină polarizată, schimbările microstructurale se prezintă conform Fig. 4.

În cîmp descrescător are loc o relaxare după configuraţia conicfocală urmată de revenirea la textura iniţială planară.

*) Pentru mai multe detalii referitoare la această mixtură vezi lucrările [4, 5].

Fenomenul de revenire are loc într-un interval de timp cu mult mai mic decît în cazul precedent : în funcție de caracteristicile constantelor elastice ale mixturii el poate dura de la 10 ms la cîteva secunde.

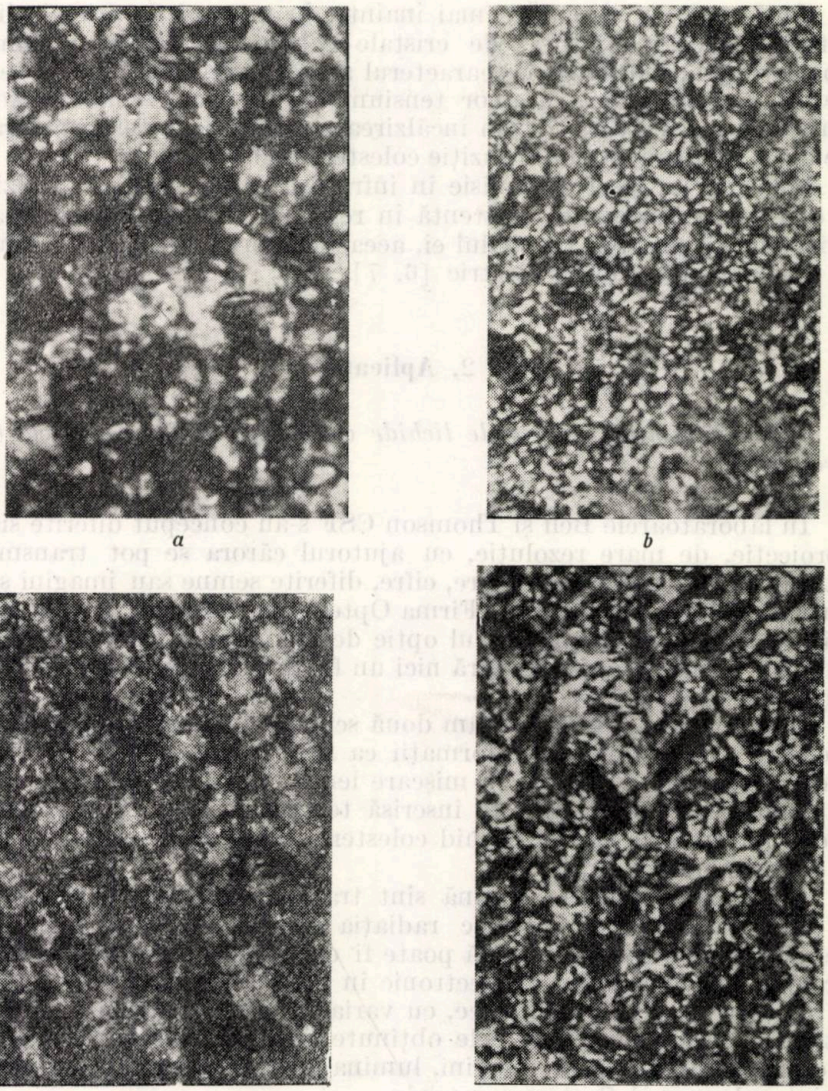


Fig. 4. Aspecte microstructurale la mixtura 75 : 25 % clorură-crotona de colesteril. (a) 0 volți. (b) textură conic focală, (c) proces incomplet de nematizare, (d) textură conic focală după nematizare.

Existența unui *efect de cîmp pur* caracterizează acest efect de memorie ; într-adevăr, curentul electric implicat este neglijabil. Efectul prezintă și avantajul de a permite, la temperatura camerii, înscrierea sau ștergerea informațiilor în intervale de timp foarte scurte.

Dispozitive cu sisteme de comandă termică şi sisteme de ştergere electrică.

Conform celor discutate mai înainte, în mixturi de cristale lichide colesterice (sau în mixturi de cristale lichide colesterice şi nematice) se poate realiza, indiferent de caracterul anizotropiei dielectrice o textură conic-focală prin aplicarea unor tensiuni electrice convenabile. Această textură poate fi „ştearsă" prin încălzirea stratului la o temperatură mai mare decît temperatura de tranziţie colesteric-lichid izotrop.

Folosind un laser cu emisie în infraroşu se pot realiza încălziri locale care şterg informaţia existentă în regiunea în care fasciculul a fost focalizat pe dispozitiv. La rîndul ei, această informaţie poate fi reînscrisă prin aplicarea unui cîmp electric [6. 7].

2. Aplicaţii

Valve de lumină cu cristale lichide colesterice bazate pe efecte termo-electro-optice.

În laboratoarele Bell şi Thomson CSF s-au conceput diferite sisteme de proiecţie, de mare rezoluţie, cu ajutorul cărora se pot transmite la distanţă, pe linie telefonică, litere, cifre, diferite semne sau imagini statice ori cu variaţii lente în timp [8] Firma Optel a pus la punct un tub catodic numit *reflicon* ce foloseşte efectul optic de memorie şi păstrează un timp îndelungat o imagine afişată, fără nici un fel de consum de energie pentru menţinerea acesteia *).

În Fig. 5 a şi 5 b prezentăm două scheme bloc pe care le propunem în vederea transmiterii de informaţii ca de exemplu : date de proces, mesaje, fotografii şi imagini în mişcare lentă etc.

Informaţia de afişat este înscrisă temporar pe o valvă de lumină avînd o mixtură de cristal clichid colesteric, care poate prezenta efectul util de memorare.

Electrozii valvei de lumină sînt transparenţi pentru lumina vizibilă dar absorb foarte puternic radiaţia infraroşie. De aceea, într-un astfel de sistem valva de lumină poate fi excitată termic cu ajutorul unui laser în zone punctiforme şi electronic în mod selectiv.

Pentru semnalele analogice, cu variaţie lentă, provenite de la traductoare, precum şi pentru cele obţinute de la calculatoarele de proces sau de la analizoarele de imagini, lumina laser de înscriere este derivată cu ajutorul unor deflectoare speciale.

Atîta timp cît informaţiile de afişat sînt memorate pe valva de lumină ele se proiectează direct pe ecran. Ştergerea se face cu comandă electrică utilizînd un semnal de cîţiva kilohertzi. Pînă în prezent s-au

---

*) Un astfel de dispozitiv a fost realizat în variante cu mixturi colesterice sau smectice — colesterice. Energia necesară pentru înscrierea informaţiilor sau a imaginilor este de circa $5 \cdot 10^3$ m.J/cm^2.

Pentru o descriere mai amplă a diferitelor sisteme utilizate în vederea stocării sau transmiterii informaţiilor utilizînd dispozitive cu cristale lichide vezi [9].

putut memora mesaje și imagini timp de mai multe luni. Este interesant faptul că pentru transmiterea imaginilor prin semnale electrice de joasă frecvență, semitonurile se obțin prin simpla modulare a tensiunii electrice aplicate pe stratul de cristal lichid colesteric sau smectic, nefiind necesar un modulator acusto-optic special.

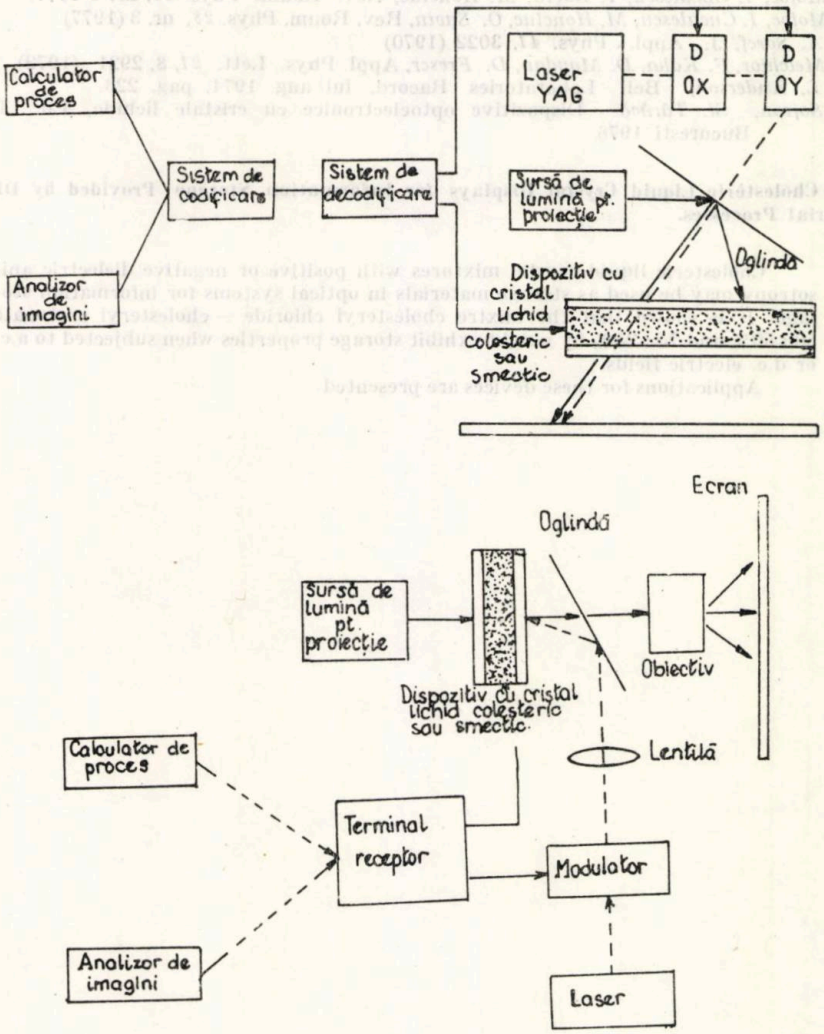


Fig. 5 a — b. Schema bloc ale unor sisteme de transmiterea informațiilor având valve de lumină cu mixturi de cristale lichide colesterice.

Mixturile examinate în această lucrare prezintă proprietățile necesare utilizării lor ca valve de lumină în schemele propuse. Cu ajutorul lor, mesajele pot fi memorate, la temperatura camerii cîteva zile; acest interval de timp poate fi prelungit dacă se atașează dispozitivului un sistem de încălzire care să-i ridice temperatura cu cîteva grade.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Heilmeier, J. E. Goldmacher*, Appl. Phys. Lett, *13*, 132 (1968)
2. *K. H. Walter, H. H. Kruger*, Ber. Bunsen Ges. *78*, 912 (1974).
3. *G. Meier, e. Sackmann, J. G. Grabmaier* — Applications of Liquid Crystals, Springer Verlag, Berlin 1975)
4. *C. Moţoc, I. Cuculescu, I. Baciu, M. Honciuc*, Rev. Roum. Phys. *28*, nr. 1 1977.
5. *C. Moţoc, I. Cuculescu, M. Honciuc, O. Savin*, Rev. Roum. Phys. *28*, nr. 3 (1977)
6. *R. A. Soref*, J. Appl. Phys. *41*, 3022 (1970)
7. *H. Melchior, F. Kahn, D. Maydan, D. Freser*, Appl. Phys. Lett. *21*, 8, 2921 (1972)
8. *K. L. Anderson*, Bell Laboratories Racord, iul/ aug. 1974, pag. 223.
9. *E. Sofron, St. Târâcă* — Dispozitive optoelectronice cu cristale lichide, Ed. Tehnică, Bucureşti 1976.

Cholesteric Liquid Crystal Displays for Information Storage Provided by Different Industrial Processes.

Cholesteric liquid crystal mixtures with positive or negative dielectric anisotropy may be used as storage materials in optical systems for information storage. It is shown that the mixtre cholesteryl chloride — cholesteryl crotonate 50 : 50 % and 75 : 25 % by weight exhibit storage properties when subjected to a.c. or d.c. electric fields.

Applications for these devices are presented.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. 621.314.263

CALCULUL ÎN REGIM TRANZITORIU ȘI PERMANENT AL DUBLORULUI FEROMAGNETIC DE FRECVENTA

CONSTANTIN GHIȚA*

În lucrare se prezintă calculul dublorului feromagnetic de frecvență în regim trazitoriu și permanent, pornind de la ecuațiile lui de funcționare, aproximînd caracteristica magnetică cu o funcție exponențială și cu funcția sinus hiperbolic. Pentru integrarea sistemului de ecuații diferențiale obținut se aplică metoda Runge Kutta de ordinul 4. Verificările efectuate arată o bună concordanță între rezultatele teoretice și experimentale obținute.

Multiplicatoarele feromagnetice de frecvență constituie un mijloc important de obținere a unor frecvențe superioare frecvenței de 50 Hz. Acestea funcționează optim dacă miezul magnetic are o caracteristică magnetică $h(b)$ care se saturează brusc și dacă punctul de funcționare, corespunzător regimului permanent, se găsește pe cotul de saturație al caracteristicii magnetice.

Dublorul de frecvență este un multiplicator feromagnetic care se utilizează în cele mai diverse domenii : la alimentarea motoarelor de mare viteză, în instalațiile de sudură și electroeroziune, în automatizări, fiind deosebit de sigur în funcționare, la alimentarea lămpilor fluorescente, la încălzirea pieselor prin inducție sau la călirea acestora, etc.

Calculul analitic al dublorului feromagnetic de frecvență nu este simplu datorită neliniarității pronunțate a caracteristicii magnetice a miezurilor sale. În lucrările [1] — [4] se calculează dublorul de frecvență aproximîndu-se caracteristica magnetică cu două segmente de dreaptă iar în lucrarea [5] se face calculul în regim permanent al dublorului de frecvență, considerînd aproximarea analitică a caracteristicii magnetice sub forma unui sinus hiperbolic și sub forma unei funcții exponențiale. O rezolvare inginerească suficient de precisă a problemei calculului în regim permanent, al dublorului feromagnetic de frecvență este prezentată în lucrările [6] și [7] folosind metoda modelizării fizice.

În prezenta lucrare se face calculul în regim tranzitoriu și în regim permanent de funcționare al dublorului feromagnetic de frecvență, pornind de la ecuațiile lui de funcționare aproximînd caracteristica magnetică

Manuscris predat redacției la data de 12 octombrie 1977.

* Asistent dr. ing. la Catedra de mașini electrice.

cu o funcție exponențială. Metoda de rezolvare a sistemului diferențial cu care se echivalează ecuațiile de funcționare ale dublorului este o metodă numerică cu pornire autonomă și anume metoda Runge-Kutta de ordinul 4.

1. Ecuații generale de funcționare

Ecuațiile de funcționare ale dublorului feromagnetic de frecvență, a cărui schemă de principiu este prezentată în figura 1, sînt următoarele :

$$-w_1 S_{Fe} \frac{\mathrm{d}}{dt}(b_A - b_B) = 2R_1 i_1 - \sqrt{2}\, U_1 \cos(\omega t + \psi) \tag{1}$$

$$-w_2 S_{Fe} \frac{d}{dt}(b_A + b_B) = R_2' i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2}\int i_2 \,\mathrm{d}t \tag{2}$$

$$w_1 i_1 + w_2 i_2 + w_0 I_0 = l_{Fe} h_A \tag{3}$$

$$-w_1 i_1 + w_2 i_2 + w_0 I_0 = l_{Fe} h_B \tag{4}$$

$$h_A = h_A(b_A) \tag{5}$$

$$h_B = h_B(b_B) \tag{6}$$

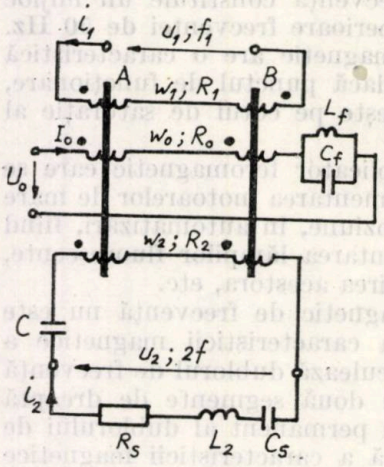


Fig. 1 Schema de principiu a dublorului feromagnetic de frecvență

Mărimile notate cu indicele 1 se referă la circuitul de alimentare, cele notate cu indicele 0 se referă la circuitul de premagnetizare în curent continuu. Cu l_{Fe}, S_{Fe} s-au notat lungimea și secțiunea transversală a circuitului feromagnetic al dublorului, cu ω și ψ pulsația tensiunii de alimentare și faza inițială a acesteia, iar cu R_2' și C_2 s-au notat mărimile :

$$\begin{cases} R_2' = R_s + 2R_2 \\ C_2 = \dfrac{CC_s}{C + C_s} \end{cases} \tag{7}$$

în care indicele s se referă la mărimile corespunzătoare sarcinii. Celelalte notații care apar în ecuațiile (1—6) sînt precizate în figura 1.

Caracteristica magnetică $h = h(b)$ a miezurilor dublorului de frecvență se aproximează analitic cu ajutorul unei funcțiuni exponențiale [8—9].

$$h = \alpha (e^{\beta b} - 1) \tag{8}$$

Coeficienții α și β sînt constante de material și se determină dacă se consideră două puncte bine alese [5], [9] ale caracteristicii magnetice.

Factorul de putere global al dublorului feromagnetic de frecvență are valori nu prea mari cos $\varphi \in (0{,}4 - 0{,}6)$, de aceea funcționarea acestuia este optimă dacă în circuitul secundar se pune o capacitate de compensare C, ce are rolul de a îmbunătăți caracteristicile de funcționare. Valoarea acestei capacități se alege cum se arată în [6]. Datorită factorului de putere redus, aplicațiile industriale ale dublorului de frecvență sînt îndreptate cu precădere în acele domenii în care impedanța de sarcină are un pronunțat caracter rezistiv sau capacitiv.

2. Calculul curenților în regim tranzitoriu

Cu ajutorul sistemului de ecuații diferențiale (1) — (6) care descrie funcționarea dublorului de frecvență se vor deduce expresiile derivatelor curentului în raport cu timpul, considerînd expresia caracteristicii magnetice o exponențială. Se introduc notațiile

$$\begin{cases} w_1 i_1 = x \\ w_2 i_2 = y \end{cases} \tag{9}$$

Se derivează relațiile (3—6) în raport cu timpul, după ce se ține seama de relația (8), apoi se egalează valorile derivatelor dh_A/dt și dh_B/dt din respectivele relații, rezultînd două ecuații diferențiale neliniare. Cu ajutorul acestor ecuații se determină valorile derivatelor în raport cu timpul ale inducțiilor magnetice b_A și b_B. Apoi se înlocuiesc toate mărimile rămase în funcție de solenațiile x și y și în final se obțin următoarele relații :

$$\begin{cases} \dfrac{db_A}{dt} = \dfrac{1}{\beta E_1}\left(\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt}\right) \\ \dfrac{db_B}{dt} = \dfrac{1}{\beta E_2}\left(-\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt}\right) \end{cases} \tag{10}$$

în care cu E_1 și E_2 s-au notat următoarele relații :

$$\begin{cases} E_1 = \alpha l_{Fe} + x + y + w_0 I_0 \\ E_2 = \alpha l_{Fe} - x + y + w_0 I_0 \end{cases} \tag{11}$$

Se derivează din nou relațiile (10) în raport cu timpul și după efectuarea calculelor se găsesc expresiile :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 b_A}{dt^2} = \dfrac{1}{\beta E_1}\left(\dfrac{d^2 x}{dt^2} + \dfrac{d^2 y}{dt^2}\right) - \dfrac{G_1}{\beta E_1^2} \\ \dfrac{d^2 b_B}{dt^2} = \dfrac{1}{\beta E_2}\left(-\dfrac{d^2 x}{dt^2} + \dfrac{d^2 y}{dt^2}\right) - \dfrac{G_2}{\beta E_2^2} \end{cases} \tag{12}$$

unde s-au mai notat :

$$\begin{cases} G_1 = \left(\dfrac{\mathrm{d}x}{dt} + \dfrac{\mathrm{d}y}{dt} \right)^2 \\ G_2 = \left(-\dfrac{\mathrm{d}x}{dt} + \dfrac{\mathrm{d}y}{dt} \right)^2 \end{cases} \tag{13}$$

Se derivează relaţiile (1) şi (2) în raport cu timpul şi apoi se înlocuiesc derivatele de ordinul doi ale inducţiilor magnetice b_A şi b_B date de relaţiile (12). Din ecuaţiile rezultate se determină, după efectuarea calculelor, derivatele de ordinul doi ale solenaţiilor x şi y sub forma :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = F_1\left(x, y, \dfrac{\mathrm{d}x}{dt}, \dfrac{dy}{dt}, t \right) \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = F_2\left(x, y, \dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}, t \right) \end{cases} \tag{14}$$

în care funcţiile F_1 şi F_2 au următoarele expresii :

$$\begin{cases} F_1 = \dfrac{Q_4Q_3 - Q_2Q_5}{Q_1Q_4 - Q_2^2} \\ F_2 = \dfrac{Q_1Q_5 - Q_2Q_3}{Q_1Q_4 - Q_2^2} \end{cases} \tag{15}$$

unde $Q_1, Q_2, \ldots, Q_5$ sînt funcţii neliniare definite de relaţiile :

$$\begin{cases} Q_1 = -\dfrac{1}{\beta}\left(\dfrac{1}{E_1} + \dfrac{1}{E_2} \right) \\ Q_2 = -\dfrac{1}{\beta}\left(\dfrac{1}{E_1} - \dfrac{1}{E_2} \right) \\ Q_3 = \dfrac{2R_1}{w_1^2 S_{Fe}} \cdot \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \dfrac{G_2}{\beta E_2^2} - \dfrac{G_1}{\beta E_1^1} + \dfrac{\sqrt{2}\omega U_1}{w_1 S_{Fe}} \sin(\omega t + \psi) \\ Q_4 = -\dfrac{1}{\beta}\left(\dfrac{1}{E_1} + \dfrac{1}{E_2} \right) - \dfrac{L_2}{w_2^2 S_{Fe}} \\ Q_5 = \dfrac{R_2'}{w_2^2 S_{Fe}} \cdot \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \dfrac{y}{w_2^2 C_2 S_{Fe}} - \dfrac{G_1}{\beta E_1^2} - \dfrac{G^2}{\beta E_2^2} \end{cases} \tag{16}$$

Se introduc acum notațiile :

$$\begin{cases} z = \dfrac{dx}{dt} \\ u = \dfrac{dy}{dt} \end{cases} \tag{17}$$

Sistemul de ecuații (14) se transformă cu ajutorul notațiilor (17) într-un sistem diferențial neliniar de ordinul întîi de 4 ecuații cu 4 necunoscute x, y, z, u.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = z \\ \dfrac{dy}{dt} = u \\ \dfrac{dz}{dt} = F_1(x, y, z, u, t) \\ \dfrac{du}{dt} = F_2(x, y, z, u, t) \end{cases} \tag{18}$$

Rezolvarea sistemului (18) se poate face dacă se cunosc condițiile inițiale $x(0)$, $y(0)$, $z(0)$ și $u(0)$. Solenațiile inițiale $x(0)$ și $y(0)$ sînt cunoscute. Rămîne să se determine valorile inițiale ale derivatelor solenațiilor [$z(0)$ și $u(0)$]. Acestea se află în felul următor : se înlocuiesc relațiile (10) scrise în momentul inițial în ecuațiile (1) și (2) scrise în momentul inițial și se obține un sistem algebric avînd ca necunoscute pe $z(0)$ și $u(0)$. După efectuarea calculelor se deduc solenațiile inițiale $z(0)$ și $u(0)$

$$\begin{cases} z(0) = \dfrac{u_3u_4 - u_2u_5}{u_1u_4 - u^2{}_2} \\ u(0) = \dfrac{u_1u_5 - u_2u_3}{u_1u_4 - u^2{}_2} \end{cases} \tag{19}$$

în care s-au făcut notațiile :

$$\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{E_1(0)} + \dfrac{1}{E_2(0)} \\ u_2 = \dfrac{1}{E_1(0)} - \dfrac{1}{E_2(0)} \\ u_3 = \dfrac{\sqrt{2}\, U_1\, \beta \cos \psi}{w_1\, S_{Fe}} - \dfrac{2R_1\, \beta}{w_1^2\, S_{Fe}} \cdot x(0) \\ u_4 = \dfrac{1}{E_1(0)} + \dfrac{1}{E_2(0)} + \dfrac{L_2\, \beta}{w^2{}_2\, S_{Fe}} \\ u_5 = \dfrac{R_2'\beta}{w_2^2\, S_{Fe}} \cdot y(0) \\ E_1(0) = x(0) + y(0) + \alpha l_{Fe} + w_0 I_0|_{t=0} \\ E_2(0) = -x(0) + y(0) + \alpha l_{Fe} + w_0 I_0|_{t=0} \end{cases} \tag{20}$$

Sistemul diferențial neliniar (18) se rezolvă folosind condițiile inițiale (19), cu ajutorul unei metode numerice. În acest fel se pot determina valorile curenților i_1 și i_2 care circulă prin înfășurările dublorului în regim tranzitoriu.

3. Verificări experimentale

Încercările experimentale au fost efectuate pe un dublor feromagnetic de frecvență caracterizat de următorii parametri constructivi $S_{Fe} = 0{,}000645$ m^2; $l_{Fe} = 0{,}44$ m; $w_1 = w_2 = w_0 = 282$ spire; $R_1 = R_2 = R_0 = 0{,}88\ \Omega$ (la 75°C); caracteristica magnetică a dublorului are următoarea expresie:

$$h = 0{,}027(e^{5{,}5b} - 1) \tag{21}$$

Tensiunea de alimentare a dublorului a fost $U_1 = 120$ V și frecvența acestei tensiuni 50 Hz. Mărimile corespunzătoare sarcinii dublorului au fost: $R_s = 9{,}74\ \Omega$; $L_2 = 0$; $C_2 = 33 \cdot 10^{-6}\ F$. Curentul de premagnetizare a avut valoarea $I_0 = 1{,}6\ A$.

Condițiile inițiale ale problemei sînt $x(0) = 0$ și $y\,(0) = 0$. Cu ajutorul relațiilor (19) și (20) se determină și $z(0)$ și $u(0)$.

Folosindu-se calculatorul FELIX C—256 s-a rezolvat sistemul de ecuații diferențiale (18), cunoscînd condițiile inițiale de mai sus. Metoda aplicată este metoda Runge Kutta de ordinul 4. În acest fel s-au determinat curenții i_1 și i_2 în regim tranzitoriu.

S-au calculat apoi valorile efective ale curenților i_1 și i_2 ai dublorului, în regim permanent, folosind relațiile:

$$\begin{cases} I_1 = \sqrt{\dfrac{1}{0{,}02}\displaystyle\int_{t_p}^{t_p+0{,}02} i_1^2\,dt} \\ I_2 = \sqrt{\dfrac{1}{0{,}01}\displaystyle\int_{t_p}^{t_p+0{,}01} i_2^2\,dt} \end{cases} \tag{22}$$

Regimul permanent s-a presupus a fi existent din momentul t_p din care valorile instantanee ale curenților i_1 și i_2 diferă de la o perioadă la

Tabela 1

Curentul	Valori măsurate	Valori calculate	Eroare %
$I_1[A]$	2,75	3,022	9,9
$I_2[A]$	1,84	2,047	11,25

alta cu mai puțin de 5%. Rezultatele obținute prin calcul s-au comparat cu cele măsurate experimental. În tabelă se prezintă aceste rezultate.

Erorile obținute între valorile calculate și experimentale ale curenților sînt satisfăcătoare și provin pe de o parte din faptul că expresia analitică a caracteristicii magnetice este aproximativă și pe de altă parte din faptul că metoda numerică de rezolvare a sistemului (18) este și ea aproximativă. De asemenea integralele (22) se calculează aproximativ folosind formula lui Simpson.

Perioadele 0,02 secunde, respectiv 0,01 secunde s-au împărțit în cîte 40 de intervale, cînd s-au calculat numeric integralele (22).

Concluzii

Calculul în regim tranzitoriu și permanent al dublorului feromagnentic de frecvență se poate face integrînd sistemul diferențial neliniar (18), prezentat în lucrare.

Expresia analitică a caracteristicii magnetice s-a considerat a fi o exponențială. În cazul în care această caracteristică se aproximează cu ajutorul funcțiunii sinus hiperbolic

$$h = \alpha' \operatorname{sh} \beta' b, \tag{23}$$

atunci toate expresiile de calcul (14—20) rămîn valabile și în acest caz cu singura deosebire că funcțiunile neliniare (11) și (13) au următoarele expresii :

$$\begin{cases} E_1' = \sqrt{(x + y + w_0 I_0)^2 + (\alpha l_{Fe})^2} \\ E_2' = \sqrt{(-x + y + w_0 I_0)^2 + (\alpha l_{Fe})^2} \\ G_1' = \dfrac{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 (x + y + w_0 I_0)}{E_1'} \\ G_2' = \dfrac{\left(-\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 (-x + y + w_0 I_0)}{E_2'} \end{cases} \tag{24}$$

Așadar pentru calculul în regim tranzitoriu și permanent al dublorului feromagnetic de frecvență se pot folosi pentru aproximarea analitică a caracteristicii magnetice, fie o funcție exponențială, fie un sinus hiperbolic. Se alege în calcul funcția care aproximează mai bine caracteristica magnetică.

Pentru integrarea numerică a sistemului (18) există în biblioteca de programe a calculatoarelor o subrutină specializată numită RKGS, a cărei folosire presupune numai introducerea ecuațiilor (18), a condițiilor inițiale, a pasului de integrare, a timpului pînă la care se dorește să se facă integrarea și a erorii de calcul impusă. De asemenea în literatură au apărut și alte lucrări în care se prezintă programe referitoare la integrarea ecuațiilor diferențiale neliniare de tip Cauchy [10].

BIBLIOGRAFIE

1. *Biringer, P. P.*, Design of the Resistively Loaded Static Frequency Doubler. P.A.S., oct., 1956.
2. *Bamdas, A. M., Blinov, I. V., Zaharov, N. V., Sapiro. S. V.*, Ferromagnitnie umnojiteli ciastoti, Moscova, ed. Energhia, 1968, 176 p.
3. *Bamdas, A. M., Kulinici, V. A., Sapiro, S. V.*, Staticeskie electromagnitnie preobrazovateli ciastoti i cisla faz, Moscova, Gosenergoizdat, 1961.
4. *Rozemblat, M. A.*, Magnitnie elementi avtomatiki i vîcislitelnoi tehniki, Moscova, Nauka, 1966, 719 p.
5. *Ghi$_5$a, C.*, Electrotehnica, 21, nr. 2, 1973.
6. *Ghita, C.*, Studiul metodelor de rezolvare a circuitelor magnetice neliniare cu aplicații la calculul unor convertizoare electromagnetice de energie. Teză de doctorat, Institutul Politehnic, București, 1977.
7. *Crăciunescu, A., Ghita, C.*, Electrotehnica, 19, Nr. 7, 1971.
8. *Ghita, C.*, Electrotehnica, 24, Nr. 2, 1976.
9. *Ghita, C.*, Electrotehnica, 22, Nr. 9—10, 1974.
10. *Dumitrache$_5$ I., Atodiroaiei, M.*, Program de simulare a sistemelor dinamice — SIMSID — Litografia I.P.B., 1975.

Calculation de doubleur ferromagnetique de frequence dans le regim transitoire et permanent

Dans l'article on presente le calcul de doubleur ferromagnetique de frequence dans le regim transitoire et permanent a l'aide des son equations.

On approximé le characteristique magnetique avec une fonction exponential et avec une fonction sinus hyperbolique. Les equation obtennu on resoudre avec la methode numerique Runge-Kutta.

Les resultats teorique obtenue dans l'article sont verifié à l'aide des experiences.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.38.04.

PROIECTAREA ȘI MINIMIZAREA AUTOMATĂ A SISTEMELOR LOGICE SECVENȚIALE

SANDA MAICAN, GH. M. ȘTEFAN *

Problema complexă a proiectării și minimizării automate a SLS, poate fi rezolvată pornind de la modelarea acestora ca sisteme cu stări finite, SSF. Aplicarea relației de«echivalență și compatibilitate în spațiul stărilor, conduce la reducerea acestuia. O a doua etapă a minimizării constă în reducerea spațiului de intrare și a sistemului logic combinațional asociat.

1. Definirea sistemelor logice secvențiale, *SLS*.

Se cunoaște [1], [2], [5], că descrierea matematică a *SLS* poate fi dată de cvintuplul :

$$S = (X, Y, Q, f, g)$$

unde :

$$X = \{X_1, X_2, \ldots X_n\} \text{ cu } X_k = (x_{k1}\, x_{k2} \ldots x_{kn})$$

$$Y = \{Y_1, Y_2, \ldots Y_m\} \text{ cu } Y_i = (y_{i1}\, y_{i2} \ldots y_{im})$$

$$Q = \{Q_1, Q_2, \ldots Q_p\} \text{ cu } Q_j = (q_{j1}\, q_{j2} \cdots q_{jp})$$

$$f = X \times Q \to Q$$

$$g : X \times Q \to Y \text{ (Mealy) sau } g : Q \to Y \text{ (Moore)}$$

Funcțiile caracteristice definind modificările ieșirii și stării sistemului, pot fi reprezentate prin grafuri sau tabele de tranziție, așa cum se arată în figura 1.

Pentru proiectarea unui sistem astfel definit este necesară parcurgerea mai multor etape :

a) minimizarea sistemului prin reducerea spațiului stărilor, deci prin construirea sistemului echivalent :

$$S_e = (X, Y, Q_e, f_e, g_e)$$

Manuscris predat la data de 6 ianuarie 1977.

* Asistent ing. la Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice; Asistent ing. la Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice.

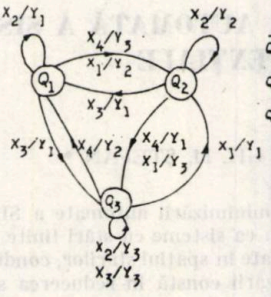
unde :

$$Q_e = (Q_{e1},\ Q_{e2},\ \ldots\ Q_{er}) \text{ cu } Q_{er} = (q_{e1}\ q_{e2},\ \ldots\ q_{er},)$$

şi $r \leqslant p$,

b) minimizarea prin reducerea numărului de intrări şi a SLC asociat *SLS*.

c) implementarea *SLC* asociat *SLS*.



	x_1	x_2	x_3	x_4
Q_1	Q_2/Y_2	Q_1/Y_1	Q_3/Y_1	Q_2/Y_3
Q_2	Q_3/Y_3	Q_2/Y_2	Q_1/Y_1	Q_3/Y_1
Q_3	Q_2/Y_1	Q_3/Y_3	Q_3/Y_3	Q_1/Y_2

Fig. 1

2. Reducerea numărului de stări al SLS

Fiind dat spaţiul stărilor :

$$Q = \{Q_1, Q_2, \ldots\ Q_p\}$$

se poate aplica relaţia unară definită de proprietatea : pentru orice secvenţă de intrare, x_k, aplicabilă în stările Q_i şi Q_j, Q_i conduce la aceeaşi valoare a funcţiei de ieşire ca şi Q_j, adică :

$$g(X_k, Q_i) = g(X_k, Q_j)$$

Este evident că relaţia este simetrică, reflexivă şi tranzitivă, deci este o relaţie de echivalenţă. Dacă relaţia se păstrează pentru o secvenţă de lungime f, stările se numesc f — echivalente.

Pe baza acestei relaţii se poate realiza o partiţie a spaţiului stărilor în clase de f-echivalenţă, C_k^f.

Se poate construi sistemul :

$$S_e = (X, Y, Q_e, f_e, g_e)$$

astfel încît, fiecărei clase C_k^f să-i corespundă o stare în Q_e, Q_{ek}, şi :

a) dacă $f(Q,\ X) = C_k$, atunci $f_e(Q_e, X) = Q_{ek}$;

b) $g(Q, X) = g_e(Q_e, X)$.

Sistemul astfel construit se numește forma redusă a lui S și se poate ușor demonstra că are următoarele proprietăți:

— este echivalent cu S;
— nu conține stări echivalente;
— este sistemul minim echivalent cu S.

Astfel, pentru sistemul S_1, definit în tabelul 1.a, clasele de echivalență sînt:

$$C_1^1 = (Q_1, Q_2, Q_4) \text{ și } C_2^1 = (Q_3).$$

Tabelul 1

	X_1	X_2	X_3	X_4
Q_1	$Q_4/0$	$Q_1/1$	$Q_3/0$	$Q_2/1$
Q_2	$Q_2/0$	$Q_4/1$	$Q_3/0$	$Q_1/1$
Q_3	$Q_3/1$	$Q_3/$	$Q_2/1$	$Q_1/0$
Q_4	$Q_1/0$	$Q_4/1$	$Q_3/0$	$Q_4/1$

a)

	X_1	X_2	X_3	X_4
Q_{e2}	$Q_{e1}/0$	$Q_{e2}/0$	$Q_{e2}/0$	$Q_{e1}/0$
Q_{e2}	$Q_{e2}/1$	$Q_{e2}/0$	$Q_{e1}/1$	$Q_{e1}/0$

b)

Deci S_1 poate fi înlocuit cu S_2 (tabelul 1.b) care are doar jumătate din stările sistemului inițial.

Este evident că formalismul descris se pretează programării pe calculator, algoritmul de determinare a claselor de echivalență conținînd etape de comparare a liniilor matricii de ieșire și stare, corespunzătoare tuturor combinațiilor de stări.

3. Minimizarea spațiului stărilor la SLS incomplet specificate

Este ușor de demonstrat că, la SLS incomplet specificate, atribuirea unor valori arbitrare, unice pentru variabilele de ieșire și aplicarea relației de echivalență nu conduc la o formă minimă a sistemului. Aceasta se poate obține prin atribuirea unui *set* de valori variabilelor nespecificate, astfel încît stările ce, pentru orice secvență de intrare, conduc la aceeași secvență de ieșire, numite stări compatibile, să poată fi grupate în clase de compatibilitate. Această grupare nu este o partiție; pot exista mai multe clase care să conțină o aceeași stare, deoarece $Q_i \sim Q_j$ (compatibile) și $Q_j \sim Q_k$ nu conduc la $Q_i \sim Q_k$.

Problema reducerii lui Q, în acest caz este deosebit de complexă și se rezolvă în mai multe etape, a căror îmbunătățire s-a situat în centrul atenției multor cercetători în ultimii ani. O selecție a celor mai perfecționate metode va fi prezentată succint în cele ce urmează.

S-a demonstrat [3] că, soluția pentru sistemul minim este constituită de setul închis de clase de compatibilitate care acoperă stările sistemului inițial.

Etapele algoritmului sînt următoarele:

1. Determinarea claselor de maximă compatibilitate, CMC, printr-un proces de comparare a liniilor matricilor de intrare și stare, proces ce

poate fi definit cu ajutorul unui program similar cu cel de stabilire a claselor de echivalenţă.

2. Determinarea setului de clase implicate, pentru fiecare intrare, de CMC. Clasele implicate, C_i, sînt definite de următoarele condiţii:

a) nu aparţin clasei de maximă compatibilitate care le implică;

b) conţin mai mult de un element;

c) C_i nu sînt incluse în nici o clasă implicată de aceeaşi CMC

$$C_i \not\subseteq T_j, C_j \in CMC.$$

Stabilirea CMC are o importanţă deosebită deoarece, acestea, pe de o parte sînt membre potenţiale ale soluţiei, iar pe de altă parte generează toate clasele posibile de compatibilitate.

3. Determinarea claselor de compatibilitate, C, generate de CMC. Dintre acestea doar unele sînt luate în consideraţie pentru soluţia finală. Acestea, împreună cu CMC se numesc clase de primă compatibilitate, CPC.

4. Determinarea setului de clase implicate, P_i, de către fiecare din clasele de compatibilitate, C.

5. Stabilirea acelor clase C care fac parte din categoria CPC, printr-un proces de eliminare a claselor C_x care:

a) sînt incluse în alte clase (C sau CMC)

$$C_x \subset C_y;$$

b) au setul de clase implicate P_x acoperitor pentru P_y

$$P_x \supseteq P_y.$$

6. Ultima etapă în determinarea soluţiei constă în selectarea din rîndul CPC a tuturor acelor clase care îndeplinesc atît condiţia de acoperire a tuturor stărilor sistemului iniţial cît şi condiţia de închidere (orice set implicat de C şi CMC să fie inclus într-unul din seturile soluţiei).

Problema se rezolvă cu ajutorul programării liniare deoarece fiecare linie a tabelului CC poate fi exprimată de o ecuaţie booleană de tipul:

$$C_1 + \bar{C}_2 + C_4 + \ldots + C_r = 1 \quad (C_{ij})$$

unde, variabila complementată exprimă faptul că C_{ij} este implicată de clasa respectivă $(C_2) \cdot C_k$ apare necomplementat atunci cînd C_{ij} este conţinut în C. Dacă nici una din condiţiile anterioare nu este îndeplinită, C_k nu apare în expresia ecuaţiei.

Se ajunge astfel la un set de ecuații care pentru un sistem particular cu $k = 4$ și $j = 5$ poate avea forma:

$$\left.\begin{aligned} C_1 + \bar{C}_2 \quad\quad + C_4 &= 1\ (C_{i1}) \\ \bar{C}_1 \quad + C_3 + \bar{C}_4 &= 1\ (C_{i2}) \\ C_2 + \bar{C}_3 \quad\quad &= 1\ (C_{i4}) \end{aligned}\right\} \text{secțiune de închidere}$$

$$\left.\begin{aligned} C_1 + C_3 \quad\quad &= 1\ (C_{i4}) \\ C_3 + C_4 &= 1\ (C_{i5}) \end{aligned}\right\} \text{secțiune de acoperire}$$

Determinarea soluției se face urmărind următoarele secvențe:

— Se poate elimina variabila necomplementată dintr-o linie (C_{ij}), dacă există o altă linie ce conține aceeași variabilă complementată și toate celelalte variabile necomplementate ale liniei C_{ij}, deci dacă linia C_{ij} este acoperită de linia C_{ik};

$$C_{ij} \subset C_{ik}.$$

— Se elimină variabila C_k (necomplementată) dacă apare în aceleași ecuații cu altă variabilă C_s. C_s poate apare și în alte ecuații decît C_k, dar nu trebuie să fie complementară. (C_k este acoperită de C_s — acoperire pe coloane). După eliminarea variabilei C_k se pot înlătura și ecuațiile în care apare $\bar{C}_k$

— Dacă o ecuație conține numai o singură variabilă necomplementată, C_k, aceasta este un membru al soluției și toate ecuațiile în care apare C_k pot fi eliminate.

— O ecuație poate fi eliminată dacă conține aceleași variabile complementate și necomplementate, cu altă ecuație (ecuații duble)

— Dacă o variabilă apare numai complementată, aceasta poate fi eliminată, împreună cu ecuațiile în care apare.

Se recomandă aplicarea secvențelor de reducere în ordinea prezentată. Dacă o secvență este nesemnificativă, se trece la următoarea repetîndu-se ciclul de secvențe pînă cînd tot amsamblul devine nesemnificativ. Se ajunge astfel la determinarea claselor de compatibilitate care vor constitui stările sistemului redus:

$$\{Q_{i1},\ Q_{i2}, \ldots Q_{ir}\};\ r \leqslant p.$$

Aceasta are implicații directe asupra numărului de intrări ale *SLC* asociat *SLS*:

$$r' = [\log_2 r] \leqslant p'$$

Algoritmul de reducere prezentat poate fi programat pe calculator, aceasta conducînd la automatizarea proiectării.

Pentru exemplificare se va considera sistemul cu 8 stări și 7 intrări din tabelul 2.

Aplicînd algoritmul de reducere se determină cinci clase de maximă compatibilitate :

$$\{Q_1\ Q_2,\ Q_4,\ Q_5\},\ \{Q_2,\ Q_3,\ Q_4\},\ \{Q_3,\ Q_6,\ Q_7\},\ \{Q_4,\ Q_5,\ Q_8\}\ ,\ \{Q_1,\ Q_8\}$$

Tabelul 2

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_5	X_7
Q_1	$Q_1/0$	—	$Q_4/0$	$Q_5/1$	$Q_2/0$	$Q_1/-$	—
Q_2	$Q_2/0$	$Q_4/1$	$Q_1/-$	—	$Q_1/-$	$Q_1/1$	—
Q_2	$Q_2/0$	$Q_4/1$	$Q_1/1$	—	—	—	$Q_4/0$
Q_4	—	$Q_5/-$	—	$Q_2/-$	$Q_2/0$	—	$Q_1/-$
Q_5	$Q_2/-$	$Q_5/-$	$Q_1/-$	—	$Q_2/-$	$Q_5/-$	$Q_1/1$
Q_4	$Q_2/0$	$Q_3/-$	—/1	$Q_4/1$	Q /1	$Q_4/1$	—
Q_4	—	$Q_3/1$	—	$Q_5/1$	—	$0Q_7/0$	$Q_6/0$
Q_2	$Q_1/1$	$Q_5/0$	$Q_4/1$	$Q_2/0$	$Q_2/0$	$Q_2/-$	$Q_5/-$

Cu ajutorul metodelor 2— 5 se stabilesc clasele de primă compati bilitate (12 la număr) precum şi clasele implicate de acestea (în număr de 13). Utilizînd secvenţele de reducere prezentate la punctul 6 se obţine soluţia ecuaţiilor de închidere şi acoperire, concretizată prin selectare claselor :

$$Q_{c1} = \{Q_1, Q_2, Q_4,\ Q_5\},\ Q_{c2} = \{Q_4,\ Q_5,\ Q_8\},\ Q_{c3} = \{Q_2,\ Q_3\},\ Q_{c4} = [Q_7, Q_8]$$

Deci, după reducere, sistemul va avea doar patru stări (tabelul 3)

Tabelul 3

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_4	X_4
Q_{e1}	$Q_{e1}/0$	$Q_{e2}/1$	$Q_{e1}/0$	$Q_{e1}/1$	$Q_{e1}/0$	$Q_{e1}/0$	$Q_{e1}/1$
Q_{e2}	$Q_{e1}/1$	$Q_{e1}/0$	$Q_{e1}/1$	$Q_{e3}/0$	$Q_{e3}/0$	$Q_{e2}/-$	$Q_{e1}/1$
Q_{e3}	$Q_{e3}/0$	$Q_{e2}/1$	$Q_{e1}/1$	—	$Q_{e1}/-$	$Q_{e1}/1$	$Q_{e4}/0$
Q_{e4}	$Q_{e1}/0$	$Q_{e3}/1$	—/1	$Q_{e2}/1$	$Q_{e4}/1$	$Q_{e4}/0$	$Q_{e4}/0$

Evident, în cazul sistemelor complexe, avînd multe stări, rezultă un număr mare de clase de primă compatibilitate şi de seturi de clase implicate. Soluţia nu mai poate fi obţinută decît cu ajutorul calculatoruul, programul conţinînd toate etapele prezentate anterior.

4. Minimizarea şi implementarea SLC asociat SLS

Pentru *SLC* asociat *SLS* redus ca număr de stări se poate construi tabelul de adevăr care este specificat, la intrare, de matricele :

$$|x_{ij}|_{j=1..n}^{i=1..n} \quad \text{şi} \quad |q_{kh}|_{g=1..r}^{k=1..r}$$

iar, la ieșire, de matricele :

$$|q_{kh}|_{n=1..r}^{k=1..r} \quad \text{și} \quad |y_{st}|_{t=1..m}^{s=1..m}$$

construite conform tabelului de tranziții.

Deci, numărul de intrări în *SLC*, egal cu :

$$n' + r'$$

a fost deja redus prin redimensionarea spațiului stărilor, prezentată în capitolele anterioare.

Fiecare din cele $m' + r'$ ieșiri ale *SLC* poate fi reprezentată printr-o funcție booleană cu $n' + r'$ variabile de intrare. Deci *SLC* poate fi, în continuare, minimizat și implementat independent de *SLS* din care derivă, pornind doar de la tabelul de adevăr.

Problema minimizării trebuie tratată în strînsă corelare cu implementarea, deoarece metodele și soluții le alese depind de tipul componentelor utilizate.

Deosebim astfel următoarele cazuri :

1. Implementarea cu porți. În această situație este necesară minimizarea și se pot utiliza procedee cunoscute : diagrame Veitch-Karnaugh Harward, metoda Quinne-McCluskey. Dintre acestea, ultima are un algoritm mai ușor de programat pe calculator.

Procesul de realizare al *SLC* conține de fapt trei etape :

— determinarea implicaților primi, *IP* ;
— alegerea acelor *IP* care conduc la forma minimă ;
— implementarea cu diferite tipuri de porți.

Calculatorul are un rol esențial doar în prima etapă și în special pentru un spațiu de intrare cu mai mult de 2^2 vectori ($p' + n' < 6$)

Celelalte două etape menționate sînt parcurse în strînsă corelare, presupunînd un efort creativ din partea proiectantului, deci rolul calculatorului va fi redus. Ca exemplu se poate considera cazul a mai multe funcții cu aceleași variabile de intrare. Este evident că la sistemul minim se poate ajunge, în majoritatea aplicațiilor, luînd în considerare pentru forma finală, implicanții primi comuni tuturor funcțiilor, nu minimizînd independent fiecare funcție. Trebuie menționat de asemenea că, soluția nu este univocă și depinde puternic de tipul circuitelor utilizate.

2. Implementarea cu multiplexoare și decodificatoare [4] are problemele sale specifice, legate de utilizarea unor structuri *MSI*. Acestea conținînd decodificați în interior toți termenii canonici, *TP*, permit realizarea oricărei funcții logice, prin selectarea numai a acelor *TC* care intervin în expresia funcției. Deci, relativ la implementarea unei anumite funcții booleene, structurile conțin elemente logice în exces, iar minimizarea este lipsită de sens. În figura 2 se prezintă exemplul realizării unei funcții *F* cu 3 intrări, cu ajutorul unui multiplexor de 4 căi.

În afară de cele avute în vedere anterior trebuie arătat că necesitatea minimizării este înlăturată de însuși specificul proiectării cu *MSI* ;

porneşte de la cunoaşterea unor structuri existente (codificatoare, sumatoare, unităţi logico-aritmetice, etc.), comparîndu-se cu cerinţele sistemului ce trebuie realizat.

3. Implementarea cu *ROM*. Şi în acest caz minimizarea funcţiilor booleene este neimportantă, tot din considerentele prezentate anterior. Este totuşi posibilă o minimizare, dar la alt nivel, nu al funcţiilor booleene realizate, ci al *ROM*-ului. Se pot distinge astfel două situaţii :

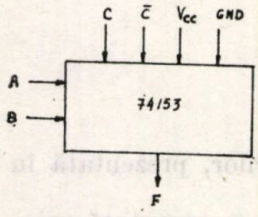


Fig. 2.

a) Reducerea numărului de intrări în *ROM*. Aceasta este posibilă cînd în prelucrare sînt utilizate mai puţin de $2k (k = 5, 8, 9, 10, 11, 12)$ variabile de intrare.

Pentru unele configuraţii particulare de intrare este posibilă o condificare permiţînd reducerea dimensiunilor *ROM*-ului. De exemplu, în figura 3, dacă 8 din variabile pot fi codificate, se reduce cu 97% dimensiunea memoriei realizînd 8 funcţii cu 10 intrări.

b) Reducerea numărului de ieşiri din *RO*. Această reducere se poate obţine tot printr-o codificare [3]. Se aplică în special în sistemele microprogramate.

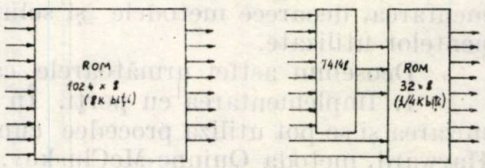


Fig. 3

Presupunem că *ROM*-ul conţine n cuvinte, fiecare fiind format dintr-o submulţime a subcomenzilor $s_1, s_2, \ldots s_m$:

cuvinte	subcomenzi
w_1	$s_3, \quad s_{10}, \quad s \quad s_m$
w_2	$s_1, \quad s_{10} \quad s_{11}, \quad s_{m-k}$
w_n	$s_1, \quad s_3$

Numărul de ieşiri ale *ROM* poate varia între $[2, m]$, limitele corespunzînd situaţiei în care subcomenzile sînt total codificate şi, respectiv necodificate. În primul caz, dimensiunea *ROM*-ului este minimă, dar se adaugă la ieşirea sa un sistem complex de codificare, pierzîndu-se avantajele microprogramării. În cel de-al doilea caz se înlătură necesitatea de codificări, dar *ROM*-ul va fi mai mare. Soluţia optimă corespunde unei medieri a acestor extreme şi se obţine prin codificarea parţială a subcomenzilor.

Pentru soluţia minimă se utilizează algoritmul :

— Se determină clasele de maximă compatibilitate ale subcomenzilor, compatibilitatea fiind definită prin neapartenenţa subcomenzilor la acelaşi cuvînt ;

$s_i \sim s_j$, dacă $s_i \in w_h$ implică $s_j \in w_h$, pentru orice $h = 1, 2, \ldots n$.

— Se determină setul de clase de compatibilitate, CC, care asigură o codificare parțială optimă, avînd costul :

$$B_i = \sum_{n=1}^{n} [\log_2 (\text{numărul de elemente din } C_{ij} + 1)]$$

— Se rezolvă problema acoperirii de către CC a tuturor subcomenzilor, selectîndu-se cele r clase ale soluției.

Trebuie de asemenea menționat că este de dorit ca, suma tuturor costurilor să fie multiplu de 4, pentru a corespunde configurațiilor de memorii ROM existente :

$$\sum_{i=1}^{r} B_i = 4k, \quad k = 1,2,3,\ldots.$$

4. Implementarea cu PLA constituie de fapt o preluare, la alt nivel a problemelor implementării cu porți. *PLA*-urile, structuri cu decodificare și codificare mobilă, sînt utilizate pentru realizarea de *SLC* cu mai mult de 11 intrări. Deoarece, la aceste structuri, numărul de termeni posibil de decodificat este fix și trebuie distribuit raportat la numărul de ieșiri, de asemenea fix, o implementare pornind de la termeni canonici ar fi neeconomică. Ar conduce la scăderea celor 8—10 funcții posibil de realizat uzual cu un *PLA*. De aceea este necesară minimizarea și deci o implementare pornind de la termeni elementari.

Și în acest caz se pot utiliza programe de minimizare obișnuite și, deoarece se realizează mai multe funcții, trebuie acordată o atenție specială termenilor elementari.

Concluzii

Lucrarea a încercat să prezinte problemele legate de proiectarea și minimizarea sistemelor logice secvențele, pornind de la modelarea acestora cu automate cu stări finite. Modelul permite tratarea unitară a acestor sisteme precum și evidențierea aspectelor specifice care intervin în proiectare și minimizare.

Se studiază etapele de proiectare ce pot fi automatizate : reducerea numărului de stări ale sistemului secvențial, determinarea implicanților primi și minimizări de *ROM*-uri pentru *SLC* asociat *SLS*. Programe de concretizare a algoritmelor prezentate pot fi realizate atît în limbajele universale cît și în cele specializate, automatizarea proiectării contribuind eficient la reducerea timpului de implementarea sistemelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Kalman R. E., Falb P. L., Arbib M. A,* Teoria sistemelor dinamice, McGraw Hill, Inc., 1969.
2. *Zadeh L. A., Polak E., ş.a.,* Teoria sistemelor, McGraw Hill, INC. 1969.
3. * * * IEEE Transaction on computers, 1959—1976.
4. *Blakeslee T. R.,* Digital Design with Standard MSI and LSI, John wiley, 1975. I
5. *Dumitrescu S., Ştefan Gh.,* Buletinul Institutului Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti. N°.3/77 seria Electronică. pag 59.

Automatic Design aud Minimization of Synchronons. Sequential Systems

The paper presents an alternative to reduce and design the sequential syse tems, regarding them as discret time systems.

First step : the equivalence and compatibility theorems leads to space reduction.

Second : reduce the input space and the logic system asociated with.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

AUTOMATICĂ

C.Z.: 62.52:681.33

STRATEGII EVOLUATE DE REGLARE NUMERICĂ CU MICROCALCULATOARE

SERGIU CĂLIN*

Lucrarea prezintă algoritmi și organigrame pentru realizarea unor strategii evoluate de reglare numerică prin intermediul microcalculatoarelor. Algoritmii și organigramele prezentate permit ca microcalculatoarele să fie utilizate pentru reglare bipoziționlă cu filtrare simplă a zgomotelor, pentru reglare cu predicție (filtru Smith) a instalațiilor tenologice cu timp mort, pentru reglare cu bandă moartă, pentru reglare cu algoritm variabil, pentru reglare combinată cu compensarea perturbării, pentru reglare în cascadă și pentru reglare multivariabilă.

1. Importanța microcalculatoarelor pentru automatizare

Microcalculatoarele au apărut acum circa 5 ani și după unii autori au realizat un impact tehnologic echivalent cu cel produs de apariția tranzistoarelor.

Microprocesorul (respectiv unitatea centrală de prelucrare, conținînd unitatea aritmetică-logică, unitatea de comandă și registrele aferente) este realizat sub fomra unei pastile în tehnologia circuitelor integrate pe scară largă (LSI) și concentrează o putere de calcul importantă într-un volum foarte redus. Astfel, o pastilă de circa 5×5 mm are o putere de calcul echivalentă cu cea a unității centrale din minicalculatorul PDP8E.

Memoriile semiconductoare, de tip ROM (care permit numai citirea), PROM (care permit numai citirea, dar pot fi programate inițial de utilizator), REPROM (care permit numai citirea, dar pot fi reprogramate de utilizator, de regulă cu radiații ultraviolete) și RAM (care permit atît înscrierea, cît și citirea) ocupă de asemenea volume mici. Ca urmare, microcalculatorul — format din microprocesor, memorii, elemente de intrare-ieșire și magistrale — necesită spații reduse.

Costul microprocesoarelor și al microcalculatoarelor a scăzut continuu în ultimii ani. Calcule tehnico-economice [1] au arătat că pentru reglarea automată a proceselor tehnologice cu algoritmi tipizați simpli (*PI*, *PID*) microcalculatoarele sînt mai avantajoase decît echipamentele analogice clasice, cu condiția ca un microcalculator să deservească prin

Manuscris predat redacției la data de 8 decembrie 1977.

* Prof. dr. ing. la Catedra de automatică II.

multiplexare un număr de cel puțin trei bucle de reglare, costul fiind astfel repartizat între buclele respective.

În ultimii doi ani au apărut pe plan mondial cîteva sisteme unificate de reglare cu microcalculatoare, în care un microcalculator deservește 8 bucle, deci prețul de cost pe buclă devine sensibil mai redus.

La noi în țară au fost elaborate și realizate la catedra Calculatoare din facultatea Automatică, Institutul Politehnic București, microcalculatoarele MC—8 și MC—80, primul fiind în prezent fabricat de Întreprinderea de Calculatoare Electronice București.

Marele avantaj al folosirii microcalculatoarelor, în comparație cu echipamentele analogice clasice de reglare, rezidă în posibilitățile incomparabil mai mari de a realiza strategii evoluate de reglare. Prin oferirea posibilității de a transpune în practică — în condiții tehnico-economic avantajoase — rezultatele teoretice importante obținute în automatică, microcalculatoarele contribuie în măsură însemnată la eliminarea discrepanței care există între progresele obținute în domeniul teoriei sistemelor automate și introducerea rezultatelor respective în practica industrială,

În prezentul articol sînt elaborați algoritmii corespunzători unor strategii evoluate (netipizate) de reglare numerică realizate cu microcalculatoare.

2. Reglare bipoziționalã cu filtrare simplă a zgomotelor

Schema de elemente a unui sistem numeric de reglare bipozițională a temperaturii [2] este reprezentată în figura 1.

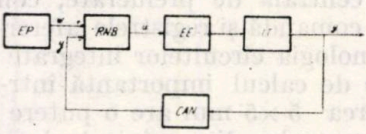


Fig. 1

Regulatorul numeric bipozițional RNB primește de la elementul de prescriere EP mărimea de referință w (sub formă numerică) și mărimea reglată y (prin intermediul convertorului analogic-numeric CAN), determinînd eroarea $\varepsilon = w - y$.

Dacă :

$$\varepsilon > 0, \tag{1}$$

deci :

$$w > y, \tag{2}$$

regulatorul RNB transmite elementului de execuție EE comanda u de conectare a sursei de alimentare a rezistenței de încălzire electrică din instalația tehnologică IT, ceea ce determină creșterea mărimii reglate y și micșorarea erorii ε; în blocul IT este inclus și traductorul pentru măsurarea mărimii y.

Dacă

$$\varepsilon < 0, \tag{3}$$

deci

$$w < y, \tag{4}$$

regulatorul *RNB* transmite elementului de execuţie *EE* comanda de deconectare a sursei de alimentare a rezistenţei de încălzire din blocul *IT*, ceea ce determină micşorarea mărimii y şi micşorarea valorii absolute a erorii.

În figura 2 este reprezentată organigrama corespunzătoare realizării reglării bipoziţionale cu un microcalculator, care efectuează şi o filtrare numerică a zgomotelor de măsurare a temperaturii prin calculul mediei aritmetice a unui număr de n citiri ale mărimii y.

Transmitere comenzilor către elementul de execuţie se efectuează prin intermediul unui dispozitiv de interfaţă.

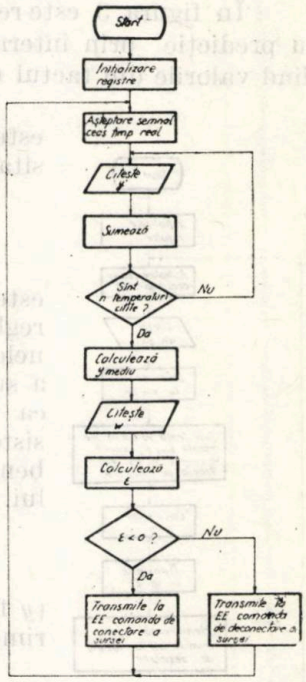


Fig. 2

3. Reglare cu predicţie a instalaţiilor tehnologice cu timp mort

În [3, 4] s-a arătat că prin folosirea unui predictor Smith [5, 6] pentru eliminarea efectelor nefavorabile ale timpului mort τ (existent în interiorul unei bucle de reglare numerică ca urmare a caracteristicii de transfer a instalaţiei tehnologice) este necesar ca mărimea de comand u_n, la tactul de eşantionare n, să aibă expresia

$$u_n = a\,\varepsilon_n + b\,\varepsilon_{n-1} + d\,u_{n-1} + f(u_{n-N} + u_{n-N-1}) \qquad (5)$$

unde :

ε_n, ε_{n-1} sînt valorile erorii ε la tactele n şi $n-1$;

u_{n-1}, u_{n-N}, u_{n-N-1} — valorile mărimii de comandă u la tactele anterioare $n-1$, $n-N$ şi $n-N-1$ (N fiind numărul de tacte corespunzător valorii timpului mort τ);

a, b, d, f — constante ale căror valori depind de parametrii legii de reglare şi ai instalaţiei tehnologice şi de perioada de eşantionare (în blocul instalaţiei tehnologice se consideră incluse elementul de execuţie şi traductorul).

Prin folosirea unui microcalculator mărimea de comandă este determinată simplu în fiecare tact, conform relaţiei (5), prin memorarea valorii erorii la tactul anterior şi prin folosirea unei tabele de decalare în care sînt introduse valorile mărimii de comandă din $N+1$ tacte anterioare succesive : $n-1$, $n-2$, ... $n-N$, $n-N-1$.

În fiecare nou tact are loc actualizarea valorii memorate a erorii şi deplasarea valorilor din tabela de decalare.

Astfel, de exemplu, după determinarea mărimii u_n se înlocuieşte valoarea memorată ε_{n-1} — care a fost necesară în tactul n, conform relaţiei (5) — cu valoarea ε_n, iar în prima căsuţă din tabela de decalare se

introduce valoarea u_n, toate datele din tabelă se deplasează cu cîte o căsuță și din ultima căsuță este scoasă valoare u_{n-N-1}(cea mai veche dintre datele din tabelă), întrucît valorile ε_{n-1} și u_{n-N-1} nu mai sînt necesare pentru determinarea mărimii de comandă u_{n+1}, din tactul care urmează.

În figura 3 este reprezentată organigrama corespunzătoare reglării cu predicție prin intermediul unui microcalculator, mărimile w_n și y_n fiind valorile din tactul n ale mărimii de referință și mărimii măsurate.

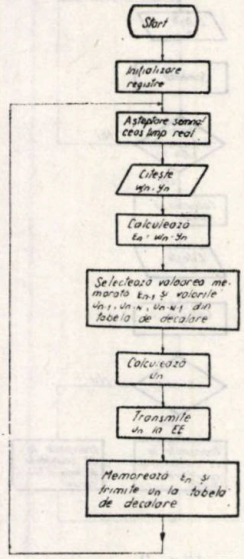


Fig. 3

Se constată că folosirea microcalculatorului este deosebit de avantajoasă, întrucît elimină necesitatea filtrului Smith.

4. Reglare cu bandă moartă

La anumite tipuri de instalații tehnologice este necesară reglarea cu bandă moartă. Astfel, la reglarea nivelului din refierbătoarele aferente coloanelor de distilare intervine o turbulență permanentă a suprafeței lichidului, provocată de fierbere; pentu ca turbulența respectivă să nu influențeze acțiunea sistemului de reglare este indicată adoptarea unei benzi moarte B_m în jurul valorii prescrise w a nivelului. Dacă

$$|\varepsilon| = |w - y| < B_m \tag{6}$$

(y fiind valoarea măsurată a nivelului), atunci mărimea de comandă nu se modifică, respectiv

$$\Delta u = 0\,, \tag{7}$$

deci bucla de reglare nu intră în acțiune, iar dacă

$$|\varepsilon| > B_m\,, \tag{8}$$

atunci regulatorul automat prelucrează eroarea ε după legea de reglare stabilită și modifică mărimea de comandă, deci intervine o variație

$$\Delta u \neq 0. \tag{9}$$

În figura 4 este reprezentată organigrama realizării algoritmului de reglare cu bandă moartă prin intermediul unui microcalculator.

5. Reglare cu algoritm variabil

La sistemele numerice reglarea cu algoritm variabil poate asigura îmbunătățirea performanțelor tranzitorii în sensul în care este asigurată de regulatoarele cu structură variabilă [5] în cazul sistemelor analogice.

Folosirea acestui tip de reglare presupune utilizarea algoritmilor de viteză (incrementali). În cazul unui algoritm de poziție PI, mărimea

de comandă u_{Pn} la tactul n are expresia :

$$u_{Pn} = K_P\,\varepsilon_n + K_I \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i, \tag{10}$$

unde :

ε_i este eroarea al tactul i ;

K_P, K_I sînt parametrii de acordare ai regulatorului, aferenți componentelor proporțională și integrală.

În cazul algoritmului de viteză *PI*, mărimea de comandă u_{Vn} la tactul n rezultă ca diferența mărimilor de comandă u_{Pn} și $u_{P\cdot n-1}$ rezultate la tactele n și $n-1$ prin algoritmul de poziție, deci

$$u_{Vn} = u_{Pn} - u_{P\cdot n-1} = K_P\,\varepsilon_n + K_I \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i -$$

$$-\left(K_P\,\varepsilon_{n-1} + K_I \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon_i\right) = K_P(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}) + K_I\varepsilon_n =$$

$$= K_P\,\varepsilon_n - K_P\,\varepsilon_{n-1} + K_I\,\varepsilon_n\,. \tag{11}$$

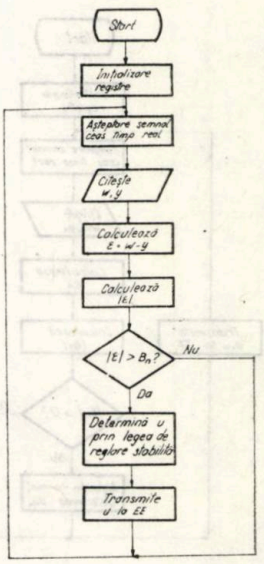


Fig. 4

Aspectul variației în timp a erorii ε în cazul unui semnal treaptă aplicat la intrarea sistemului este reprezentat în figura 5 pentru varianta reglării analogice.

Din relația (11) și din figura 5 se constată că dacă eroarea ε are valori absolute mari, mărimile ε_n și ε_{n-1} au același semn (de exemplu în punctele A_{n-1} și A_n), deci în (11) termenul $-K_P\,\varepsilon_{n-1}$ este de semn opus în raport cu ceilalți doi termeni.

Acest fapt poate fi folosit pentru realizarea unei reglări cu algoritm variabil. Astfel, dacă eroarea ε are valori absolute mari, fiind îndeplinită o condiție de forma

$$|\varepsilon| > D \tag{12}$$

(unde valoarea D este aleasă în funcție de parametrii sistemului de reglare considerat), atunci termenul de semn opus din (11) este blocat și rezultă pentru mărimea de comandă u_{Vn} o valoare mai mare decît cea din (11), deci se obține o forțare și accelerare a apropierii sistemului de regimul staționar.

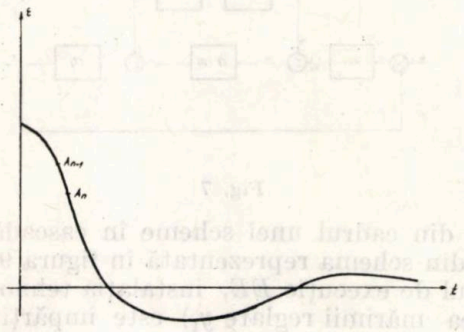


Fig. 5

Dacă eroarea ε nu are valori absolute mari, deci

$$|\varepsilon| < D, \tag{13}$$

atunci termenul menţionat nu mai este blocat şi reglarea se desfăşoară după un algoritm de viteză *PI* obişnuit, fără forţare. Se adoptă o astfel de soluţie deoarece forţarea apropierii de regimul staţionar atunci cînd valorile absolute ale erorii nu sînt mari poate conduce la apariţia unor oscilaţii suplimentare prin traversări ale valorii staţionare, în timp ce menţinerea termenului de semn opus în algoritmul de reglare (11) are un efect de amortizare.

Se obţine astfel o reglare cu variaţia algoritmului în funcţie de îndeplinirea condiţiei (12) sau a condiţiei (13), care asigură performanţe tranzitorii superioare.

Organigrama corespunzătoa rerealizării algoritmului variabil prin intermediul unui microcalculator este reprezentată în figura 6.

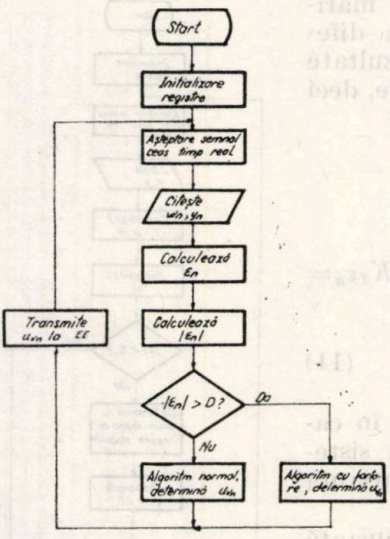


Fig. 6

6. Reglare combinată, cu compensarea perturbării

Avantajele reglării combinate [5] pot fi obţinute prin folosirea unui microcalculator, care realizează funcţiunile regulatoarelor RA_1 şi RA_2 din schema de reglare cu echipamente analogice (fig. 7). Atribuind $K = 1$ pentru algoritmul realizat de regulatorul RA_1 (care prelucrează valoarea erorii ε) şi $K = 2$ pentru algoritmul realizat de regulatorul RA_2 (care prelucrează valoarea perturbării p), organigrama corespunzătoare reglării combinate cu microcalculator are aspectul din figura 8.

Pentru eliminarea influenţei zgomotelor de măsurare valorile mărimilor y şi p pot fi filtrate prin mediere aritmetică.

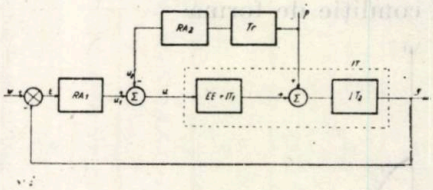


Fig. 7

7. Reglarea în cascadă

Datorită funcţionării prin multiplexare un microcalculator poate înlocui toate regulatoarele analogice din cadrul unei scheme în cascadă [5,7], de exemplu cele 4 regulatoare din schema reprezentată în figura 9, în care blocul *IT* (incluzînd elementul de execuţie *EE*, instalaţia tehnologică şi traductorul pentru măsurarea mărimii reglate y_1) este împărţit în 4 subansamble prin mărimile auxilare y_2, y_3, y_4.

Organigrama din figura 10 pune în evidență modul în care microcalculatorul îndeplinește succesiv funcțiunile celor patru regulatoare, valorile $K = 1, K = 2, K = 3, K = 4$ corespunzînd indexării regulatoarelor începînd de la intrarea sistemului.

Pentru $K \neq 1$ mărimea de referință w_k pentru fiecare nouă buclă este reprezentată de mărimea de comandă u_{k-1} rezultată la ieșirea regluatorului din bucla anterioară, iar mărimea de comandă u_4 este transmisă elementului de execuție EE.

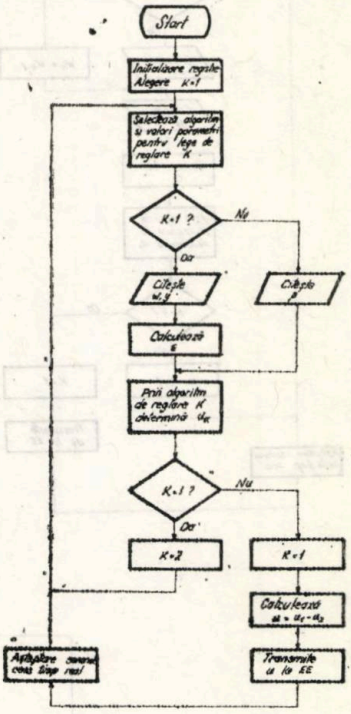


Fig. 8

8. Reglarea multivariabilă

Microcalculatoarele pot realiza în bune condițiuni reglări multivariabile, necesare în cadrul multor instalații tehnologice cu mai multe mărimi reglate. În figura 11 este ilustrată schema unui sistem de reglare multivariabil cu două mărimi reglate y_1 și y_2 și două mărimi de referință w_1 și w_2. Mărimile de comandă u_1 și u_2 rezultă prin însumarea mărimilor u_{11} și u_{12}, respectiv u_{21} și u_{22}, de la ieșirea blocurilor de reglare R_{11}, R_{12}, respectiv R_{21}, R_{22}; instalația tehnologică este reprezentată de blocurile echivalente $IT_{11}, IT_{22}, IT_{12}, IT_{21}$, ultimele două caracterizînd interinfluențele între canale din cadrul instalației tehnologice.

Pentru obținerea algoritmului de reglare multivariabilă mărimile de comandă se indexează sub forma u_{kj}, fiecare mărime fiind obținută la ieșirea blocului de reglare R_{kj}.

Organigrama corespunzătoare reglării multivariabile prin intermediul unui microcalculator — care îndeplinește funcțiunile blocurilor R_{11}, R_{21}, R_{12}, R_{22} — este reprezentată în figura 12.

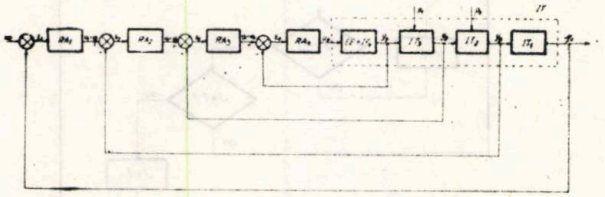


Fig. 9

Este prelucrată întîi valoarea erorii ε_1, fiind obținute mărimile de comandă u_{11} și u_{21}, apoi este prelucrată valoarea erorii ε_2, fiind obținute mărimile de comandă u_{12} și u_{22}, iar apoi sînt calculate și transmise elementelor de execuție mărimile u_1 și u_2.

Fig. 10

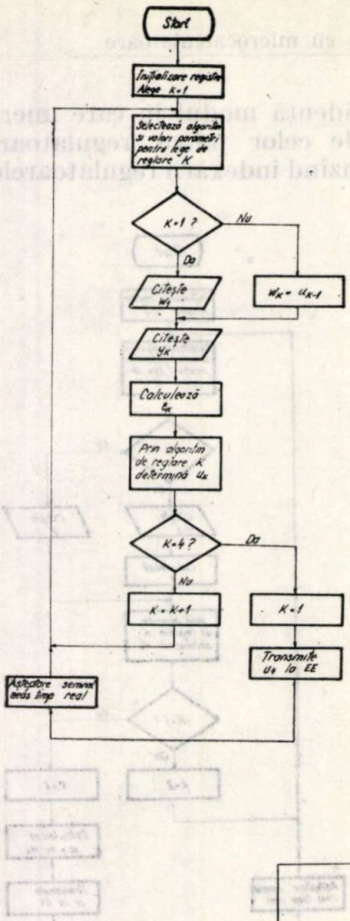
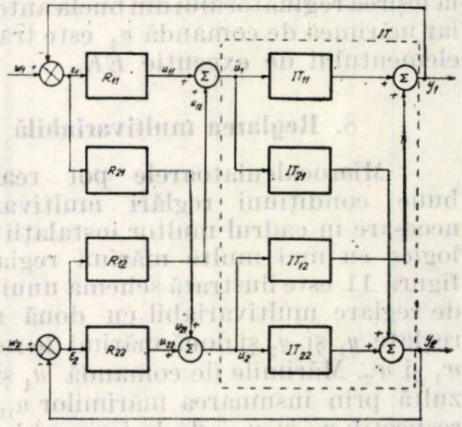


Fig. 11



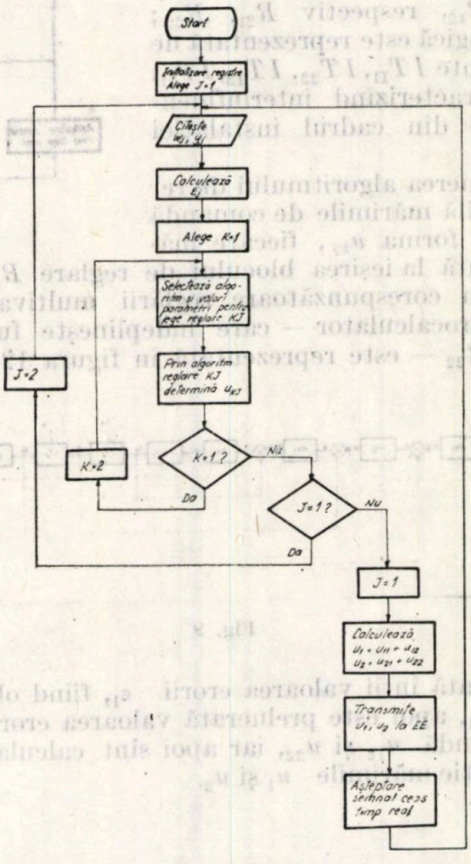


Fig. 12

Schema poate fi uşor extinsă pentru mai multe mărimi reglate. În cazul instalaţiilor tehnologice multivariabile cu o anumită simetrie a acţiunilor de interfluenţă între canale [8] rezultă simplificări ale algoritmului.

Concluzii

Microcalculatoarele pot realiza pe cale simplă strategii evoluate de reglare numerică, înlocuind în bune condiţiuni echipamente analogice complexe şi realizînd deosebit de simplu diferitele tipuri de funcţiuni de reglare.

Datorită capacităţii de calcul concentrate microcalculatoarele oferă importante posibilităţi de înlocuire a echipamentelor prin intermediul sistemelor de programe.

Funcţionarea prin multiplexare asigură înlocuirea unui număr relativ ridicat de echipamente analogice printr-un singur microcalculator, ceea ce oferă avantaje tehnico-economice sensibile.

Reducerea costului microprocesoarelor permite ca în calitate de element de rezervă să fie utilizat tot un microcalculator, care intervine în cazul unei defecţiuni în cel în funcţiune, fiind astfel asigurată continuitatea şi siguranţa funcţionării sistemului.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Călin, C. Nitu, A. Petrescu, I. Dumitrache, A. Crăciunescu* (în colaborare cu colectivul IPA condus de M. Arhip), Sisteme de reglare numerice pentru procese tehnologice, Studiu IPA—IPB, Bucureşti, 1975.
2. *Knoop, D. E., Loessel, M. C.*, IEEE Trans. Ind. Appl., 1976, vol. 12, nr. 4.
3. *Sabatier, A.*, Mesures, régulation, automatisme, Novembre 1975.
4. *Călin, S., Petrescu, Gh.*, Conducerea proceselor industriale cu microcalculatoare. Comunicare la sesiunea de comunicări tehnico-ştiinţifice Sisteme automate şi informaţionale în industrie, Institutul Politehnic Bucureşti, Facultatea Automatică, 1977.
5. *Călin, S.*, Regulatoare automate, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
6. *Smith, O. J. M.* ISA Journal, vol. 6, nr. 1, 1959.
7. *Birk, H.* Elektronik, 1976, Heft 5.
8. *Călin, S., Stănescu Doina, Mihu Ioana*, Contribuţii la optimizarea conducerii instalaţiilor multivariabile. Comunicare la sesiunea de comunicări tehnico-ştiinţifice Sisteme automate şi informaţionale în industrie, Institutul Politehnic Bucureşti, Facultatea Automatică, 1977.

Evoluated Digital Control Strategies by Microcomputers

The paper presents algorithms and flow charts for evoluated digital control strategies by microcomputers. These algorithms allow microcomputers to accomplish the functions of bang-bang control with noise filtration, predictive control (Smith filter) for plants with dead time, dead band control, variable algorithm control, feed-forward control, cascade control and multivariable control.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z.: 621.317.33 : 631.96
534.632 : 621.96

NOISE MEASUREMENT IN APPRECIATION OF CUTTING — PROCESS ON MACHINE TOOLS

N. SPRÎNCEANĂ „R. DOBRESCU" TH. BORANGIU
FL. IONESCU, C. FRANKENFELD*

In evaluating cutting processes, noise measurement in several points of a machine tool reflects its charging and dynamic performances. The purpose of the paper is to present a new adaptive control structure which elliminates the measurement of some well-knownmechanical parameters (eg. torque, cutting force, spindle deflection), instead of which noise level measurements are taken into account. As a result of measuring and preparing noise emission, a performance value characterising the machine tool loading is defined, by means of which an adaptive control strategy is described. A brief comment of the major advantages of this control structure as well as possibilities for implementation are given.

Introduction

The necessity of obtaining optimal working conditions for cutting processes on machine tools has generated the utilization of adaptive control (AC) which can be viewed at the same time as an extension of numerical control, and, lately, as a most significant component of a CNC system for machine tools.

Regarded as a dynamical system, a machine tool is a very complex system and there is a large number of variables which can affect the behaviour of the cutting machine.

Measurements of the parameters which allow a cutting — process characterization are extremely important. In order to obtain a meaningfull result in measurements which reflect this characterization, or set of complex properties, account must be taken of all the factors likely to effect the result; either the values of these factors must be controlled, in which case the measured results relate only to that specific condition, or their effect on the measured property must be determined in order to allow the value of the property to be quoted for any given combination of these factors.

The purpose of the work reported here was to use a noise characterization as a global performance, in order to reduce the difficulties in combining different factors concerning the machine tool properties, the metal structure and the machinability.

As shown by Eda and Kishi in (1), the machining of a workpiece can be considered as an ergodic stationary random process. It is therefore possible to determine a performance value for machine tools with respect to noise emission and to random vibrations, because an ergodic

Manuscript receievd 25 April 1977.

* Conf. dr. ing. la Catedra de automatică I; Șef lucrări dr. ing. la Catedra de automatică I; Asistent ing. la Catedra automatică I; Asistent ing. la Catedra mașini-unelte și scule; Inginer cercetător, la Catedra automatică I.

stationary stochastic process can be well expressed by the frequency. Furthermore, an adaptive control could be described in order to keep the frequency to a designed value by means of detecting the noise in some representative test points of the cutting process.

The paper tries to confirm the above — mentioned idea, by help of experimentaly data. The experimentation has been carried out on a medium size vertical milling machine.

Noise sources and detector emplacement

As a result of experimental investigations, it has been settled that a description of a machine tool loading could be obtained by means of two types of noise — one of them due to mechanical vibrations and the other due to airborne noise — the purpose being a precise characterization of the machining conditions, although each of these types could supply a complete set of data for a subsequent analysis of the loading degree.

Two types of detectors have been used for noise measurements on a machine tool : microphones which take over sound pressure levels up to a value of 150 dB, in two frequency ranges (for low and medium frequency sounds : : 20 Hz to 1 KHz, and for medium and high frequency sounds : (800 Hz to 24 KHz), and pickups which perform vibration measurements.

Several types of noise detectors have been used during the first experimental investigations to find the most suitable airborne sound and vibration trasducers, to characterise noise emission of the vertical milling machine while working.

A set of microphones and pickups has been disposed in the immediate vicinity of various noise sources of the machine tool, so there is a little effect from sound reflections, since the direct sound dominates. Changing in response with direction has also been considered in positioning the microphones on the vertical milling machine.

A proper selection of the microphones to be used has been accomplished by taking into account particular frequency bands, which are representative for the noise emission spectrum of the noise sources tested during machining. Experimental investigations allowed a complete analysis of microphone emplacement on the machine tool, beeing of great help in optimal localization of the following noise sources, considered of major interest in post-processing for an adaptive control system : gear box and main drive electrical motor, cutting zone and distribution box for feed rate.

The vibration pickups have been disposed according to the classical rules which allowed to obtain the frequency response and the frequency spectrum while the machine tool was running free. The frequency response of the milling machine has been obtained utilising the well — known method of sinusoidal small amplitude force excitement, on three mutual perpendicular axes. It became possible to determine the particular resonance frequencies which partially described, during data processing and post-processing, the characteristic data vector.

For an accurate description of noise emission, which corresponds to an image of machine tool loading, not only the displacement, but also speed and acceleration of mechanical vibrations have been measured and analysed.

Figure 1 depicts an example of the emplacement of airborne noise and vibration detectors, in some test points close to, or on a vertical milling machine. Microphone M_1 measures the sound level of two principal noise sources : the main drive electrical motor as well as the gear box ; M_2 measures noise emitted by the distributor box for feed rate transmission, and M_3 measures the noise emission, being disposed as close as possible to the cutting zone.

The vibration pickups V_2, V_3 and V_1 measure the amplitude of mechanical vibrations on the working X, Y and Z axes of the milling machine.

When noise in a tested point is analysed, the background level in each frequency band should also be analysed to determine if a correction for the level in each band is necessary and possible. The background noise is produced by the amount of noise sources existant in machine tool workshop. Some of these noise sources are predictible in a daily activity : other machine tools running simultaneously with the milling machine, object of our investigations, bridge cranes, electroconveyers during their displacement etc, but a great amount of sources are not predictible, so they produce accidental noises, which have to be also taken into account. The spectrum of the background noise is usually different from that of the noise to be measured on the machine tool whose noise emission must reflect its instantaneous loading.

The measurement of the machine tool workshop background noise is based on a procedure of determining the overall acoustic power from sound-pressure level measurements at a number of points disposed on a hypothetical hemisphere surrounding all the possible noise sources in the workshop. The calculations for the acoustic radiated power are simplified if the measuring points are uniformly distributed on the surface of the hemisphere. Considering the nature of this geometric pattern, six measuring points have been created in order to compute the background noise. Complete measuring and preparing of the background noise have been accomplished both in experimental investigation and in data processing stage.

Experimental investigation

The experimental results to be discussed were obtained in the course of some investigations concerned with appreciation of vibration modes and sound noise levels. Tests were performed on a medium vertical milling machine.

It has been pointed out in the introduction of this paper that the purpose of the investigation was to obtain by means of noise emission measurements a performance index able to ensure the adaptive control of the cutting process following an ACC strategy. Three stages charac-

terise the necessary work in order to obtain the adaptive control structure : experimental investigation, data processing and post-processing.

Experimental measurements were obtained both in running free and in machining operations of the milling machine. In the first case, the sinusoidal force methods was used, tests beeing carried out with the three vibration pickups above described (Hanna and Kwiatkowski (2)).

At the same time, several particular problems appeared during the experiments concerning especially the airborne noise processing.

In order to ensure the adaptive control with constraints, it is necessary to know which noises are generated by the machine tool and which are caused directly by the cutting process, and also how can be separated the influence of the machine from the influence of the workpiece at various machining conditions.

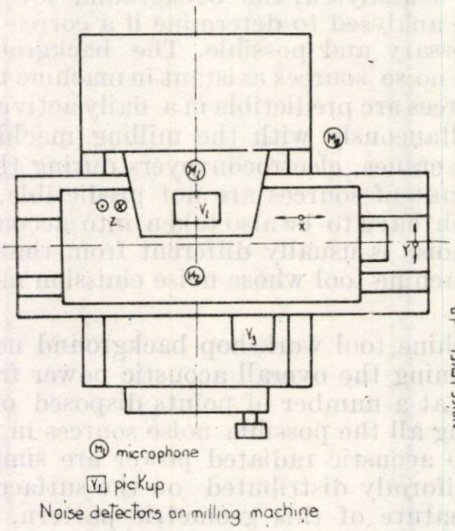


Fig. 1. Noise detectors on milling machine

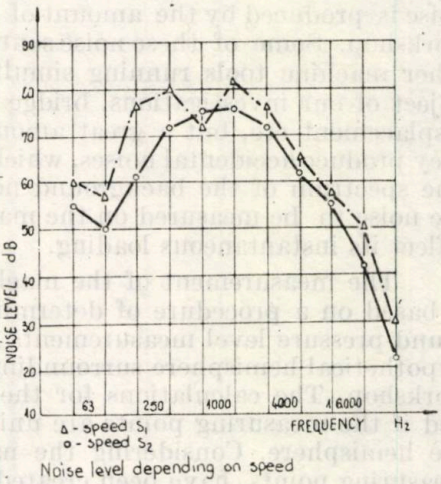


Fig. 2. Noise level depending on speed

In the case of a singular process (only one machine tool), a simplified relation can describe the noise emission :

$$P_{tot} = P_{rf} + P_{lf} + P_{nf} \tag{1}$$

where P_{rf} is the sound pressure level due to the running free, P_{lf} is the sound pression level due to the cutting force, with a linear transfer channel, P_{nl} is the pression sound level due to the average acoustic energy dissipated through nonlinear transfer channels, and P_{tot} is a value of the total noise emission of the machine tool (Toenshoff and Rohr (3)).

In this work P_{nf} was included in P_{lf} because we considered that simmetric uneven nonlinearities due especially to feed-velocity could be treated as linear on portions.

With the help of spectral analysis, experiments showed an unsignificant contribution of the running free to the performance index (excepting some narrow frequency bands), in comparison with the efffect of the cutting force, and so for the mathematical characterization of noise emission only sound pressure level due to the cutting force, L_F, was taken into account.

$$L_F = 20 \log \frac{K_1}{d \cdot |\gamma \cdot Z_M|} \tag{2}$$

By means of the linear transfer function and knowing the Fourier transform of the special cutting force, it is possible to estimate the total pressure level hence the particular part of the sound pressure level caused by the cutting force is determinated in respect to the necessity to ensure such a linear transfer channel for any machine and operating conditions.

Another important problem which occured during experiments was that of separating the sound pressure level due only to the milling machine noise emission, from the airborne noise generated by other noise sources, eg the other machine tools surrounding the tested one. The correlation technique was used in this matter.

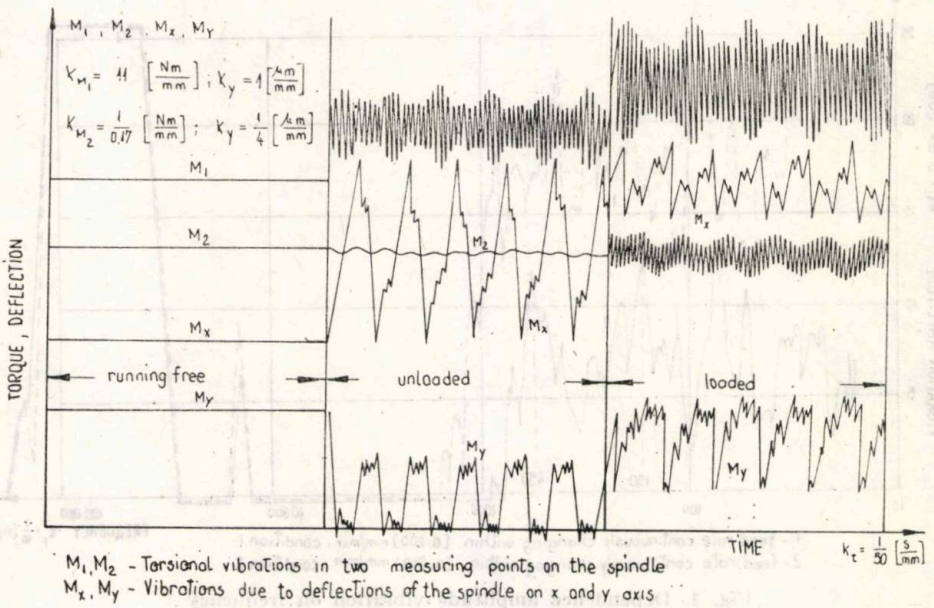


Fig. 3. Dependences torque and deflection on time

Two microphones were used : m_1 close to the tested machine tool, and m_2 close to another strange noise source whose contribution to the total sound pressure level in point 1 had to be determined. Let p_1 be this

pressure, as expressed in the relation :

$$P_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n p_{s1}(t - \tau_n') + \sum_{k=1}^{\infty} d_k p_{sn}(t - \tau_n') \tag{3}$$

For microphone m_2, the total sound pressure is :

$$p_2(t) = \alpha p_{sn}(t - \tau_\alpha) \tag{4}$$

If al the different noise sources which give p_{si}, $i = 1,2,\ldots,n$ are independent, the normalized correlation function for a distance d_{12} between the microphones m_1 and m_2 is :

$$\bar{R}_{12} = \frac{R_{21}(\tau)}{\sqrt{R_{11}(0)} \cdot \sqrt{R_{22}(0)}} = d_{12} \frac{\bar{P}_{sn}(t)}{\bar{P}_1^2(t)} \tag{5}$$

Ecuation (5) allowed to obtain the average quadratic value of the sound noise, which shifts in time with the distance d_{12} (Penescu et al (4)).

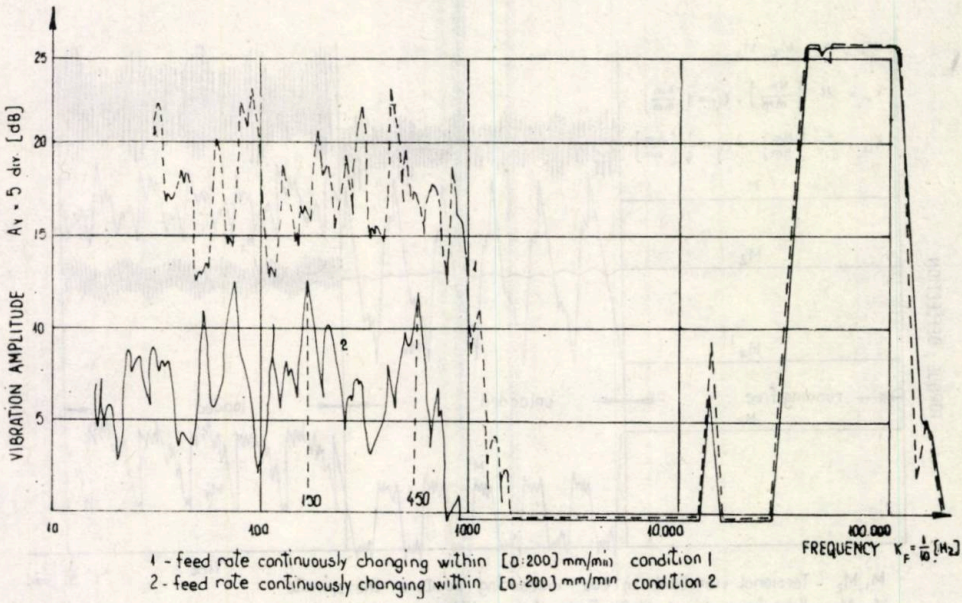


Fig. 4. Dependence amplitude vibration on frequency

Forced vibrations were taken into account for cutting process characterization,and spectral frequency analysis was performed. Because the frequency spectrum proceeds both from the excitation frequency spectrum and from the tested machine tool frequency response, all the frequency peaks (due to resonance) which did not correspond to the resonance peaks

of the machine tool were assigned to external vibration sources. On the other hand, to point out the resonance frequencies due to the cutting process, two types of vibrations have been considered :

— vibrations whose frequencies do not change with speed (reflecting electrical hum as well as the self frequencies of the various mechanical subsystems) :

— vibrations whose frequencies change in a constant rate according to rotation frequencies. Suplimentar informations Hanna and Tobias (5).

Some diagrams of the experiments reflecting noise and classical cutting process parameters measurements are depicted in figures 2, 3, 4.

Data processing and formal characterization of signals

According to the fact that data must be prepared to obtain a digital signal able to be processed by the computer during the post-processing stage (for adaptive control with constraints), a formal characterization mode of the measurements has been created. This mode must allow a control strategy comparable to classical control methods which ensure maximum loading of the machine tool.

The adaptive control strategy using noise characterization of the cutting process involves a learning structure with pattern recognition and necessitates a computer for the organization of the learning stage and a less complex computing unit associated to the controlled machine tool during machining operations, which can be replaced by the first computer, if there exists an economical justification.

Figure 5 depicts the flow of information, the processing stages, their corresponding blocks beeing also presented.

The data — processing flow, up to the computation of the digital learning vector, is summarized in the following :

1 *Mesurements.*

$$n_{mt} = (s_{mt}, v_{mt}) \Big| \text{ analogical } \text{,where } \begin{cases} s_{mt} = (s_{mt1}, \ldots, s_{mtn}); \\ v_{mt} = (v_{mt1}, \ldots, v_{mtk}); \end{cases}$$

$$n_w \Big| \text{ analogical } \text{,where } n_w = (n_{w1}, \ldots, n_{wp}).$$

— Classical mechanical and electrical cutting parameters (eg. torque, cutting force, main drive current etc.)

All analogical signals must be adjusted for A/D conversion in the unified range of 0 — 10 V.

2. *Conditioning and preparing of signals.*

— Classical cutting parameters : preamplification, filtering, adjustments, A/D conversion.

— n_{wi}, $i = 1,\ldots,$ p : preamplification; according to the whole sound pressure level range ($\lesssim 6$ dB) computation arithmetical average value or conversion to acoustic power level (PWL); computing of mean sound pression level (SPL), A/D conversion.

— s_{mti}, $i = 1,\ldots, n$: preamplification, direct filtering (interface with computer controls band — pass filters), rejecting of resonance frequencies of the free — running, analogical scanning, adjustments, A / D conversion. Optional: tape recording of stationary running free components.

— v_{mti}, $i = 1,\ldots,k$: preamplification, low frequency and resonance vibration components filtering, frequency band separation (the remaining frequency bands define the components of the vibration vector v_{mt}, according to the fundamental mechanical and electrical laws as well as to the first and second degree electromechanical similarities for the machine tool subsystems tested), scanning, adjustments and A/D conversion.

3 *Computing of specific machine tool noise vector n.*

The n_{ms} vector results from catenation of s_{mt} and v_{mt} vectors by means of SPL separation, according to a correlation technique. Hence a specific machine tool noise vector n_{ms} is obtained:

$$n_{ms} = \begin{bmatrix} s_{ms} \\ v_{ms} \end{bmatrix}$$

In order to ensure a high precision (5 mv), the numerical value of n_{msi} bynary coded is up to 2^{11}. A word length of 12 bits (including the sign). is satisfactory.

A more detailed representation of the n_{ms} vector is given:

$$s_{ms} = \begin{bmatrix} s_{1,f11} \\ s_{1,fm1} \\ s_{n,f1n} \\ s_{n,fmn} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}s_{ms1} \\ \\ \}s_{msn} \end{matrix} \qquad v_{ms} = \begin{bmatrix} v_{1,f'11} \\ v_{1,f'm1} \\ v_{k,f'1k} \\ v_{k,f'mk} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}v_{ms1} \\ \\ \}v_{msk} \end{matrix}$$

where $s_{msi}(v_{msi})$ contain m_i components, given by the ith microphone (pickup) The frequency bands f_{il}, $i = 1,\ldots,m$ (f'_{jt}, $j = 1,\ldots, m$ $l = 1,\ldots,n$ $t = 1,\ldots, k$) are selected by means of filtering operations according to the material properties of the workpiece and to the tool characteristics.

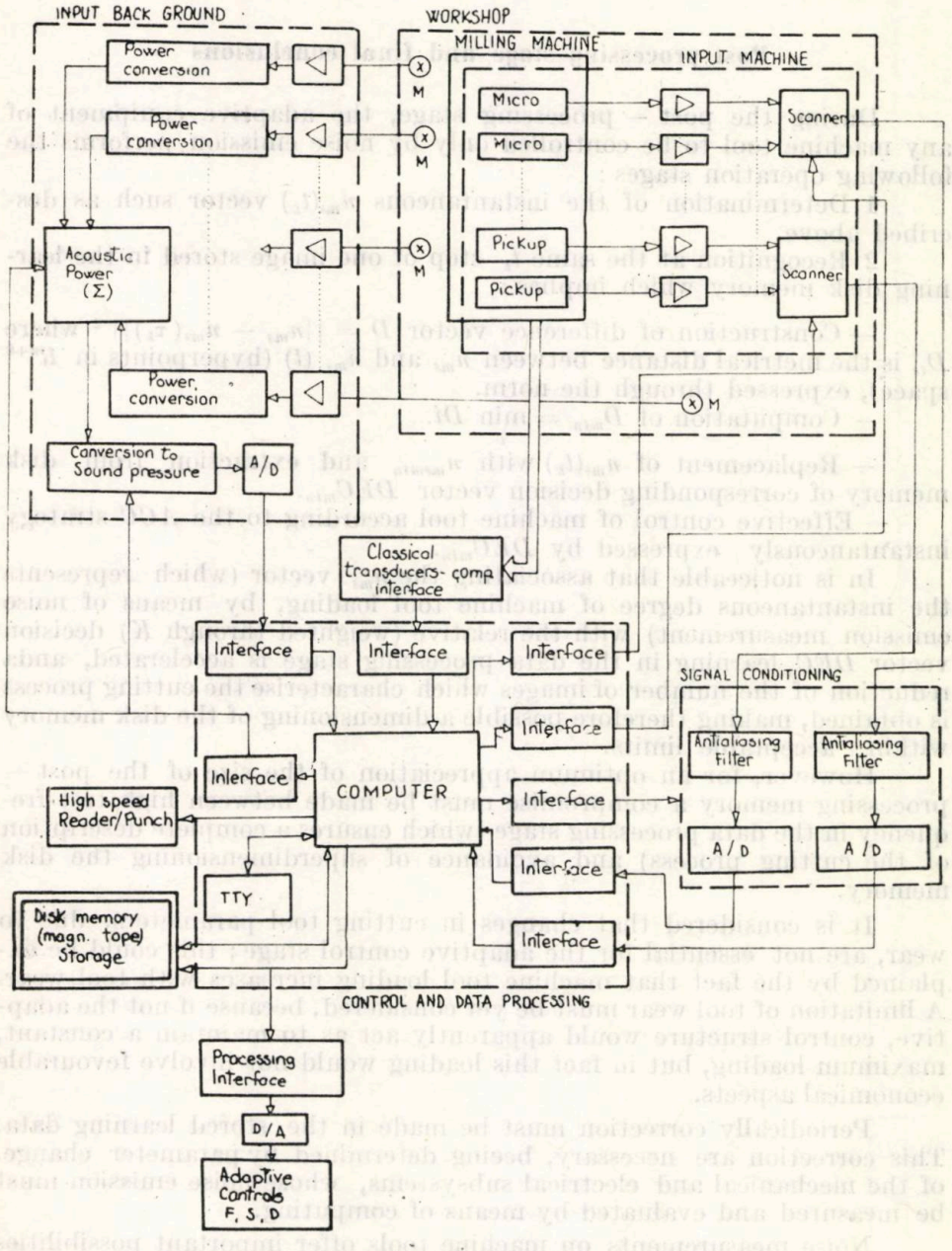
4 *Determination of the decision vectorr DEC.*

The DEC vector offers a qualitative appreciation of the decision that has to be taken in the ith control step, resulting from the $(i-1)^{th}$ step in an adaptive control strategy function of torque, for maximum machine tool loading. The decision vector DEC is a column vector of the form:

$$DEC = \begin{bmatrix} K\Delta F \\ K\Delta S \\ K\Delta D \\ OVL \end{bmatrix}$$

A relationship between K and OVL allows a minimum maintenance of machine tool overloading.

By associating the above mentioned vectors : n_{ms} and DEC, learning is accomplished in the data — processing stage. Stored in a disk (magnetic



Block diagram of data processing and post-processing structure.

Fig. 5. Block diagram of data processing and post-processing structure.

tape) memory, the learning data (n_{ms}, DEC) reflects a finite number of images, which describe the dynamical behaviour of the cutting process and the corresponding controls.

Post processing stage and final conclusions

During the post — processing stage, the adaptive equipment of any machine tool to be controlled only by noise emission performs the following operation stages :

1 Determination of the instantaneous $n_{ms}(t_k)$ vector such as described above.

2 Recognition at the same t_k step of one image stored in the learning disk memory which implies :

— Construction of difference vector $D = ||n_{ms} - n_{ms}(\tau_k)||^2$ where D_{is} is the metrical distance between n_{ms} and n_{ms} (t) (hyperpoints in R^{n+k} space), expressed through the norm.

— Computation of $D_{min} = \min_i Di$.

— Replacement of $n_{ms}(t_k)$ with n_{msmin} and extraction from disk memory of corresponding decision vector DEC_{min}.

— Effective control of machine tool according to the ACC strategy instantaneously expressed by DEC_{min}.

In is noticeable that associating the n_{ms} vector (which represents the instantaneous degree of machine tool loading, by means of noise emission measurement) with the relative (weighted through K) decision vector DEC, learning in the data processing stage is accelerated, anda reduction of the number of images which characterise the cutting process is obtained, making therefore possible a dimensioning of the disk memory within acceptable limits.

However, for an optimum appreciation of the size of the post — processing memory a compromise must be made between high test frequency in the data processing stage (which ensures a complete description of the cutting process) and avoidance of superdimensioning the disk memory.

It is considered that changes in cutting tool parameters, due to wear, are not essential for the adaptive control stage ; this could be explained by the fact that machine tool loading increases with tool wear. A limitation of tool wear must be yet considered, because if not the adaptive, control structure would apparently act as to maintain a constant, maximum loading, but in fact this loading would not involve fevourable economical aspects.

Periodically correction must be made in the stored learning data. This correction are necessary, beeing determined by parameter change. of the mechanical and electrical subsystems, whose noise emission must be measured and evaluated by means of computing.

Noise measurements on machine tools offer important possibilities to implement complex control systems, able to perform adaptive strategies such as ACC and ACO (optimal control). Sound emission of machine

tools is a point of great importance, making possible the replacement of classical transducers (for torque, deflection etc) with typified noise detectors, whose disposal do not require constructive modification of the machine tools.

As a conclusion, the authors think that the results obtained by the two methods : the classical one, (in which well-known mechanical and electrical cutting parameters are measured), and the more recent one reported in this work are sufficient close to consider the latter as satisfactory. It should be pointed out that further investigations aiming at certain improvements are not only possible, but also necessary.

SIMBOLS USED

d = distance between noise radiating surface and measurement point (m).
K = overload correction factor.
K_1 = frequency depending radiation constant.
n_{mt} = total noise vector of the machine tool, analogical (V).
n_w = background noise vector, analogical (V).
OVL = overload value of torque (Nm).
Rij = cross-correlation function.
Rii = autocorrelation function.
s_{mt} = total sound noise vector, analogical (V).
v_{mt} = total vibration vector, analogical (V).
Z_M = mechanical wave impedance (N.sec/m).
α, α_n = cross-correlation constants.
γ = complex propagation constant.
ΔD = instantaneous control of depth (mm).
ΔF = instantaneous control of feed (mm/sec).
ΔS = instantaneous control of spindle speed (rpm).

REFERENCES

1. *Eda H., Kishi, K.*, 1975, Proceedings of 16 Conference of M.T.D.R., Birmingham, England.
2. *Hanna, N. H., Kwiatkowscki, A. W.*, 1971, *Int. J. Mach. Tool Des. Res., 11*, 309.
3. *Toenshoff, H. K., Tohr, G.*, 1975 Proceedings of 16th Conference of M.T.D.R., Birmingham, England.
4. *Ponescu, C, Ionescu, G., Terţişco, M., and Ceangă, E.*, 1971. Identificarea experimentală a proceselor automatizate. Ed. Tehnică, Bucureşti.

Măsurarea zgomotelor în aprecierea procesului de aşchiere pe maşinile-unelte

În evaluarea procesului de aşchiere, măsurarea zgomotului produs de maşină în citeva dintre punctele cele mai reprezentative reflectă încărcarea maşinii unelte şi performanţele ei dinamice. Scopul lucrării este să prezinte o nouă structură de comandă adaptivă care elimină măsurarea unor binecunoscuţi parametri mecanici (ex. cuplul, forţa de aşchiere, încovoierea arborelui principal ş.a.), în locul cărora se ia în considerare nivelul zgomotelor produse de maşină. Ca rezultat al măsurării şi prelucrării emisiei de zgomote este definit un indice de performanţă al încărcării maşinii, cu ajutorul căruia este descrisă o strategie de adaptare.

Un comentariu succint al celor mai importante avantaje ale acestei structuri de comandă este făcut în final împreună cu unele considerente asupra posibilităţilor de realizare practică.

tools is a point of great importance, making possible the replacement of classical transducers (for torque, deflection etc) with (applied noise sensors, whose disposal do not require constructive modification of the machine tools.

As a conclusion, the authors think that the results obtained by the two methods : the classical one, (in which well-known mechanical and electrical cutting parameters are measured), and the more recent one reported in this work are sufficient close to consider the latter as satisfactory. It should be pointed out that further investigations aiming at certain improvements are not only possible, but also necessary.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z. 681.332.5

ANALIZOR STATISTIC DE SEMNALE FUNCȚIONÎND ÎN TIMP REAL.

G. IONESCU, D. POPESCU *

În cadrul articolului se prezintă un analizor statistic de semnale funcționînd în timp real.

Analizorul a fost realizat de către autori în laboratoarele facultății de Automatică cu scopul de a fi utilizat pentru lucrări didactice și de cercetare științifică. Cu ajutorul său se pot efectua determinări de natură statistică asupra semnalelor aleatoare : valori medii, funcții de corelație și determinarea probabilității ca valorile semnalului analizat să se situeze între anumite limite.

Principala caracteristică a analizorului o constituie posibilitatea de a funcționa în timp real fără a fi necesară înregistrarea prealabilă a semnalului și efectuarea ulterioară a calculelor pentru determinarea funcțiilor sus menționate.

Algoritmii de calcul, schemele de principiu și performanțele analizorului sînt descrise în detaliu în lucrare.

1. Considerații privind analiza statistică a semnalelor.

Pe măsura dezvoltării științei și tehnicii, analiza atentă și profundă a fenomenelor a condus în multe domenii, inclusiv în automatică, la necesitatea descrierii lor în sens probabilistic datorită caracterului aleator al mărimilor observate. Ca urmare, procedeele bazate pe analiza statistică a semnalelor cunosc o aplicare din ce în ce mai extinsă, în proiectarea instalațiilor și echipamentelor de automatizare, de transmisie a datelor, pentru măsurări industriale și de laborator.

Metodele de analiză statistică și fundamentul lor matematic sînt bine cunoscute și au fost aplicate în diverse ramuri ale științei. Totuși pînă relativ recent utilizarea lor pe scară largă în practică a fost restrînsă datoriă faptului că implicau necesitatea culegerii și memorării unor mari volume de date și prelucrarea lor ulterioară.

În prezent, în principal datorită dezvoltării tehnicii electronice de calcul, dificultățile menționate pot fi ușor depășite. Este de observat însă, că utilizarea calculatoarelor, în cele mai multe cazuri, face apel la aceeași metodă de înregistrare a rezultatelor și efectuarea ulterioară a calculelor. Adesea, apare însă necesitatea analizei statistice simultan cu desfășurarea în timp a proceselor cercetate sau, cum se mai spune, „în timp real".

Analiza statistică în timp real oferă experimentatorului o mare operativitate în sensul de a putea folosi imediat rezultatele obținute și de a interveni prompt asupra proceselor cercetate.

Manuscris predat redacției la data de 8 decembrie 1977

* Conf. dr. ing. la Catedra automatică I; Inginer, uzinele „Electromagnetica"

Din considerațiile arătate mai sus, cît și din necesitatea de a dispune de o aparatură autonomă, care să poată fi folosită în numeroase locuri, unde nu există și nici nu apare rațional să existe condiții de cuplare la calculator, se desprinde importanța unei aparaturi specializate pentru analiza statistică în timp real. Prin avantajele tehnice și economice asemenea aparate deschid perspective ca analiza statistică să devină o operație de rutină în cercetarea științifică și în tehnică.

Pornind de la aceste idei, în cadrul facultății de Automatică din Institutul Politehnic București, autorii au realizat un analizor statistic în timp real, destinat, în principal, cercetărilor experimentale cu privire la aplicarea metodelor statistice în sistemele automate.

2. Funcțiile analizorului statistic.

Analizorul realizat permite să se efectueze următoarele operații de analiză statistică a semnalelor:

— calculul valorii medii;

— calculul valorii medii a modulului;

— calculul funcției de autocorelație (respectiv și calculul valorii medii patratice);

— calculul funcției de intercorelație a două semnale;

— determinarea probabilității ca valorile unui semnal să se situeze în limite predeterminate.

Semnalele de analizat se presupune că reprezintă procese aleatoare staționare și ergodice. În această ipoteză obținerea caracteristicilor statistice este posibilă prin operații de mediere în timp asupra unei singure realizări a procesului aleator.

Datorită facilităților pe care le oferă în ceea ce privește medierea pe durate lungi, precizia de calcul și comoditatea de afișare și păstrare a a rezultatelor, aparatul a fost realizat utilizînd tehnica numerică integrată. Aceasta a implicat eșantionarea și cuantizarea semnalelor analizate. În aceste condiții, determinarea funcțiilor enumerate mai sus, utilizind valori eșantionate și cuantizate, se face pe baza următoarelor relații.

a) *Valoarea medie*

$$m_x = M[x(t)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_c(kT_0), \tag{1}$$

unde:

$x_c(kT_0)$ reprezintă valorile cuantizate ale semnalului analizat $x(t)$ la momentele de eșantionare kT_0; $i = 1, 2, \ldots N$; T_0 este perioada de eșantionare; N este numărul total de eșantioage utilizare pentru calculul valorii medii.

b) *Valoarea medie a modulului*

$$m_x = M[\,|x(t)|\,] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_c(kT_0). \tag{2}$$

Cu aceeași semnificație a notațiilor,

c) *Funcția de autocorelație.*

$$R_{xx}(lT_0) = M[x(t)\, x(t - lT_0)] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} x_c(kT_0)\, x_c(kT_0 - lT_0), \quad (3)$$

unde :

$l\,T_0$ reprezintă argumentul funcției de autocorelație obținut prin decalarea în timp a valorilor introduse în operația de mediere.

d. *Funcția de intercorelație.*

$$R_{xy}(lT_0) = x(t)\, y(t - lT_0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_c(kT_0)\, y_c(kT_0 - lT_0), \quad (4)$$

în care $y(t)$ reprezintă cel de al doilea semnal analizat.

e. *Probabilitatea ca valorile semnalului să se afle într-un interval* $[x_1, x_2]$,

$$P[x_1 \leqslant x(kT_0) \leqslant x_2] = M\{f[x(kT_0)]\}, \quad (5)$$

unde

$f[x_c(k\,T_0)]$ este o funcție auxiliară definită după cum urmează :

$$f[x_c(kT_0)] = \begin{cases} 1, \text{ dacă } x_1 \leqslant x_c(kT_0) \leqslant x_2, \\ 0, \text{ în rest.} \end{cases} \quad (6)$$

Din relațiile precedente rezultă evident că principala operație care intervine este aceea de mediere. Pentru a evita necesitatea acumulării datelor s-a adoptat un algoritm de mediere dinamic prin care valorile eșantionate sînt introduse în calcul pe măsură ce ele apar, reactualizîndu-se astfel media după fiecare eșantion.

Forma generală a acestui algoritm este

$$M_k = M_{k-1} + \frac{E_k - M_{k-1}}{k}, \quad (7)$$

în care :

k reprezintă numărul de eșantionare ;
E_k este valoarea corespunzătoare momentului curent de eșantionare kT_0 ;
M_{k-1} este media anterioară calculată pe $k - 1$ eșantioane ;
M_k este media actualizată prin introducerea lui E_k.

Realizarea practică a algoritmului (7) prezintă unele dificultăți în ceea ce privește exprimarea, modificarea și împărțirea cu numărul de weșantioane k. În scopul eliminării acestor dificultăți s-a înclocuit k cu $2q$ exponentul q fiind ales așa încît $2^{q-1} < k < 2^q$.

Algoritmul efectiv utilizat în aparat este astfel de forma :

$$M_k = M_{k-1} + \frac{E_k - M_{k-1}}{2^q}. \quad (8)$$

Se poate demonstra că relaţia (8) nu conduce la erori importante faţă de valorile rezultate din (7), acestea scăzînd rapid cu creşterea numărului de eşantioane. În schimb prin folosirea algoritmului (8) împărţirea se poate efectua, în cod binar, prin simpla deplasare a conţinutului unui registru.

Se poate observa uşor că E_k în calculul valorilor medii înseamnă $x_c(kT_0)$ sau $|x_c(kT_0)|$, în cel al funcţiilor de corelaţie produsul $x_c(kT_0)x(kT_0 - lT_0)$, respectiv, $x_c(kT_0)\, y_c(kT_0 - lT_0)$ şi pentru funcţia de probabilitate $f([x_c(kT_0)]$.

3. *Descrierea schemei funcţionale a analizorului.*

Schema bloc a analizorului este prezentată în fig. 1. Aparatul funcţionează ciclic, durata ciclului de calcul fiind egală cu perioada de eşantionare a semnalului. Un ciclu de calcul corespunde unui pas în algoritmul de mediere adoptat. Operaţiile necesare se desfăşoară sincron, în tacte.

Întrucît calculul oricăreia din funcţiile statistice determinate de aparat se bazează pe medierea în timp, operaţiile efectuate se pot grupa în două etape principale :

a) formarea eşantionului E_k folosit în algoritmul de mediere;

b) efectuarea pasului k din algoritm, adică evaluarea lui M_k.

Se menţionează că etapa ultima este identică pentru toate caracteristicile statistice, pe cînd prima etapă este diferită.

Pentru formarea eşantionului E_k, semnalul de analizat x şi, în cazul funcţiilor de intercorelaţie, şi y, sînt introduse în convertoarele analog numerice CAN_x, respectiv CAN_y. Fiecare CAN cuprinde trei subblocuri :

— Adaptorul care are rolul de a adapta semnalul pentru a se încadra mai bine în domeniul permis al semnalelor de intrare în cuantizor (0—5 V). În adaptor semnalul este amplificat (sau atenuat) şi separat în valoare absolută şi semn.

— Cuatizorul care eşantionează semnalul dat de adaptor şi cuantizează valoarea absolută în zece trepte.

— Codificatorul binar care converteşte semnalul cauntizat într-un cuvînt binar.

În cazul cînd se calculează valoarea medie sau valoarea medie a modulului, mărimea E_k este chiar semnalul codificat binar de la ieşirea blocului CAN_x.

Pentru calculul probabilităţii ca valorile semnalului x să se afle între două limite x_{MIN} şi x_{MAX}, formarea eşantionului E_k se obţine prin introducerea valorilor cuntificate $x_c(kT_0)$ în blocul BF care generează funcţia auxiliară $f[x_c(kT_0)]$.

În situaţia în care caracteristica statistică dorită este o funcţie de corelaţie, obţinerea eşantionului E_k se face cu ajutorul blocului de calcul BC care efectuează produsul $x_c(kT_0)\, v(kT_0 - lT_0)$, unde prin $v(k\,T_0 - lT_0)$ s-a notat $x(k\,T_0 - lT_0)$ sau $y(kT_0 - lT_0)$.

După cum se observă, cei doi factori ai produsului reprezintă valori ale semnalelor la momente de eşantionare diferite. Această diferenţă reprezintă argumentul funcţiei de corelaţie exprimat sub forma de multiplu al perioadei de eşantionare. lT_0, şi rezultă, de regulă, ca urmare a ntîrzierii unuia dintre semnale în raport cu celălalt.

Pentru aparatul realizat este caracteristic faptul că întîrzierea semnalului nu se face prin deplasarea acestuia în lungul unei linii de întîrziere sau a unui registru de deplasare, ci prin înscrierea valorii curente $x_c(kT_0)$ într-o celulă de memorie și citirea celulei respective după timpul lT_0.

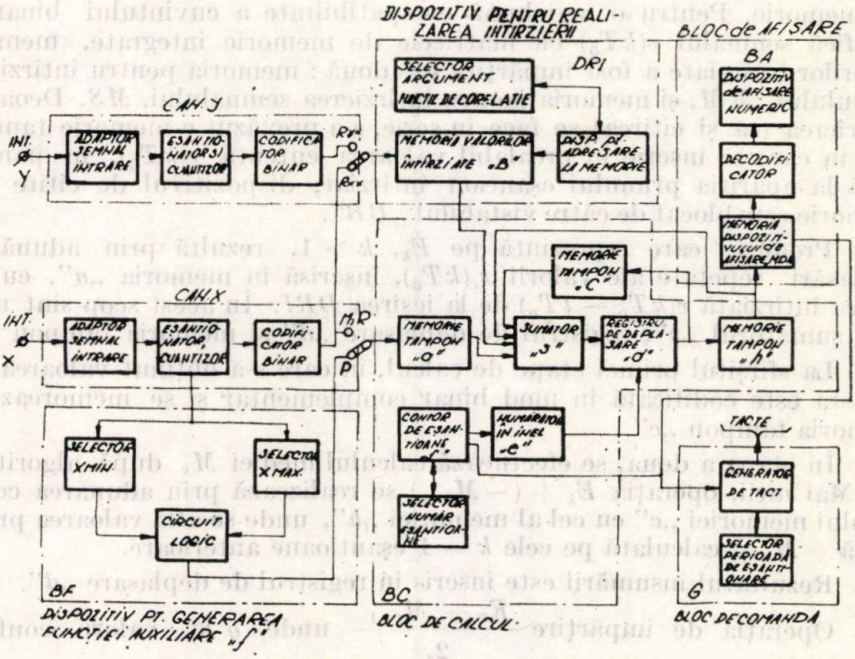


Fig. 1. Schema bloc a analizorului statistic

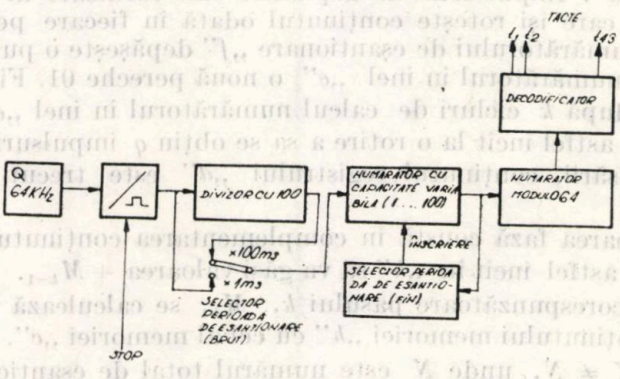


Fig. 2. Schema funcțională a dispozitivului pentru realizarea întîrzierii

Astfel, diversele întîrzieri se obțin prin adresarea la memorie într-o anumită ordine. Schema funcțională a dispozitivului pentru realizarea întîrzierii, *DRI*, este prezentată în fig. 2.

Funcționarea *DRI* comportă un ciclu de operații care se succed la tactele notate în schemă prin t_i, i indicînd ordinea apariției lor.

Numărarea celor l perioade de eșantionare care definesc întîrzierea se efectuează de către un numărător „N", cu ciclu de numărare ce poate fi variat cu ajutorul unui selector de întîrziere lT_0. Fiecărei stări a numărătorului „N" îi corespunde adresa unei celule din memoria valorilor întîrziate, astfel, încît, după un ciclu de numărare, este selectată aceeași celulă de memorie. Pentru o mai bună compatibiltate a cuvîntului binar ce codifică semnalul $v(kT_0)$ cu matricele de memorie integrate, memoria valorilor întîrziate a fost împărțită în două : memoria pentru întîrzierea modulului, MM, și memoria pentru întîrzierea semnalului, MS. Deoarece înscrierea (ca și citirea) se face în serie, s-a prevăzut o memorie tampon „b" în care se înscrie în prealabil valoarea curentă $v(kT_0)$, în paralel. Pînă la apariția primului eșantion întîrziat, dispozitivul de citire din memorie este blocat de către vistabilul „BB".

Produsul care reprezintă pe E_k, $k > 1$, rezultă prin adunări și deplasări repetate ale valorii $x_c(kT_0)$, înscrisă în memoria „a", cu valoarea întîrziată $v(kT_0 - lT_0)$ de la ieșirea DRI. În acest scop sînt utilizate sumatorul „s", registrul de deplasare „d" și memoria tampon „c".

La sfîrșitul primei etape de calcul, în care s-a obținut valoarea E_k, aceasta este codificată în mod binar complementar și se memorează în memoria tampon „c".

În etapa a doua, se efectuează calculul mediei M_k după algoritmul (8). Mai întîi, operația $E_k + (-M_{k-1})$ se realizează prin adunarea conținutului memoriei „c" cu cel al memoriei „h", unde se află valoarea precedentă $-M_{k-1}$, calculată pe cele $k - 1$ eșantioane anterioare.

Rezultatul însumării este înscris în registrul de deplasare „d".

Operația de împărțire $\frac{E_k - M_{k-1}}{2_q}$ unde q ia valori conform algoritmului prezentat- se realizează prin simpla deplasare a conținutului registrului „d". Impulsurile de deplasare sînt furnizate de numărătorul de inel „e", care își rotește conținutul odată în fiecare perioadă. Dacă conținutul numărătorului de eșantionare „f" depășește o putere a lui doi, se înscrie în numărătorul în inel „e" o nouă pereche 01. Fiind inițial în starea „0", după k cicluri de calcul numărătorul în inel „e" va conține q perechi 01, astfel încît la o rotire a sa se obțin q impulsuri. După efectuarea deplasării, conținutul registrului „d" este trecut în memoria tampon „c".

Următoarea fază constă în complementarea conținutului memoriei tampon „h", astfel încît în „h" să va găsi valoarea $+M_{k-1}$.

Media corespunzătoare pasului k, M_k, se calculează în final prin adunarea conținutului memoriei „h" cu cel al memoriei „c".

Dacă $K \neq N$, unde N este numărul total de eșantioane din care se calculează media, se schimbă semnului lui M_k și se memorează $- M_k$ în registru „h".

Dacă $K = N$, conținutul memoriei „h" este trecut în cod binar direct și înscris în memoria dispozitivului de afișare. Conținutul acestuia, decodificat, este afișat cu ajutorul dispozitivului de afișare cu tuburi numerice.

Tactele necesare blocului de calcul sînt date de blocul de comandă G(fig. 3) care este alcătuit din : oscilatorul cu cuarț Q, numărătorul cu capacitate variabilă prevăzut cu un selector de perioadă de eșantionare și numărătorul cu decodificatorul de formare a tactelor.

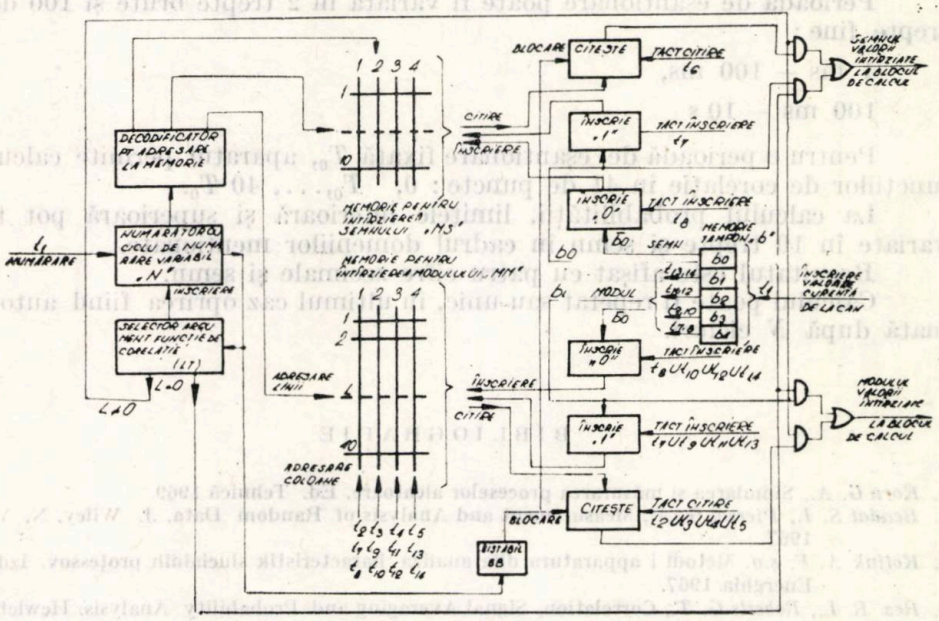


Fig. 3. Schema funcțională a blocului de comandă

4. Aspecte constructive, performanțe

Schema funcțională valorică posibilitățile oferite de microcircuitele electronice integrate, analizorul fiind construit în întregime cu circuite integrate.

Circuitele de intrare sînt realizate cu amplificatoare operaționale ceea ce face impedanța de intrare ridicată (>1 MOhm)

Aparatul cuprinde două intrări :

X — pentru calculul mediei, mediei moduluilui, probabilității și funcției de autocorelație.

Y — pentru semnalul de întîrziat la calculul funcției de intercorelației.

Semnalele aplicate trebuie să fie de natura unor tensiuni electrice și, în funcție de valorile lor maxime, se selectează unul din următoarele domenii :

— 1V — + 1V,

— 10 V — + 10 V,

— 100 V — + 100 V.

Numărul de eşantionare utilizate în calcule poate fi selectat dintre valorile : 128, 256, 512, 1024, cu ajutorul unui comutator.

Frecvenţa de eşantionare este foarte precisă, fiind controlată de un cristal de cuarţ de 64 KHz.

Perioada de eşantionare poate fi variată în 2 trepte brute şi 100 de trepte fine :

1 ms — 100 ms,

100 ms — 10 s

Pentru o perioadă de eşantionare fixată T_0, aparatul permite calcul funcţiilor de corelaţie în 41 de puncte : 0, T_0,..., 40 T_0.

La calculul probabilităţii, limitele inferioară şi superioară pot fi variate în 10 trepte şi semn în cadrul domeniilor menţionate.

Rezultatul este afişat cu patru cifre zecimale şi semn.

Calculul poate fi repetat sau unic, în ultimul caz oprirea fiind automată după N cicluri.

BIBLIOGRAFIE

1. *Korn G. A.*, Simularea şi măsurarea proceselor aleatoare. Ed. Tehnică 1969.
2. *Bendat S. I., Piersol G. A.*, Measurement and Analysis of Random Data, J. Wiley, N. Y. 1967.
3. *Kotiuk A. F. ş.a.* Metodi i apparatura dlia analiza haracteristik sluciainih proţessov. Izd. Energhia 1967.
4. *Rex R. L., Roberts G. T.*, Correlation, Signal Averaging and Probability Analysis. Hewlett Packard Journal, Nov 1970.
5. *Wehrmann W.* Technische Anwendungen der Korrelationsanalyse in der Signal und Systemtheorie. Tech nische Informationen 2/72 Norma.
6. *Penescu C., Ionescu G.* Corelatoare automate aplicate în cercetare şi tehnică. Simpozionul „Acustica şi metodele de corelaţie" Acad. RSR 1971.
7. *Mihoc Gh., Ciucu G., Craiu V.* Teoria probabilităţilor şi statistica matematică. E.D.P. 1970.
8. * * * Documentaţii tehnice şi prospecte de analizoare statistice şi corelatoare de la firmele Hewlett Packard, Norma, DISSA, Solartron, SAIP

Real-time Statistical Analyser

A statistical analyser of signals, operating in real-time is presented in the paper.

The analyser was realised by the authors with the aim to be utilized for scientific and educational work, where statistical functions as the mean value, the correlation funcţion or the probability density function of a random signal have to be calculated.

The main characteristic of the analyser is the possibility to operate in real-time, avoiding the necessity to store previously the signal and then to perform the computation of the above mentioned functions.

The algorithms, the electronic components and circuits and the performances of the analyser are described.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z.: 62—5
517.93

IDENTIFICAREA ÎN TIMP REAL A PROCESELOR CU PARAMETRI ALEATORI, UTILIZÎND SEMNALE DE PROBA SUBOPTIMALE DUALE

PETRE STOICA *

Determinarea intrării optimale pentru identifcarea în timp real a sistemelor cu parametrii aleatori și restricție asupra puterii ieșirii este abordată ca o problemă de control adaptiv-dual. Pentru un exemplu simplu este obținută o soluție analitică evidențiind unele caracteristici ale semnalelor de intrare duale (de exemplu discontinuitățile acestora).

Introducere

Articolul tratează problema identificării în timp real a proceselor cu parametrii variind aleator. Mărimea de intrare (de test) este aleasă astfel încît ieșirea sistemului să fie cît mai puțin perturbată prin operația de identificare. Este relevată similitudinea dintre problema de identificare formulată ca mai sus și problema controlului adaptiv optimal dual.

Pentru ilustrare este inclus un exemplu numeric în care sistemul de identificat are ca amplificare un proces stocastic Gauss-Markov.

1. Formularea problemei

Fie un sistem discret stocastic liniar cu parametrii variabili în timp descris de

$$A(t, q^{-1})\, y(t) = B(t, q^{-1})\, u(t) + e(t) \tag{1}$$

unde:

$t = 0, 1, 2, \ldots$

$y(\cdot)$ = ieșirea

$u(\cdot)$ = intrarea

$e(\cdot)$ = zgomot alb de medie nulă și dispersie dată σ^2.

$$A(t, q^{-1}) = 1 + a_1(t)q^{-1} + \ldots + a_n(t)q^{-n} \tag{2}$$

$$B(t, q^{-1}) = b_1(t)q^{-1} + b_2(t)q^{-2} + \ldots + b_n(t)q^{-n}$$

q^{-1} = operatorul de întîrziere, adică $q^{-1}y(t) = y(t-1)$.

Manuscris predat redacției la data de 15 aprilie 1977.

* Asistent ing. la Catedra automatică II

Dacă $A(t, q^{-1})$ şi $B(t, q^{-1})$ au gradul suficient de mare, modelul parametric (1) poate reprezenta orice sistem variabil în timp supus la perturbaţii descrise de procese staţionare cu densităţi spectrale raţionale [2], [3], [5]. Desigur însă că (1) nu va fi, în general, o reprezentare minimală pentru un anumit sistem dat. Totuşi, aşa cum va rezulta în continuare, ea este o reprezentare foarte convenabilă.

Problemă: Să se estimeze parametrii lui (1)- $\{a_i(t)\}$ şi $\{b_j(t)\}$ $t = 0, 1, 2, \ldots$, alegînd astfel semnalul de intrare $u(t)$ încît estimaţiile parametrilor, $\{\hat{a}_i(t)\}$, $\{\hat{b}_j(t)\}$ $t = 0, 1, 2, \ldots$, să fie „cît mai apropiate" de valorile adevărate, iar ieşirea $y(t)$ să fie perturbată „cît mai puţin".

Este clar că problema formulată este destul de complexă. Formularea dată mai sus nu este însă deosebit de precisă. De aceea ea poate fi exprimată (riguros) prin formulări matematice destul de diferite:

2.1. Să se estimeze parametrii lui (1) alegînd semnalul de intrare $u(t-1)$ $t = 1,2,\ldots, N$ astfel încît

$$\sum_{t=1}^{N} \operatorname{tr} P(t+1) = \min \tag{3}$$

cu restricţia

$$|u(t)| \leqslant a < \infty \; \forall t \tag{4}$$

unde:

$$P(t) = E\{[x(t) - \hat{x}(t)]\,[x(t) - \hat{x}(t)]^T\} \tag{5}$$

E = operatorul de mediere

$$x(t) = [a_1(t) \ldots a_n(t)\; b_1(t) \ldots b_n(t)]^T \tag{6}$$

$$\hat{x}(t) = [\hat{a}_1(t) \ldots \hat{a}_n(t)\;\; \hat{b}_1(t) \ldots b_n(t)]^T \tag{7}$$

Evident, condiţia (3) asigură calitatea estimării iar condiţia (4) faptul că ieşirea procesului nu va fi prea mult perturbată.

Observaţii:

a. Cerinţa de a nu perturba excesiv ieşirea procesului este destul de justificată:

— Procesul poate să fie în funcţionare normală.
— Procesul trebuie păstrat în o zonă liniară de funcţionare.

De asemenea „energia" conţinută în mărimea de intrare nu poate fi nelimitată (minimizarea lui (3) fără restricţia (4) ar conduce, în general, la mărimi de intrare cu amplitudine infinită).

2.2. Semnalul de intrare $u(t)$ determinat din condiţia (3) asigură o bună estimare:

$\hat{x}(t)$ urmăreşte bine $x(t)$, $t = 0, 1, 2, \ldots$ Totuşi restricţia (4) pusă pe intrare este ambiguă: nu este clar pentru un $u(t)$ care satisface (4) (a fiind dat), cît de tare va fi perturbată ieşirea.

Ambiguitatea poate fi eliminată alegînd $u(t-1)\ t=1,\ 2,\ldots,\ N$ astfel încît :

$$E\sum_{t=1}^{N}[y^2(t)+r^2tr\ P(t+1)]=\min \tag{8}$$

unde r^2 este un coeficient de ponderare. De data aceasta semnalul de intrare $u(\cdot)$ asigură o estimare bună, dar și o dispersie minimă a ieșirii (problema perturbării minime a ieșirii este inclusă în criteriu).

Determinarea lui $u(t-1)\ t=1,2,\ldots,\ N$ din (8) nu poate fi privită ca o problemă de identificare separată. Prin însăși formularea ei inițială (minimizarea dispersiei estimației dar și micșorarea variațiilor ieșirii), ea este *o problemă combinată de identificare și control.*

Deoarece mărimea de intrare $u(\cdot)$ determinată ca mai sus acționează atît în sensul controlului variațiilor ieșirii, cît și în sensul ameliorării estimațiilor parametrilor sistemului, ea se numește intrare duală.

Observații :

a. Este intuitiv că (8) va avea un minim datorită faptului că un $u(\cdot)$ cu amplitudini mari este necesar pentru o estimare bună, pe cînd un control bun (al variațiilor ieșirii) cere un semnal de intrare de amplitudini mici. Atunci o estimare și un control bune simultan vor implica un compromis asupra mărimii amplitudinilor lui $u(\cdot)$.

b. Așa cum a fost formulată prin (8), problema determinării unui semnal optimal dual pentru identificare lui (1) este similară cu problema controlului adaptiv stocastic optimal dual a lui (1) tratată în [2]. Spre deosebire însă de criteriul de optimizat din [2] în care dualitatea era implicită, în criteriul (8) dualitatea este explicită.

Este evident că diferite valori ale lui r vor face controlul mai important decît identificarea sau invers. Astfel dacă se dorește un control stocastic adaptiv optimal dual, r va fi apropiat de 1 ; dacă însă scopul este cel urmărit în acest articol, adică identificarea sistemului (1), micșorarea variațiilor ieșirii fiind pe planul doi, atunci r este în orice caz mai mare decît 1.

c. Problema de identificare formulată prin (3) și (4) nu este atît de similară cu o problemă de control adaptiv stocastic dual cum este (8). Totuși, ideea ei de bază este analogă cu aceea utilizată în [4] pentru a determina un regulator adaptiv stocastic dual :

$$\min_{u(t-1)} Ey^2(t) \text{ cu restricția } trP(t+1)\leqslant a<\infty \tag{9}$$

Determinarea unei mărimi de intrare din (3), (4) sau din (8) este totuși o problemă dificilă de rezolvat. O posibilitate de a o aborda este utilizarea programării dinamice. Totuși chiar pentru sisteme foarte simple, memoria necesară este foarte mare. De aceea problema formulată anterior

ca un proces de decizie în N paşi, va fi redusă la una de decizie într-un pas :

$$u_1(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} tr\ P\ (t+1)\ \ |u_1(t-1)| \leqslant a < \infty$$

$$t = 1, 2, \ldots \tag{10}$$

$$u_2(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} E[y^2(t) + trP(t+1)]\ \ t = 1, 2, \ldots \tag{11}$$

Intrările $u_1(t)$ sau $u_2(t)$ sînt optimale duale, în sensul minimizării criteriilor din (10) respectiv (11). Totuşi, soluţiile obţinute din (10) sau (11) sînt „departe" de soluţia optimală pe ansamblu obţinută cu (3) — — (4) sau (8). De aceea atît $u_1(\cdot)$ cît şi $u_2(\cdot)$ vor fi numite totuşi, mărimi de intrare *suboptimale duale*.

Minimizările cerute de (10) sau (11)se realizează, în general, numeric. Există însă şi cazuri simple în care ele pot fi realizate analitic (v. exemplul din acest articol).

2. Soluţie

Pentru estimarea parametrilor lui (1) poate fi utilizată metoda celor mai mici patrate în timp real. Spre deosebire de varianta on-line (recursivă) a acestei metode, varianta în timp real are introdus un factor de deponderare exponenţială a observaţiilor trecute. Valoarea acestui factor λ, condiţionează în mod esenţial convergenţa algoritmului în timp real. Dacă λ nu este corespunzător ales, algoritmul poate fi instabil : nu reuşeşte să urmărească variaţiile rapide ale procesului. Deoarece filtrul Kalman este mai bine adaptat pentru estimarea în timp real, problema estimării parametrilor lui (1) se va transforma în continuare într-o problemă de estimare de stare. Pentru aceasta se consideră că variaţia parametrilor procesului poate fi descrisă printr-un proces Gauss-Markov, care satisface următoarea ecuaţie cu diferenţe stocastică :

$$x(t+1) = Fx(t) + v(t)\ t = 0, 1, 2, \ldots \tag{12}$$

$x(t)$ = vectorul parametrilor la momentul t, *v.* (6)
F = matrice constantă dată, de dimensiune $2n \times 2n$.
$v(\cdot)$ = secvenţă de vectori aleatori normali de dimensiune $2n$ distribuiţi identic, independenţi, de medie nulă şi matrice de covarianţă

$$C_1 = E\ [\ v(t)\ v^T\ (t)]$$

Observaţie : Dacă $v(t)$ nu este alb ci este un proces stocastic oarecare descris de ecuaţii de stare cunoscute, atunci prin extinderea spaţiului stărilor, modelul cu reziduuri corelate poate fi redus la un model cu reziduri albe, (12).

Se consideră de asemenea că starea iniţială pentru (12) este tot gaussiană cu media şi dispersia cunoscute :

$$Ex(t_0) = m \quad E\{[x(t_0) - m]\ [x(t_0) - m]^T\} = C_0 \tag{13}$$

Relaţia intrare-ieşire (1), poate fi considerată ecuaţia de „măsură" a lui (12):

$$y(t) = H(t)\, x(t) + e(t) \tag{14}$$

$$H(t) = [-y(t-1) \ldots -y(t-n)\, u(t-1) \ldots u(t-n)] \tag{15}$$

$e(\cdot)$ este cel din (1).

Se presupune în plus că

$$E[v(t)e(s)] = 0 \quad t \neq s \tag{16}$$

şi că $e(t)$ este independent de $x(t_0)$.

În condiţiile de mai sus, dacă se notează informaţia disponibilă la momentul t prin:

$$Y(t) = \{y(t),\ y(t-1), \ldots, u(t-1),\ u(t-2), \ldots\} \tag{17}$$

atunci se poate enunţa următoarea teoremă [2], [6]:

Distribuţia condiţională a lui $x(t)$ fiind dat $Y(t-1)$ este normală cu medie $\hat{x}(t)$ şi matrice de covarianţă $P(t)$, unde $\hat{x}(\cdot)$ şi $P(\cdot)$ satisfac următoarele ecuaţii cu diferenţe:

$$\hat{x}(t+1) = F\hat{x}(t) + K(t)[y(t) - H(t)\,\hat{x}(t)] \tag{18}$$

$$P(t+1) = [F - K(t)H(t)]\, P(t)F^T + C_1 \tag{19}$$

$$K(t) = FP(t) \cdot H^T(t)\, [H(t)P(t)\, H^T(t) + \sigma^2]^{-1} \tag{20}$$

Condiţiile iniţiale pentru (18) şi (19) sînt respectiv

$$\hat{x}(t_0) = m \quad P(t_0) = C_0 \tag{21}$$

Demonstraţia acestei teoreme este în esenţă aceea dată în [6].

Teorema de mai sus constituie baza atît pentru estimarea parametrilor cît şi pentru determinarea mărimilor de intrare suboptimale duale $u_1(\cdot)$ sau $u_2(\cdot)$. În general problema este destul de dificilă. Minimizările din (10) sau (11) trebuie realizate numeric; problema este monodimensională şi deci o tehnică de căutare Fibonacci poate fi eficient utilizată. Totuşi optimizările din (10) sau (11) trebuie repetate pentru fiecare $t = 0, 1, 2, \ldots$, ţinînd cont de ecuaţiile de propagare (18) — (21). Aceasta creşte complexitatea problemei.

În consecinţă, abordarea unei probleme de identificare în timp real prin metodologia expusă mai sus este justificată numai dacă micşorarea variaţiilor ieşirii (variaţii provocate de injectarea semnalului de test) este deosebit de importantă.

Observație: Pentru identificare combinată cu control (de exemplu în reglarea adaptivă a proceselor stocastice, utilizînd legi optimale duale) aplicarea metodologiei de mai sus este perfect justificată.

Procedura de determinare a intrărilor suboptimale duale $u_1(\cdot)$, $u_2(\cdot)$ este exemplificată în continuare, utilizînd date simulate. Trebuie subliniat că utilizarea simulărilor numerice, chiar și în cazul unor sisteme simple permite înțelegerea unor caracteristici ale controlului dual insuficient cunoscute (datorită faptului că o analiză teoretică este foarte dificilă).

3. Exemplu numeric

Este considerat următorul proces simplu avînd ca amplificare un proces stocastic Gauss-Markov

Proces:

$$y(t) = x(t)u(t-1) + e(t) \tag{22}$$

$$e(t) \sim n(0\,;\ 0{,}25) \tag{23}$$

Variația amplificării procesului:

$$x(t+1) = 0{,}9\ \ x(t) + v(t) \tag{24}$$

$$v(t) \sim n(0\,;1) \tag{25}$$

De asemenea se presupune cunoscută statistica valorii inițiale a amplificării:

$$x(0) \sim n(0\,;\ 5{,}26) \tag{26}$$

Observație: Din (24) — (26) rezultă că $x(t)\ t = 0,\ 1,\ 2,\ldots$ este un proces stocastic Gauss-Markov *staționar*.

Particularizînd ecuațiile filtrului Kalman, (18) — (20), se obține:

$$\hat{x}(t+1) = 0{,}9\ \hat{x}(t) + K(t)[y(t) - u(t-1)\ \hat{x}(t)] \tag{27}$$

$$K(t) = 0{,}9\ P(t)\ u(t-1)/[0{,}25 + P(t)u^2(t-1)] \tag{28}$$

$$P(t+1) = 0.2025\ P(t)/[0{,}25 + P(t)u^2(t-1)] + 1 \tag{29}$$

4.1. Se consideră mai întîi estimarea amplificării $x(\cdot)$, utilizînd ca mărime de intrare $u_1(\cdot)$ (*v.*(10)):

$$u_1(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} \quad P(t+1) \qquad |u(t-1)| \leqslant a < \infty$$
$$t = 1,2,\ldots \tag{30}$$

Din (29) și (30) rezultă :

$$u_1^2(t-1) = a^2 \quad t = 1,2,\ldots \tag{31}$$

Există infinit de multe intrări satisfăcînd (31). În funcție de momentele de comutare între $+a$ și $-a$ ele vor produce dispersii diferite ale ieșirii. Este astfel confirmată afirmația făcută anterior referitoare la ambiguitatea determinării lui $u_1(\cdot)$ din (3), (4).

În acest exemplu $u_1(\cdot)$ = un semnal pseudoaleator binar de amplitudine $\pm a$ și perioadă (maximală) 127. Este evident că un astfel de semnal satisface (31).

Considerînd $a = 1$, din ecuația de propagare a dispersiei estimației amplificării, rezultă :

$$P(\infty) = 1{,}17 \tag{32}$$

Valoarea (32) este acceptabilă ținînd cont că dispersia lui $v(t)$, sub care nu se poate coborî, este 1.

4.2. În continuare se consideră estimarea amplificării $x(\cdot)$ utilizînd ca mărime de intrare $u_2(\cdot)$, (11) :

$$u_2(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} E\,[y^2(t) + r^2 P(t+1)] \tag{33}$$

$$t = 1,\ 2,\ldots$$

Pentru determinarea lui $u(t-1)$ informația disponibilă este $Y(t-1)$, v. (17). Rezultă că (33) este o problemă de optimizare stocastică cu informație incompletă. Ea poate fi transformată într-o problemă echivalentă de optimizare stocastică cu informație completă, *v.* [1] :

$$u_2(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} E\{[y^2(t) + r^2 P(t+1)] \mid Y(t-1)\} =$$

$$= \arg \min_{u(t-1)} \{E[y^2(t) \mid Y(t-1)] + r^2 P(t+1)\} \tag{34}$$

Utilizînd (22) și (29) în (34) se obține :

$$u_2(t-1) = \arg \min_{u(t-1)} V[\hat{x}(t),\ P(t),\ u(t-1)] \tag{35}$$

unde :

$$V[\hat{x}(t),\ P(t),\ u(t-1)] = \hat{x}^2(t)\,u^2(t-1) + P(t)u^2(t-1) +$$

$$+ 0{,}25 + 0{,}2025\ P(t)\,r^2/[0{,}25 + P(t)u^2(t-1)] + r^2 \tag{36}$$

Din (35) și (36) rezultă imediat ecuația de determinare a lui $u_2(\cdot)$:

$$\hat{x}^2 u_2(t-1) + P(t)u_2(t-1) - \frac{0{,}2025\, r^2 P^2(t)\, u_2(t-1)}{[0{,}25 + P(t)\, u_2^2(t-1)]^2} = 0 \tag{37}$$

Soluțiile lui (37) sînt:

$$u_{21}(t-1) = 0 \tag{38}$$

$$u_{22}(t-1) = \pm \sqrt{\frac{0{,}5}{P(t)}}\, [0{,}9rP(t)/\sqrt{\hat{x}^2(t)+P(t)} - 0{,}5] \tag{39}$$

Derivata de ordinul doi a lui $V(\cdot)$ în extremele (38) și (39) are următoarele expresii:

$$\frac{\partial^2 V[\hat{x}(t), P(t), u_{21}(t-1)]}{\partial^2 u_{21}(t-1)} = 4S(t)\left[0{,}5 + \frac{0{,}9\, rP(t)}{\sqrt{\hat{x}^2(t) + P(t)}}\right] \tag{40}$$

$$\frac{\partial V[\hat{x}(t), P(t), u_{22}(t-1)]}{\partial^2 u_{22}(t-1)} = -4\, S(t)\, \frac{[\hat{x}^2(t) + P(t)]^{3/2}}{0{,}9r\, P(t)} \tag{41}$$

unde:

$$S(t) = 0{,}5 - \frac{0{,}9rP(t)}{\sqrt{\hat{x}^2(t) + P(t)}} \tag{42}$$

Din (40) — (42) rezultă că mărimea de intrare care minimizează $V(\cdot)$ este

$$u_2(t-1) = u_{21}(t-1) \quad S(t) > 0$$

$$u_2(t-1) = u_{22}(t-1) \quad S(t) < 0 \tag{43}$$

Așadar $u_2(\cdot)$ va „comuta" între $u_{21}(\cdot)$ și $u_{22}(\cdot)$ (sau invers), la schimbarea semnului lui $S(\cdot)$. Intuitiv, acest lucru poate fi simplu explicat. Dacă $P(t)$ este „suficient" de mic atunci $S(t) > 0$, deci $u_2(t-1) = u_{21}(t-1) = 0$: foarte natural, deoarece $P(t)$ mic înseamnă că estimarea este bine realizată și atunci se renunță la a injecta semnal în scopul îmbunătățirii acesteia, asigurîndu-se astfel o variație minimă pentru ieșirea procesului.

Cînd $P(t)$ este mare, atunci $S(t) < 0$ și deci $u_2(t-1) = u_{22}(t-1) \neq 0$: este firesc, deoarece $P(t)$ mare înseamnă înrăutățirea estimației și atunci este necesară excitarea procesului (intrare nenulă) pentru ameliorare estimației.

Din (42) este clar că valoarea lui r influențează punctele de comutare între cele două legi $u_{21}(\cdot)$ și $u_{22}(\cdot)$. Astfel o valoare mai mare a lui r va face $S(t) < 0$ pentru intervale mai mari de timp și deci $u_{22}(\cdot)$ va fi

aplicată mai mult decît $u_{21}(\cdot)$ (aceasta este o consecință firească a faptului că r mare face ca ponderea în $V(\cdot)$ a estimării să fie mai mare decît aceea a controlului variațiilor ieșirii procesului).

În cazul exemplului dat în acest articol calcule simple arată că $r = 2{,}5$ va asigura pentru $u(t) = u_2(t)$ o dispersie a estimației apropiată de aceea care se obține (în staționar) cînd $u(t) = u_1(t)$, *v.* (32).

Amplificarea aleatoare a procesului (22) este estimată cu filtrul Kalman utilizînd atît $u_1(\cdot)$ cît și $u_2(\cdot)$. Ca un indicator al calității estimării este, utilizat următorul indice:

$$I_1 = \frac{1}{200} \sum_{t=1}^{200} P(t)/x^2(t) \tag{44}$$

Gradul de perturbare al ieșirii este evaluat cu

$$I_2 = \frac{1}{200} \sum_{t=1}^{200} y^2(t) \tag{45}$$

Rezultatele obținute (v. Tabela 1) arată că deși în ambele situații variațiile amplificării procesului sînt, aproximativ, la fel de bine urmărite, totuși utilizarea lui $u_1(\cdot)$ produce o dispersie a ieșirii mult mai mare decît atunci cînd mărimea de intrare este $u_2(\cdot)$.

Tabela 1

	$u(t) = u_1(t)$	$u(t) = u_2(t)$
I_1	431,23	461,57
I_2	3,048	1,188

Concluzii

Problema formulată în acest articol este identificarea în timp real a unui proces cu parametrii aleatori, semnalul de intrare fiind astfel ales încît să amelioreze estimația, dar în același timp să perturbe cît mai puțin ieșirea procesului.

O astfel de problemă de identificare este perfect similară cu o problemă de control adaptiv optimal dual. O rezolvare a problemei și o analiză teoretică a soluțiilor acesteia sînt în general foarte dificile, de cele mai multe ori făcîndu-se apel la simulare numerică.

Exemplul simplu din acest articol poate fi totuși analizat teoretic fără dificultate. Sînt astfel relevate analitic unele caracteristici observate și intuite practic de alți cercetători în domeniu (v. de exemplu [4]).

BIBLIOGRAFIE

1. *K. J. Åström*, Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, New York, 1970.
2. *K. J. Åström. B. Wittenmark*, J. Math. Analysis Applic. vol. 34, p. 90, April 1971.
3. *B. Wittenmark*. Int. J. Control, vol. 21, p. 705, 1975.
4. *K. J. Åström, P. Eykhoff*, System identification a survey, Automatica 7, 1971.
5. *P. Stoica*, Journal A, vol. 17, p. 151, nor. 3, 1976.
6. *R. E. Kalman, R. S. Bucy.*, Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Eng. 83, p. 95— December 1961.

Real—time Identification of the Systems with Random Parameters, Using Dual Signals

The computation of the optimal input for the real time identification of the systems with random parameters and constraints on the output power is tackled like a dual adaptive control problem. An analytical solution for a simple example showing some characteristics of the dual inputs (e.g. discontinuities) is obtained.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z. 11:681.3.07.

CONDIȚII DE ASIMPTOTICITATE PENTRU UN SISTEM ADAPTIV DE ESTIMARE A STARII

BORIS JORA*

În lucrare sînt stabilite condiții suficiente de anulare asimptotică a erorilor de estimare a stării și a parametrilor unui observer adaptiv pentru procese avînd o intrare și o ieșire, proiectat cu ajutorul metodei a doua a lui Liapunov. Aceste condiții sînt exprimate în termenii unui sistem liniar, liber, constant care generează intrarea.

Introducere

Sinteza bazată pe utilizarea teoriei stabilității Liapunov a unei clase destul de bogate de sisteme adaptive (cu model etalon, de identificare cu model acordabil, observere adaptive) și-a cucerit o largă popularitate datorită avantajului, deloc de neglijat, al asigurării stabilității de ansamblu.

Eforturile teoretice depuse în ultima vreme în acest domeniu au fost orientate în special spre elaborarea unor algoritmi de adaptare care să facă apel exclusiv la informația disponibilă din semnalele accesibile măsurării fizice directe, rezultate promițătoare obținîndu-se prin aplicarea cunoscutei leme Kalman-Iacubovici și a teoriei hiperstabilității. În acest context au apărut și lucrările referitoare la estimatoarele de stare adaptive [1 — 4]. Deasemenea s-a acordat o atenție sporită proprietăților de asimptoticitate, știut fiind faptul că tehnica utilizării funcțiilor Liapunov pentru sinteză conduce la structuri care nu asigură în mod necesar anularea erorilor parametrice și în cazul observerelor adaptive nici măcar a tuturor componentelor erorii de estimare a stării.

Pentru a preciza lucrurile să considerăm structura din fig. 1, în care sistemul S_0 generează intrarea u, sistemul S_1 este caracterizat de un vector de stare x și de un vector constant dar necunoscut al parametrilor p, iar sistemul S_2 are starea $\hat{x}$ și un set de parametrii ajustabili $\hat{p}$. Circuitele de adaptare sînt reprezentate de sistemul S_a, vectorul său de stare fiind chiar $\hat{p}$.

Manuscris predat redacției la data de 16 iunie 1977

* Asistent ing. Catedra automatică II

Să definim acum un sistem diferență Σ, avînd aceeași intrare și cu variabile de stare $e = \hat{x} - x$, $\delta = \hat{p} - p$ (se presupun satisfăcute condițiile de dimensionalitate necesare). Scopul adaptării se poate formula acum prin dorința de anulare a stării sistemului Σ.

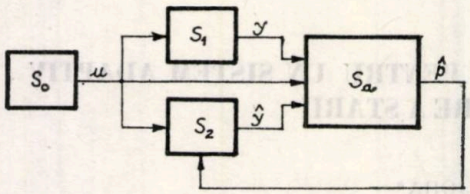


Figura 1. — Strutura generală a unui sistem adaptiv de estimare a stării.

Dacă structura lui S_a este proiectată cu ajutorul funcțiilor Liapunov atunci se constată că deși stabilitatea globală a soluției banale a sistemului Σ este asigurată, totuși de proprietatea de asimptoticitate nu se bucură decît ieșirea lui Σ definită prin $e_y = \hat{y} - y$. Acest fapt apare ca natural dacă avem în vedere că estimarea parametrilor are loc în primul rînd pe baza informației conținute în e_y aceasta fiind singura componentă măsurabilă a lui e.

Dacă garantarea asimptoticității nu e posibilă prin alegerea structurii lui S_a, acest lucru poate fi realizat prin condiții suplimentare impuse intrării u. Ideea este de a găsi clasa comenzilor u pentru care identitatea $e_y(t) = 0$ pe un interval (t_1, t_2), $t_1 > t_2$ să nu poată avea loc decît dacă $e = 0$, $\delta = 0$.

Condițiile suficiente pentru a defini astfel de intrări se exprimă în general prin aceea ca ele să fie „suficient de bogate în frecvențe".

Lucrarea de față își propune să dea atît o nouă formulare cît și o demonstrație adecvată acestui fapt transpunînd aceste condiții în condiții asupra sistemului S_0 considerat ca generator al intrării. Deși rezultatul este mai general, demonstrația este făcută pentru cazul unui observer adaptiv pentru sisteme liniare monovariabile.

1. Formularea problemei

Fie estimatorul de stare adaptiv sintetizat în [4] a cărui structură este reprezentată în fig. 2.

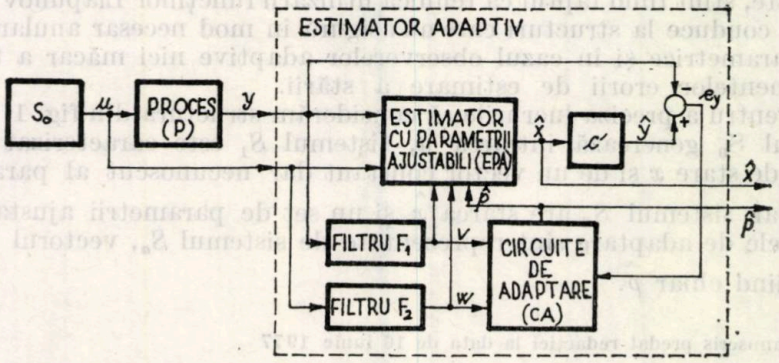


Figura 2. — Structura internă a unui estimator adaptiv proiectat cu ajutorul metodei de stabilitate Liapunov.

Diferite blocuri ale structurii de mai sus sînt descrise de următoarele sisteme :
Procesul :

$$(P): \qquad \dot{x} = Ax + bu, \quad y = c'x, \quad x \in R^n \tag{1}$$

în care tripletul (A,b,c'), presupus complet, are forma canonică :

$$A = \left[\begin{array}{c|c} a & g' \\ \hline & F \end{array}\right], \quad c' = [1\ 0\ \ldots\ldots\ 0]$$

(g', F) fiind o pereche complet observabilă arbitrară.
Parametrii necunoscuți sînt $p' = [a' \mid b']$.

Estimatorul de stare adaptiv :

$$(F_1): \qquad \dot{\bar{v}} = J'\bar{v} + gy, \quad \bar{v}' = [v_2 v_3 \ldots v_n] \tag{2}$$

$$(F_2): \qquad \dot{\bar{w}} = J'\bar{w} + gu, \quad \bar{w}' = [w_2 w_3 \ldots w_n]$$

în care $J = F - đ\, g'$, vectorul constant $đ$ fiind ales, printre altele, astfel încît J să fie o matrice stabilă.

Definim deasemenea :

$$v' = [v_1\ \bar{v}'],\ v_1 = y - đ'\bar{v}\,;\ w' = [w_1 \mid \bar{w}'],\ w_1 = u - đ'\bar{w} \tag{b}$$

$$(EPA): \dot{\hat{x}} = K\hat{x} + (\hat{a}(t) - k)y + \hat{b}(t)u + q(t)$$

unde

$$K = \left[\begin{array}{c|c} k & g' \\ \hline & F \end{array}\right]$$

este o matrice stabilă iar perechea (K, d), $d' = [1 \mid đ']$ este complet controlabilă. Vectorul parametrilor ajustabili este $\hat{p}' = [\hat{a}'(t)\ \hat{b}'(t)]$ iar $q(t) = q(v(t),\ w(t),\ \hat{y} - y)$.

$$(CA): \qquad \dot{\hat{a}} = -\Gamma v(\hat{y} - y), \quad \Gamma = \Gamma' > 0 \tag{4}$$

$$\dot{\hat{b}} = -\Delta w(\hat{y} - y), \quad \Delta = \Delta' > 0$$

În [4] este demonstrat faptul că sistemul „diferență" definit ca mai sus, cu variabilele de stare

$$e = \hat{x} - x$$

$$\alpha = \hat{a} - a$$

$$\beta = \hat{b} - b$$

este echivalent din punctul de vedere al stabilității soluției banale ($e = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = 0$) cu sistemul :

$$(\Sigma_1): \begin{cases} \dot{z} = Kz + d(\alpha' v + \beta' w), \; z_1 = \hat{y} - y \\ \dot{\alpha} = -\Gamma v z_1 \\ \dot{\beta} = -\Delta w z_1 \end{cases} \tag{5}$$

punîndu-se în evidență un vector de stare z care se bucură de proprietatea de asimptoticitate.

În acest fel starea de echilibru este definită de

$$\begin{cases} z = 0 \\ \alpha = \text{ct} \\ \beta = \text{ct} \end{cases}$$

Întrucît studiem proprietățile de asimptoticitate, vom considera procesul de estimare terminat, respectiv regimul staționar existent la momentul curent t îl vom presupune că fiind obținut făcînd $t_0 \to -\infty$.

Problema se poate formula deci astfel :

Ce condiții trebuie să îndeplinească sistemul S_0 care generează intrarea $u(t)$ astfel încît satisfacerea identității $z(t) = 0$ pe un interval $(0, t_1)$, $t_1 > 0$ să implice ca valorile staționare ale variabilelor α și β să fie nule ?

2. Rezultatul principal

Ne vom mărgini la sisteme S_0, liniare, constante. Avem următoarea :

Teoremă

Dacă intrarea $u(t)$ este generată de sistemul :

$$S_0: \begin{cases} \dot{\eta} = H\eta, \; \eta(0) = \eta_0 \\ \mathrm{u} = h'\eta \end{cases} \tag{6}$$

atunci următoarele condiții :

(I) $\sigma(H) \cap \sigma(A) = \emptyset$ unde cu $\sigma(H)$, $\sigma(A)$ s-au notat spectrele de valori proprii ale matricilor H respectiv A.

(II) (H, η_0) — complet controlabilă

(III) dim $H = l \geqslant 2n$ unde n este dimensiunea sistemelor (P), (EPA) ;

(IV) Rang $[h \; H'h \; \ldots\ldots \; H^{2n-1}h] = 2n$

sînt suficiente pentru asigurarea stabilității asimptotice a soluției banale ale sistemului (5).

Demonstrație

Conform celor menționate anterior este suficient să arătăm că $z(t) = 0$, $t \in (0, t_1)$, $t_1 > 0$ implică $\alpha = 0$, $\beta = 0$ sau după cum se vede imediat că :

$$\alpha' v(t) + \beta' w(t) \equiv 0, \quad t \in (0, t_1), \quad \alpha = \text{ct}, \quad \beta = \text{ct}$$

implică $\alpha = 0, \beta = 0$.

Această implicație este deasemeni echivalentă cu următoarea :

$$\tilde{\alpha}' \begin{bmatrix} y(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} + \tilde{\beta}' \begin{bmatrix} u(t) \\ \bar{w}(t) \end{bmatrix} \equiv 0, t \in (0, t_1), \tilde{\alpha} = \text{ct}, \tilde{\beta} = \text{ct} \rightarrow \begin{cases} \tilde{\alpha} = 0 \\ \tilde{\beta} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Din (6) rezultă :

$$u(t) = h' e^{Ht} \eta_0 \quad (8)$$

iar răspunsul staționar al procesului la această intrare (matricea A fiind presupusă stabilă),

$$y(t) = c' \int_{-\infty}^{t} e^{A(t-\tau)} b u(\tau) d\tau = c' P e^{Ht} \eta_0 \quad (9)$$

unde $P \in R^{n \times l}$ este o matrice constantă, soluția ecuației matriciale

$$PH - AP = bh' \quad (10)$$

Datorită condiției (I) această ecuație are o soluție unică [6]. În acest fel sistemele (2) au soluții derivabile de un număr indefinit de ori, alături de $u(t)$, $y(t)$. Din membrul stîng al implicației (7) rezultă deci :

$$\tilde{\alpha}' \begin{bmatrix} y_{(t)}^{(k)} \\ \bar{v}_{(t)}^{(k)} \end{bmatrix} + \tilde{\beta}' \begin{bmatrix} u_{(t)}^{(k)} \\ \bar{w}_{(t)}^{(k)} \end{bmatrix} \equiv 0, \quad t \in (0, t_1), \quad k = 0,1 \ldots \quad (11)$$

Fie

$$\chi_J(\sigma) = \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i \sigma^{n-i}, \quad \mu_0 = 1$$

polinomul caracteristic al matricii J.

Ținînd seama de (2), (8), (9) ansamblul relațiilor (11) scris pentru $k = 0,1,\ldots\ldots,n-1$ poate fi pus sub forma :

$$\left(\tilde{\alpha}' \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i c' P H^{n-1-i} \\ M_J N_y \end{bmatrix} + \tilde{\beta}' \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i h' H^{n-1-i} \\ M_J N_u \end{bmatrix} \right) e^{Ht} \eta_0 \equiv 0 \quad (12)$$

unde :

$$M_J = [J'^{n-2} g + \mu_1 J'^{n-3} g + \ldots + \mu_{n-2} g \,\vdots\, \ldots\ldots \,\vdots\, J'g + \mu_1 g \,\vdots\, g]$$

$$N_y = \begin{bmatrix} c'P \\ c'PH \\ \\ c'PH^{n-2} \end{bmatrix}, \quad N_u = \begin{bmatrix} h' \\ h'H \\ \vdots \\ h'H^{n-2} \end{bmatrix}$$

Din condiţia (II) a teoremei rezultă însă [7] că (12) nu poate avea loc decît dacă factorul din paranteză este nul problema iniţială reducîndu-se astfel la o problemă algebrică şi anume :

$$\text{Rang } Q = \text{Rang} \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i c'PH^{n-1-i} \\ M_J N_y \\ \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i h' H^{n-1-i} \\ M_J N_u \end{bmatrix} = 2n \qquad (13)$$

Este evident că (13) impune cu necesitate condiţia (III) rămînînd de arătat că (IV) este suficientă pentru ca (13) să fie adevărată.

Într-adevăr avem :

$$Q = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c:c} 1 & \mu_{n-1} \cdots \mu_1 \\ \hdashline 0 & M_J \end{array}\right] & \left[\begin{array}{c} c'PH^{n-1} \\ \hdashline N_y \end{array}\right] \\ \left[\begin{array}{c:c} 1 & \mu_{n-1} \cdots \mu_1 \\ \hdashline 0 & M_J \end{array}\right] & \left[\begin{array}{c} h'H^{n-1} \\ \hdashline N_u \end{array}\right] \end{bmatrix}$$

şi întrucît perechea (J', g) este complet controlabilă, respectiv M_J nesingulară [8], rezultă că :

$$\text{Rang } Q = \text{Rang} \begin{bmatrix} c'P \\ c'PH \\ \vdots \\ c'PH^{n-1} \\ h' \\ h'H \\ \vdots \\ h'H^{n-1} \end{bmatrix} = \text{Rang} \begin{bmatrix} P \\ \hdashline h' \\ h'H \\ \vdots \\ h'H^{n-1} \end{bmatrix}$$

în ultima egalitate ţinîndu-se seama de faptul că matricea P este soluţia ecuaţiei (10).

Pe de altă parte P poate fi găsită efectiv. Într-adevăr dacă polinomul caracteristic al matricii A este :

$$\chi_A(\sigma) = \sum_{i=0}^{n} \nu_i \sigma^{n-i}, \quad \nu_0 = 1$$

atunci rezultă :

$$P = \left[\sum_{i=0}^{n-1} \nu_i \sum_{j=0}^{n-1-j} A^{n-1-i} b\, h' H^j\right]\left[\sum_{i=0}^{n} \nu_i H^{n-i}\right]^{-1}$$

matricea $\sum_{i=0}^{n} \nu_i H^{n-i}$ fiind nesingulară în virtutea condiției (I) din teoremă. Prin urmare avem :

$$\text{Rang } Q = \text{Rang}\begin{bmatrix} P \sum_{i=0}^{n} \nu_i H^{n-i} \\ \bar{Q} \sum_{i=0}^{n} \nu_i H^{n-i} \end{bmatrix} = \text{Rang}\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} \nu_i \sum_{j=0}^{n-1-i} A^{n-1-i-j} b h' H^j \\ \bar{Q} \sum_{i=0}^{n} \nu_i H^{n-i} \end{bmatrix} =$$

$$= \text{Rang}\begin{bmatrix} M_A\, \bar{Q} \\ \bar{Q} H^n + \bar{Q} \sum_{i=0}^{n-1} \nu_i H^{n-1} \end{bmatrix}$$

unde

$$M_A = [A^{n-1} b + \nu_1 A^{n-2} b + \ldots + \nu_{n-1} b \,\vdots\, \ldots\ldots \,\vdots\, Ab + \nu_1 b \,\vdots\, b]$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} h' \\ h'H \\ \vdots \\ h'H^{n-1} \end{bmatrix}$$

Datorită controlabilității perechii (A, b) matricea M_A este nesingulară, de unde rezultă că :

$$\text{Rang } Q = \text{Rang}\begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \\ \bar{Q} H^n + \bar{Q} \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i H^{n-i} \end{bmatrix} = \text{Rang}\begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \bar{Q} H^n \end{bmatrix}$$

și demonstrația este completă.

Observație : În cazul în care matricea H are numai valorii proprii pe axa imaginară se obțin rezultate analoge celor stabilite în [5]. Într-adevăr, se constată cu ușurință că din condițiile teoremei rezultă că dacă intrarea este o sumă de sinusoide, aceste componente sinusoidale trebuie să fie prezente în număr de cel puțin n și să fie de frecvențe distincte.

Concluzii

Datorită caracterului neliniar al sistemelor adaptive se constată o dependență esențială a proprietăților acestora de caracteristicile semnalelor de intrare. Ca o confirmare a acestui fapt, în prezența lucrare sînt stabilite condiții asupra unui sistem liniar liber considerat ca generator al mărimii de intrare într-un sistem de estimare adaptivă în vederea asigurării proprietății de asimptoticitate a soluției banale.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. L. Caroll, D. P. Lindorff,* IEEE T. A. C., vol. AC—18. pp. 428, oct. 1973
2. *G. Lüders, K. S. Narendra,* IEEE Trans. A.C., vol. AC—18, pp. 496, oct. 1973.
3. *P. Kudva, K. S. Narendra,* Int. J. Contr. vol. 18 pp. 1201, dec. 1973.
4. *B. Jora,* IEEE Trans. A.C., vol. AC—21 pp. 417, iunie 1976.
5. *C.H. Kim, D. P. Lindorff,* Int. J. Contr, vol. 20, pp. 25, ianuarie 1974.
6. *F. R. Gantmaher,* Teoriia matrițˇ, ed. Nauka, Moscova, 1966.
7. *V.M. Popov,* Hiperstabilitatea sistemelor automate Ed. Acad. R. S. Romania, 1966.
8. *R. E. Kalman, P. L. Falb, M. A. Arbib,* Teoria sistemelor dinamice, ET. 1975.

Asymptotic Stability Conditions for an Adaptive Observar

In this paper sufficient conditions for asimptotic vanishement of the state estimation errors and parameter misalignements of a single input — single output adaptive observer, synthesized by the second Lyapunov's method, are established. These conditions are expressed in the terms of a free, liniar, constant system generating the input.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

CALCULATOARE

C.Z.: 681.3.06.

O METODĂ DE REPREZENTARE A IMPLEMENTĂRII ALGORITMILOR DE PROGRAMARE

ANA-MARIA NECULA, CR. GIUMALE*

Se prezintă o metodă originală pentru a obține reprezentări unitare, sugestive și omogene ale proceselor de implementare a algoritmilor de programare, în particular a algoritmilor de translatare a limbajelor de programare.

Introducere

În general, implementarea unui algoritm pe o mașină de calcul implică transformarea descrierii algoritmului (program) dintr-o notație sursă (în mod frecvent un limbaj de programare) într-o notație obiect (de exemplu, cod mașină). În unele cazuri, procesul de implementare poate fi descompus într-o succesiune de astfel de transformări, produsul final fiind reprezentat de descrierea algoritmului într-o notație executabilă pe o mașină dată. Proiectarea și documentarea implementării unui algoritm presupune existența unei metode de reprezentare a acestui proces. Există mai multe variante de reprezentare [1], [2], care însă nu asigură o reprezentare omogenă și unitară în cazuri complexe. În lucrarea de față se propune o metodă de reprezentare unitară, bazată pe utilizarea unor simboluri omogene și a unor reguli de compoziție a acestora. Reprezentările obținute sînt spațiale, dar, în majoritatea cazurilor, pot fi transpuse în plan.

1. Simboluri

Pentru reprezentarea unei componente (X) și a parametrilor acesteia, în contextul unui proces de transformare, se folosește un singur simbol, ilustrat în figura 1. În funcție de natura componentei procesului de transformare, simbolul, denumit în cele ce urmează 'bloc', poate reprezenta :

$$X = \begin{cases} P : \text{un program} \\ L : \text{un limbaj} \\ M : \text{o mașină} \end{cases}$$

Parametrii componentei X sînt specificați prin textul înscris pe una din fețele blocului asociat.

Manuscris predat redacției la data de 22 iunie 1977.

* Șef lucrări ing. la Catedra calculatoare ; Șef lucrări dr. ing Catedra calculatoare.

Utilizarea unui simbol unic pentru reprezentarea tuturor componentelor unui proces de transformare, permite o reprezentare unitară chiar și în cazul implementării algoritmilor de translatare a limbajelor de programare, problemă rezolvată doar parțial de metodele de reprezentare existente.

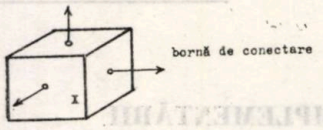


Fig. 1.— Simbolul utilizat în reprezentarea

În vederea compunerii, blocurile sînt prevăzute cu borne, așa cum se arată în figura 1. Fiecare fațetă a unui bloc este prevăzută cu o bornă de conectare.

În funcție de semantica blocului, există borne active și borne inactive. În figurile care urmează vor fi reprezentate doar bornele active

2. Reguli de compoziție

Regulile de compoziție sînt funcție de semantica blocului. Compunerea blocurilor se face prin alipirea fețelor dotate cu borne active.

a) *Bloc de tip M* Blocurile de acest tip pot fi conectate exclusiv la blocuri de tip L, prin intermediul bornei ilustrate în figura 2. Un astfel de bloc reprezintă mașina fizică care poate executa algoritmi descriși în limbajul specificat prin blocul de tip L atașat. Parametrul unui bloc de tip M este mașina particulară implicată.

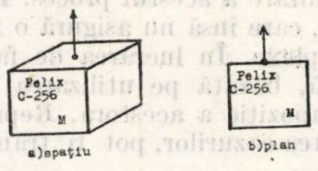


Fig. 2.— Simbolul „mașină fizică"

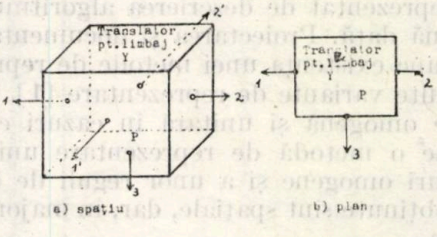


Fig. 3. — Simbolul „Algoritm"

b) *Bloc de tip P* Acest tip de bloc (vezi figura 3) poate fi conectat numai la blocuri de tip L. Blocul conectat la borna 3 corespunde limbajului în care este descris algoritmul reprezentat de bloc (parametrul blocului). În cazul unui algoritm de translatare, la borna 2(1') este conectat blocul de tip L corespunzător limbajului sursă, în timp ce la borna 2(2')' este conectat blocul de tip L corespunzător limbajului obiect, rezultat în urma translatării limbajului sursă. Perechile de borne 1—2 și 1'—2 nu pot fi folosite simultan. În cazul reprezentării unui interpretor, borna 2(2') nu este utilizată.

c) *Bloc de tip L* Acest tip de bloc este ilustrat în figura 4. Blocul conectat la borna 1 poate fi numai de tip M și reprezintă mașina care poate executa algoritmi descriși în limbajul parametru al blocului (LP) La celelalte borne se pot conecta numai blocuri de tip P. Blocul conectat la borna 2 reprezintă algoritmul descris în LP. Blocurile conectate la

bornele 3(3′) reprezintă translatoare care generează LP în timp ce blocurile conectate la bornele 4(4′) reprezintă algoritmi de transformare pentru LP.

3. Exemple

a) Fie un algoritm $\mathcal{A}$ descris într-un limbaj $\mathfrak{L}$, pentru care există un translator din $\mathfrak{L}_1$ în $\mathfrak{C}$, scris în limbajul $\mathfrak{C}$ care este direct executabil pe mașina $\mathfrak{M}$. Reprezentarea implementării algoritmului $\mathcal{A}$ este ilustrată în figura 5. Rezultatul implementării este descrierea algoritmului $\mathcal{A}$ în limbajul $\mathfrak{L}_1$, program direct executabil pe mașini $\mathfrak{M}$.

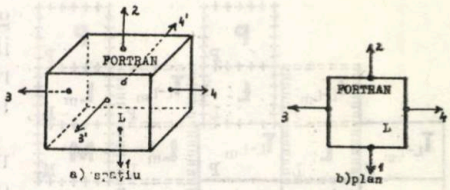


Fig. 4. — Simbolul „limbaj"

$\mathcal{A}$ poate reprezenta un algoritm de aplicație sau un algoritm de interpretare pentru programe scrise într-un limbaj $\mathfrak{L}_2$. În acest ultim caz, figura 5 poate fi completată, reprezentîndu-se și utilizarea interpretorului, așa cum se arată în figura 6.

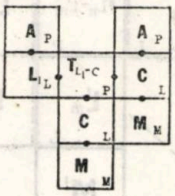


Fig. 5. — Reprezentarea implementării unui algoritm A mașina M

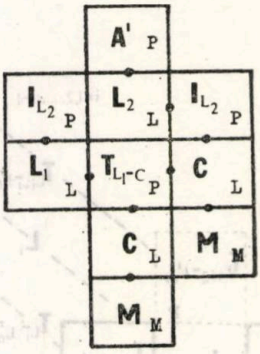


Fig. 6. — Reprezentarea implementării unui interpretor I pe mașina M.

b) Se dorește executarea unor programe $\mathfrak{L}$ scrise în limbajul $\mathfrak{L}$ pe o mașină $\mathfrak{M}$. În acest scop trebuie realizată implementarea translatorului $\mathcal{T}_{L-L_m}$, unde $\mathfrak{L}_m$ este direct executabil de către $\mathfrak{M}$.

Pentru implementarea translatorului se folosește o mașină $\mathfrak{M}'$ echipată cu un translator $\mathcal{T}'_{L-L'_m}$, $\mathfrak{L}'_m$ fiind direct executabil de către $\mathfrak{M}'$. Procesul de implementare a translatorului $\mathcal{T}_{L-L_m}$ poate fi descompus în următoarele faze :

Faza 1 Pe $\mathfrak{M}'$ se implementează un translator $\mathcal{T}_{L-L_m}$ scris în $\mathfrak{L}$. Acest caz poate fi întîlnit atunci cînd $\mathfrak{L}$ este un limbaj destinat descrierii algoritmilor de translatare. Rezultatul acestei faze este translatorul $\mathcal{T}_{L-L_m}$ scris în $\mathfrak{L}'_m$.

Faza 2. Folosind rezutatul fazei 1, se execută programul $\mathcal{T}_{L-L_m}$ pe mașina $\mathfrak{M}'$, obținîndu-se translatorul $\mathcal{T}_{L-L_m}$ scris în $\mathfrak{L}_m$.

Întregul proces de implementare descris, inclusiv execuția unui program $\mathfrak{L}$ scris în $\mathfrak{L}$ pe mașina $\mathfrak{M}$, este ilustrat în figura 7. Se remarcă avantajul reprezentării grafice asupra descrierii textuale.

c) Se presupune implementarea unui limbaj $\mathfrak{L}$ pe o mașină $\mathfrak{M}$ folosind o ierarhie de limbaje : $\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{L}_2$, $\mathfrak{L}_3$, ..., $\mathfrak{L}_n$, implementate pe mașina $\mathfrak{M}'$. Știind că $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_n$, procesul de implementare a limbajului $\mathfrak{L}$ și a limbajelor din ierarhie este ilustrat în figura 8.

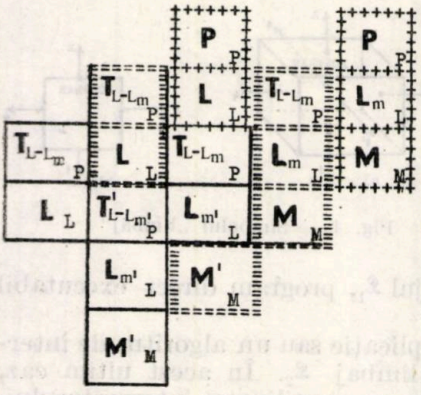


Fig. 7. — Reprezentarea implementării ierarhizate a unui translator T

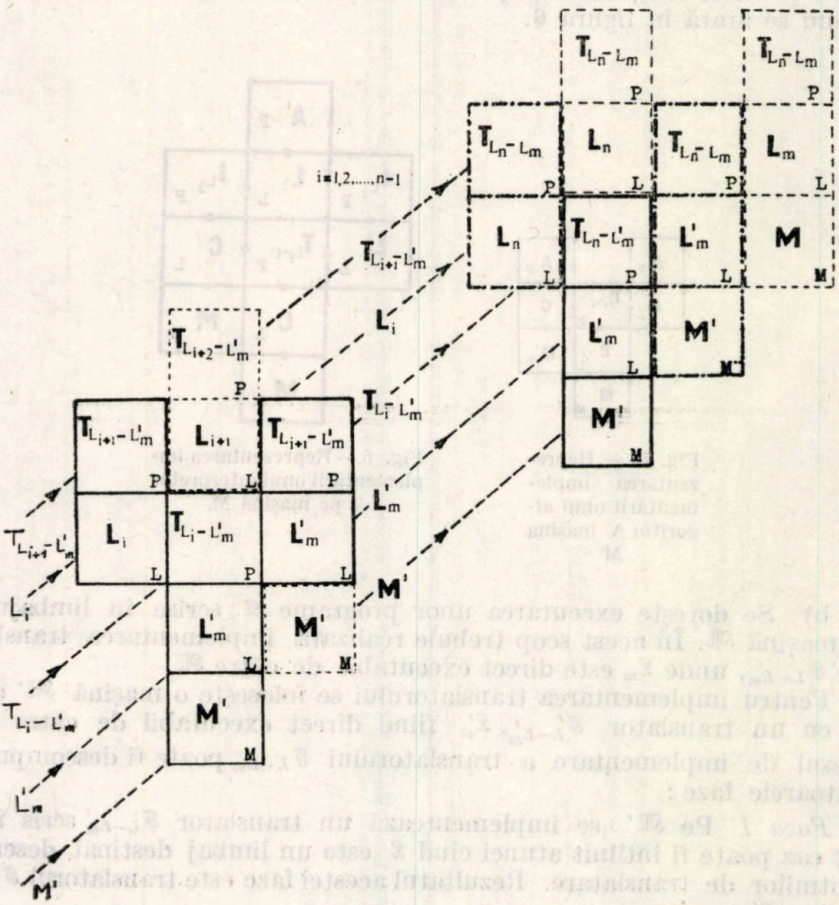


Fig. 8. Reprezentarea implementării unui limbaj folosind o ierarhie de limbaje.

Concluzii

Metoda de reprezentare propusă poate fi folosită pentru ilustrarea unitară a implementării și dezvoltării întregului sistem de software a unei mașini de calcul. Reprezentarea este naturală în sensul că implementarea structurată generează figuri sau volume cu nivele ierarhice. În cazurile foarte complicate însă, reprezentarea în plan devine imposibilă. De altfel, metoda a fost dezvoltată, în primul rînd, pentru reprezentări spațiale care sînt foarte sugestive. Folosind o astfel de reprezentare unitară, implementatorul poate depisa mai ușor eventualele redundanțe sau inconsistențe în peroiectarea produselor software.

BIBLIOGRAFIE

1. *Rudall, B. H.*, A Cybernetic Approach to Program Language Processing Systems, International Congress of Cybernetics and Systems, Queens College, Oxford, Aug. 1972
2. *Victor R. Basili, Albert J. Turner*, Software-Practice and Experience, Vol. 5, 1975, p. 269.

A Method of Representing the Implementation of Programming Algorithms.

A method for obtaining truly sugestive, homogeneous and unitary implementation representations of programming algorithms, especially of those directed towards programming language translation processes, is briefly discussed and exemplified.

A Method of Representing the Implementation of Programming Algorithms

A method for obtaining truly suggestive, homogeneous and unitary implementation representations of programming algorithms, especially of those directed towards programming language translation processes, is briefly discussed and exemplified.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

C.Z.: 681.3.06.

IMPLEMENTAREA MACROPROCESORULUI TRAC PE FELIX C—256

EUGENIA KALISZ, P. DIMO*

Această lucrare prezintă o implementare a macroprocesorului universal TRAC, realizată pentru Felix C—256. Sînt descrise structurile de date și algoritmii de prelucrare utilizați în această implementare.

Versiunea macroprocesorului TRAC realizată pentru calculatorul Felix C—256, denumită TRACF, a fost realizată în FORTRAN, ceea ce a permis o implementare rapidă, care asigură un grad ridicat de portabilitate, ca și posibilitatea realizării cu ușurință a unor dezvoltări ulterioare.

Baza de date utilizată de macroprocesorul TRACF în cursul prelucrărilor pe care le efectuează cuprinde:

— p r o g r a m u l TRACF, format dintr-o secvență de linii TRAC, fiecare dintre acestea fiind compusă din unul sau mai multe subșiruri. Un subșir este înregistrat pe o cartelă, începînd din coloana 2 a acesteia, și se termină în coloana 80 sau prin caracterul &, urmat de blancuri (spații libere) pînă în coloana 80, inclusiv.

Două subșiruri sînt concatenate, intrînd în componența aceleiași linii TRAC, dacă în coloana 1 a celei de-a doua cartele este înregistrat caracterul &. Prezența caracterului blanc în coloana 1 a unei cartele indică începutul unei noi linii TRAC.

— f i ș i e r u l d e m a n e v r ă TRACF, în care sînt memorate înregistrările preluate de pe cartele. Acesta este un fișier pe disc, cu format variabil blocat, în care scrierea și citirea se efectuează fără format, pentru a evita conversiile între reprezentarea internă și cea externă și a reduce în acest fel timpul de calcul.

— z o n a d e l u c r u ș i r u r i, în cadrul căreia sînt construite șirul activ și șirul neutru (fig. 1).

— z o n a p r i m i t i v e/a r g u m e n t e, în care se construiesc două stive (fig. 1):

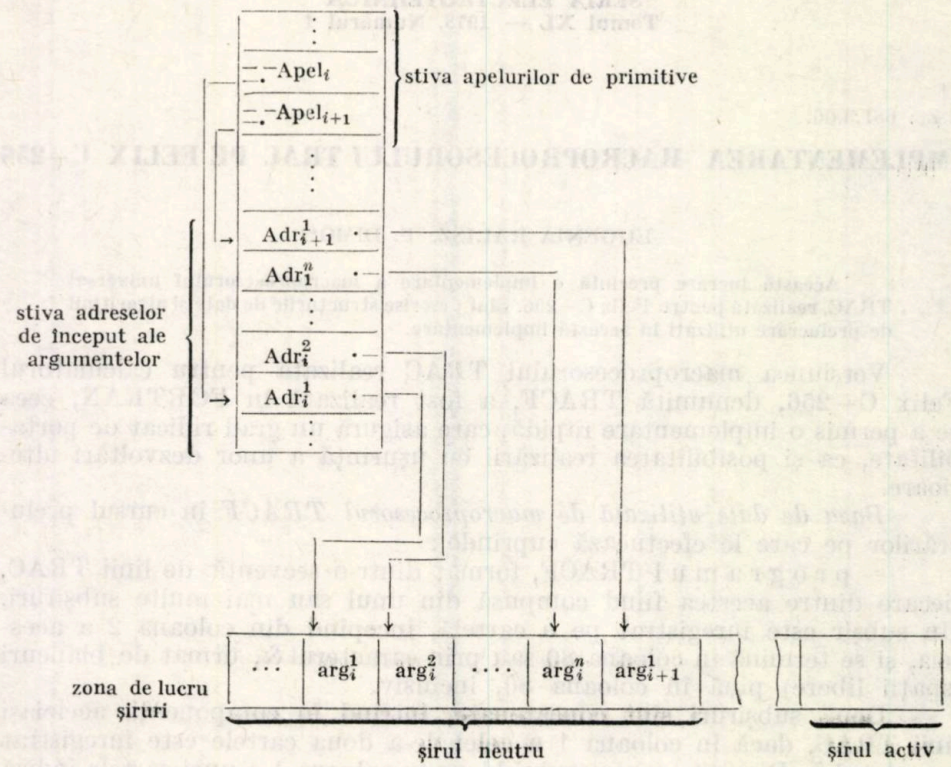
— stiva apelurilor de primitive, care conține cîte o intrare pentru fiecare apel de primitivă detectat în linia TRAC, dar încă ne-evaluat. O intrare din această stivă conține următoarele informații: →

— codul primitivei apelate
— modul apelului — neutru sau activ
— un indicator la intrarea din stiva adreselor de început ale argumentelor, corespunzătoare primului argument al apelului

— stiva adreselor de început ale argumentelor — intrările din această stivă conțin adresele de început ale tuturor argumentelor din apelurile de primitive încă ne-evaluate.

Manuscris predat redacției la data de 25 iunie 1977.

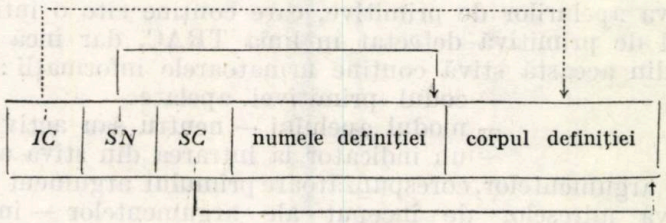
* Asistent ing. la Catedra calculatoare; Dr. ing. la I.I.R.U.C.



Apel$_i$ — intrarea corespunzătoare apelului i
Adr^i_j — adresa de început a argumentului j din apelul i
arg^j_i — şirul de caractere care reprezintă argumentul j din apelul i

Fig. 1. Zonele de lucru ale macroprocesorului TRACF

— z o n a d e f i n i ţ i i l o r, în care sînt introduse şirurile care reprezintă definiţii create de utilizator. Zona ocupată de o definiţie este structurată ca în fig. 2. Stergerea unei definiţii nu este efectivă, ci se realizează prin marcarea zonei ocupate de definiţia respectivă ca „zonă eliberată".



IC — indicatorul de caractere asociat corpului definiţiei, care permite identificarea unui anumit caracter din şirul care reprezintă corpul definiţiei
SN — indică ultimul caracter al numelui definiţiei, sau arată că zona respectivă este „eliberată" (dacă valoarea sa este negativă)
SC — indică ultimul caracter al corpului definiţiei

Fig. 2. Configuraţia zonei ocupate de o definiţie

— setul de caractere speciale, care cuprinde caracterele :

( ) , &

— tabele fixe, care conţin :

— identificatorii primitivelor implementate

— specificaţii cu privire la numărul de argumente permis pentru fiecare primitivă în parte

— mesajele de eroare

Caracterele care formează şirurile din componenţa bazei de date sînt memorate fiecare în cîte un cuvînt de memorie. Această soluţie a fost adoptată, deşi conduce la o utilizare ineficientă a memoriei, deoarece în FORTRAN comparaţiile se pot realiza numai pe cuvinte.

Indicatorii de parametru, care pot apare în corpul unei definiţii, sînt reprezentaţi ca valori numerice întregi, ocupînd fiecare cîte o celulă de memorie.

Prelucrarea unui program TRACF se realizează în două etape :

1) — înregistrările de pe cartele sînt citite, listate şi memorate în fişierul de manevră TRACF.

Această etapă se încheie la detectarea unei înregistrări. *EOF* (End Of File), care indică sfîrşitul programului TRACF.

2) — sînt construite şi prelucrate secvenţial liniile TRAC, pînă la epuizarea înregistrărilor din fişierul de manevră.

Prelucrarea unei linii TRAC se amorsează în urma prelucrării şirului iniţial

$$\#(PS,\#(RS))$$

introdus automat de către macroprocesor în şirul activ la începutul celei de-a doua etape de prelucrare, ca şi după terminarea prelucrării fiecăre linii TRAC.

Evaluarea acestui şir iniţial determină prelucrarea unei linii TRAC din fişierul de manevră, în urma evaluării apelului # (*RS*), şi tipărirea în final a rezultatului prelucrării liniei TRAC, în cazul în care aceasta s-a desfăşurat fără erori (fig. 3).

şirul neutru	şirul activ	
I	#(*PS*, #(*RS*))	— iniţializare
#(*PS*, #(*RS*	))	— evaluare apel activ *RS* — este citit şirul din următoarea linie TRAC din fişierul de manevră
#(*PS*,	<şir>)	— prelucrare <şir> — se obţine < şir rez >
⋮		
#(*PS*, <sir *rez*>	)	— evaluare apel *PS* — se tipăreşte < şir rez > — rezultat = şirul vid
I	*I*	— şirul activ vid — sfîrşit prelucrare

Fig. 3. Etapele prelucrării unei linii TRAC de către macroprocesorul TRACF

Algoritmul de prelucrare a unei linii TRAC poate fi exprimat în pseudo-cod astfel :

cît timp există caractere în şirul activ *şi* nu apare eroare *execută*

1. extrage car din şirul activ ;

2. *dacă*
car = (*atunci* copiază şir interior în şirul neutru ;,
car = # *atunci* tratează început apel primitivă ;,
car = , *atunci* creează intrare în stiva adreselor de început ale argumentelor ;,
car =) *atunci* evaluează apel primitivă ;
altminteri copiază car în şirul neutru ; ; ;
sfîrşit

În continuare vom detalia algoritmii de tratare a unui început de apel primitivă şi de evaluare a unui apel primitivă.

** tratează început apel primitivă *este*
1. extrage car din şirul activ ;
2. *dacă* car = # *atunci calculează* mod apel←neutru ;
extrage car din şirul activ ;
altminteri calculează mod apel←activ ; ;
3. *dacă* car = (
atunci analizează identificator primitivă ;
dacă nu a apărut eroare
atunci creează intrare în stiva apelurilor de primitive ;
extrage car din şirul activ ;
dacă
car = , *atunci* creează intrare în stiva adreselor de început ale argumentelor ;,
car =) *atunci* evaluează apel primitivă ;
altminteri eroare ; ; ;
altminteri eroare ; ; ;
Sfîrşit

** evaluează apel primitivă *este*
1. preia cod primitivă din stiva apelurilor de primitive ;
2. efectuează prelucrări specifice primitivei şi obţine şir rez. ;
3. preia mod apel din stiva apelurilor de primitive ;
4. *dacă* mod apel = activ
atunci concatenează şir rez. la şirul activ ;
altminteri concatenează şir rez. la şirul neutru ; ;
5. descarcă din stiva adreselor de început ale argumentelor toate intrările corespunzătoare apelului de primitivă evaluat ;
6. descarcă din stiva apelurilor de primitive intrarea corespunzătoare apelului de primitivă evaluat ;
sfîrşit

Concluzii

Implementarea versiunii macroprocesorului TRAC pentru Felix C—256 a fost terminată şi testată, dovedindu-se corespunzătoare pentru utilizarea în regim de prelucrare grupată.

În prezent această versiune — TRACF — este disponibilă în biblioteca sistemului Felix de la Centrul de Calcul IPB.

Utilizarea limbajului FORTRAN pentru implementarea macroprocesorului a permis realizarea acestuia într-o variantă portabilă şi

într-un timp record. Cu toate că în acest caz rezultă o pierdere, datorită unei utilizări mai puțin eficiente a memoriei, această pierdere nu s-a dovedit restrictivă, aplicațiile pentru care a fost utilizat macroprocesorul TRACF nefiind de natură a satura spațiul disponibil.

În continuare se prevede realizarea unei versiuni TRACF extinse, cu facilități suplimentare, cum ar fi posibilitatea salvării anumitor rezultate ale prelucrărilor într-un fișier definit de utilizator.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Kalisz, P. Dimo* — Macroprocesorul TRAC — Buletinul Institutului politechnic,, Gheorghe Gheorghiu-Dej'' N° 4 seria Electrotehnică.
2. *P. Wegner* — Programming Languages, Information Structures and Machine Organization — McGraw Hill, 1968.

An Implemention of the Macroprocessor TRAC for Felix C—256

This paper presents an implementation of the general purpose macroprocessor TRAC for the FelixC—256 computer. The data structures and the processing algorithms used in this implementation are described.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 1

BOOK REVIEWS

J. M. LAYTON.

MULTIVARIABLE CONTROL THEORY. Peter Peregrinus LTD. on behalf of the IEE, England. 1976, 233 pg.

The book deals with multivariable control theory which is more and more applied in the industrial procces control. The book is devided into three parts. The first one has four chapters and describes the relevant properties of the control systems. The first two chapters which have an introductory character, deal with basic elements of the system representation by state equations and their solution, and also with system representation by transfer matrix. Chapter three deals with controlability and observability properties and with conversion from state equations to transfer matrix and reverse. The 4-th chapter deals with the analysis of the stability. After the concept of stability is defined the first and second method of Lyapunov are presented and also some methods wich aid by finding Lyapunov functions.

Part 2 of this book deals with the synthesis of multivariable control theory presenting some designing methods for controllers aiming to provide the desired performances. This part contains five chapters.

In the 5 — th chapter the notion of feedback control system is defined and there are presented some basic relations and useful concepts in the synthesis of these systems.

The 6-th chapter introduces the pole location problem by means of the state feedback and of the output feedback. The state estimation by Luenberger observer is also considered.

The 7-th chapter presents a synthesis method suggested by Prof. McFarlane în 1970. The method aims to reduce the problem of a multivariable system to the design of a number of noninterecting loops, each of them being appropiate to be designed via classical methods.

The 8-th chapter is dedicated to the Rosenbrock's Inverse Nyquist Array (INA) method which replaces the interacting loops by a number of noninteracting loops, with the purpose to apply loop by loop the Nyquist classical method.

The 9-th chapter deals with the Mayne's sequential design method, which is closely related to the Rosenbrock's INA approach but gives to the designer more latitude.

The last part of the book is dedicaded to the principal methods for optimal synthesis. After an introduction in the optimization theory (chapter 10) and a short description of some methods for solving such problems (chapter 11), the next chapters present in a very concise form the Pontryagin's maximum principle (chapter 12), the Bellman's dynamic programming (chapter 13) and hill climbing methods such as direct search method, gradient method etc.

All the presented methods in the book are followed by numerical exemples.

The book is interesting and useful to the engineers and students which are interested in the field of the multivariable control systems.Its main quality is that it gives to the reader the state of the arts in the analysis and synthesis of the multivariable control systems and presents the essential of recent developments in this field.

Asist. ing. IOANA MIHU

I. P. ,,Informația'' c. – 54

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorlor din afara institutului.

Corespondenţa privind aricolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

пыходит четыре раза в год, являясь продолженнем прежних наужных периодичеэких журналов „Bulletin de mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", и „Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti.

Составленый на новых основах, он отражает в перую очердь научную деятельнсть преподавательского состава Бухарестского политехнического институге. В пределахво зможностеи будут публиковаться и научно исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, сбмен периодическими изданиями и продиска приозводятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ELECTROTEHNICS SERIES

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The coorespondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the of the Institute.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SÉRIE ELECTROTECHNIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseingnant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants est :

Adresa: **INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ROMÂNIA**
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

I.P.I. c.–54

1978 SEP 1

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XL NUMĂRUL 2 ANUL 1978,
APRILIE—IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1979 MAR 14

Sumar

MATEMATICA

D. Homentcovschi

Asupra determinării unui cîmp vectorial de rotor şi divergenţa date 3

Al. Filipoiu

Polinoame şi algebre de polinoame cu mai multe sorturi 7

FIZICA

Cornelia Moţoc, Maria Honciuc, Iuliana Cuculescu, E. SOFRON, O. Savin

Aplicaţii ale cristalelor lichide smectice în dispozitive de memorare a unor parametri de proces 17

D. Bogdan, Tr. Creţu, G. Macarie, D. G. Popescu

Studiul dezintegrării beta a nuclidului ^{170}TM 23

ELECTROTEHNICA

C. Ghiţă

Transformatorul electric în regim permanent nesinusoidal 35

CHRISTIANA Popeea

Metode de discretizare a ecuaţiilor de circuit cu parametri tranzitorii 43

ELECTRONICA

Ed. Nicolau

Reciprocity and Conservation Theorems for Fields with General Time Dependence 53

M. Bodea, Th. Dănilă

Cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură 57

AUTOMATICA

S. Călin, Doina Stănescu, Ioana Mihu

Contribuţii la optimizarea conducerii instalaţiilor mutivariabile 65

Ion Dumitrache

Simularea numerică a sistemelor hidraulice 75

N. Sprînceană, R. Dobrescu, Th. Borangiu, Fl. Ionescu, C. Franckenfeld

Simulation of Adaptive Control for Metal Cutting on Milling Machines 83

P. Stoica, Anca Stoica

Despre consistenţa estimaţiei celor mai mici pătrate 93

ILIE CATANA

Optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice 103

Sumar

MATEMATICA

D. Nomenicovschi

Asupra determinării unui cîmp vectorial de rotor și divergența dată 3

Al. Filipoiu

Polinoame și algebre de polinoame cu mai multe sorturi 7

FIZICA

Cornelia Motoc, Maria Ioneiar, Iuliana Caculescu, E. SOFRON, O. Săviu

Aplicații ale cristalelor lichide smectice în dispozitive de memorare a unor parametri de proces 17

D. Bogdan, Tr. Crețu, G. Macarie, D. G. Popescu

Studiul dezintegrării beta a nuclidului ^{137}Cs 23

ELECTROTEHNICA

C. Ghiță

Transformatorul electric în regim permanent nesinusoidal 35

CHRISTIANA Popeea

Metode de discretizare a cenaților de circuit cu parametri tranzitorii 43

ELECTRONICA

Ed. Nicolau

Reciprocity and Conservation Theorems for Fields with General Time Dependence 53

M. Bodea, Th. Dănilă

Cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură 57

AUTOMATICA

S. Călin, Doina Stănescu, Ioana Mihu

Contribuții la optimizarea conducerii instalațiilor multivariabile 65

Ion Dumitrache

Simularea numerică a sistemelor hidraulice 75

N. Sprinceană, R. Dobrescu, Th. Bozangiu, Fl. Ionescu, C. Franckenfeld

Simulation of Adaptive Control for Metal Cutting on Milling Machines 83

P. Stoica, Anca Stoica

Despre consistența estimației celor mai mici pătrate 95

HIE CATANA

Optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z.: 519.214

ASUPRA DETERMINĂRII UNUI CÎMP VECTORIAL DE ROTOR ȘI DIVERGENȚA DATE

DOREL HOMENTCOVSCHI*

În lucrare se prezintă o metodă directă de determinare a unui cîmp vectorial atunci cînd se cunosc divergența și rotorul său. Problema este soluționată folosind teoria distribuțiilor astfel că soluția obținută este mai generală decît cea rezultată în analiza clasică.

În mecanica fluidelor, teoria cîmpului electromagnetic ca de altfel și în alte domenii, se pune problema determinării unui cîmp vectorial $\vec{W}$ atunci cînd se cunosc rotorul și divergența sa.

În următoarele prezentăm o soluție directă a acestei probleme făcînd apel la teoria distribuțiilor.

Fie de rezolvat sistemul

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{W} &= \vec{J} \\ \operatorname{div} \vec{W} &= \rho \end{aligned} \tag{1}$$

$\vec{W}$, $\vec{J}$ fiind distribuții vectoriale temperate, iar ρ o distribuție scalară. (Distribuțiile $\vec{J}$ și ρ se presupun date, iar $\vec{W}$ urmează a fi determinată).

Aplicînd acestui sistem transformata Fourier în raport cu variabilele spațiale se obține sistemul algebric

$$\begin{aligned} i\vec{k} \times \hat{\vec{W}} &= \hat{\vec{J}} \\ i\vec{k} \cdot \hat{\vec{W}} &= \hat{\rho} \end{aligned} \tag{2}$$

unde $\vec{k} = (k_1, k_2, k_3)$, $\hat{\rho}(k_1, k_2, k_3) = \mathcal{F}[\rho(x, y, z)]$ etc.

Vom remarca faptul că din prima relație (2) se obține

$$i\vec{k} \cdot \hat{\vec{J}} = 0$$

Manuscris predat redacției la data de 10 ianuarie 1978
* Lector la Catedra de matematici III.

ceea ce este echivalentul relației

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0$$

În consecință cîmpul vectorial $\vec{J}$ nu poate fi dat arbitrar, el trebuind să fie un cîmp solenoidal (în sensul distribuțiilor).

Din identitatea

$$i\vec{k} \times (i\vec{k} \times \hat{\vec{W}} = i\vec{k}(i\vec{k} \cdot \hat{\vec{W}}) + \vec{k}^2 \hat{\vec{W}}$$

ținînd seama de relațiile (2) rezultă

$$\hat{\vec{W}} = -\frac{i\vec{k}}{k^2} \cdot \hat{\rho} + \frac{i\vec{k}}{k^2} \times \hat{\vec{J}} \tag{3}$$

Pentru inversarea Fourier a relației (3) vom utiliza formula [1]

$$\mathfrak{F}^{-1}\left[\frac{1}{k^2}\right] = \frac{1}{4\pi\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi r}$$

Se obține

$$\vec{W} = -\operatorname{grad}\left(\frac{1}{4\pi r} * \rho\right) + \operatorname{rot}\left(\frac{1}{4\pi r} * \vec{J}\right) \tag{4}$$

în ipoteza că produsele de convoluție ce apar în această relație există. Mai mult, soluția (4) a sistemului dat este unică în mulțimea distribuțiilor temperate convolubile cu $1/4\pi r$.

În particular fie densitățile din membru drept al relațiilor (1) de forma

$$\rho(x, y, z) = \rho_v(x, y, z) + \rho_s \cdot \delta_s - \frac{\partial}{\partial n}(\rho_s' \cdot \delta_{s'}) + \rho_c\, \delta_c + \sum_{j=1}^{N} \rho_j \delta(\vec{x} - \vec{x}_j)$$

$$\vec{J}(x, y, z) = \vec{J}_v(x, y, z) + \vec{J}_s \delta_s + \vec{J}_c\, \delta_c$$

în care ρ_v, J_v sînt funcții local integrabile, densitățile superficiale ρ_s, ρ_s', $\vec{J}_s$ precum și densitățile curbilinii ρ_c și $\vec{J}_c$ sînt funcții continui.

Din (4) rezultă în acest caz

$$\vec{W} = -\operatorname{grad}\left\{\frac{1}{4\pi}\iiint \frac{\rho_v(\xi, \eta, \mu)}{R}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta + \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\rho_s(\xi, \eta, \zeta)}{R}\, d\sigma +\right.$$

$$+\frac{1}{4\pi}\iint_{S'}\rho'_{S'}(\xi,\eta,\zeta)\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial\eta_{\xi,\eta,\zeta}}\,d\sigma+\frac{1}{4\pi}\int_{C}\frac{\rho_c(\xi,\eta,\zeta)}{R}\,ds+$$

$$+\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{4\pi}\frac{\rho_j}{[(x-x_j)^2+(y-y_j)^2+(z-z_1)^2]^{1/2}}\Bigg\}+$$

$$+\operatorname{rot}\left\{\frac{1}{4\pi}\iiint\frac{\vec{J}_v(\xi,\eta,\zeta)}{R}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta+\frac{1}{4\pi}\iint_{S}\frac{\vec{J}_s(\xi,\eta,\zeta)}{R}\,d\sigma+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{4\pi}\int_{C}\frac{\vec{J}_c(\xi,\eta,\zeta)}{R}\,ds\right\}$$

unde $R=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$.

Relaţia (5) realizează în acelaşi timp o descompunere a cîmpului vectorial $\vec{W}$ într-o parte iraţională şi una solenoidală.

BIBLIOGRAFIE

1. *В. С. Владимиров,* «Обобщенные функций в математической физике, изд. Наука, Москва 1976

On the Determination of a Vectorial Field of Given Curl and Divergence

This paper gives a method for determining a vectorial field when we know its curl and divergence. The solution is obtained by means of the theory of distributions, thus the solution obtined is more generally than from clasical analysis.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C.Z.: 517.525

POLINOAME ȘI ALGEBRE DE POLINOAME CU MAI MULTE SORTURI

ALEXANDRU FILIPOIU*

În această lucrare autorul studiază în cazul cu mai multe sorturi noțiunea de polinom și algebră de polinoame și demonstrează cîteva rezultate bazate pe aceste noțiuni.

Lucrarea își propune să extindă în cazul „multisortat" noțiunea de polinom și algebră de polinoame, precum și stabilirea unor rezultate cunoscute în cazul algebrelor universale cu un singur sort.

1. Algebre cu mai multe sorturi

O algebră universală în sensul lui Birkhoff [1] și Cohn [2] este o mulțime, numită suportul algebrei, împreună cu o familie de operații definite pe această mulțime. Generalizarea la algebre cu mai multe sorturi este foarte naturală pentru un specialist din domeniul calculatoarelor: o algebră cu mai multe sorturi este o familie indexată de mulțimi (suporturi) și o familie indexată de operații definite pe produse carteziene ale acestor mulțimi. Definiția dată mai jos este echivalentă cu cele date în [5, 4].

Definiția 1. 1) Un tip τ de algebră multisortată este o pereche (S, O), unde S este o mulțime ale cărei elemente le vom numi sorturi, iar $O = \{O_{\lambda,s} | (\lambda, s) \in S^* \times S\}$ este o familie de mulțimi disjuncte, numită mulțimea simbolurilor operaționale ale tipului τ; dacă $(\lambda, s) \in S^* \times S$, $O_{\lambda,s}$ se numește mulțimea simbolurilor operaționale de tip (λ, s), de aritate λ, sort s și rang $l(\lambda)$ (unde $l(\lambda)$ este lungimea cuvîntului $\lambda \in S^*$).

2) $0\ \tau$ — algebră cu mai multe sorturi A constă din următoarele:

— o familie $\{A_s / s \in S\}$ de mulțimi, numite suporturile lui (A_s este suportul de sort $s \in S$) și

— pentru orice $\langle \lambda, s \rangle \in S^* \times S$ și orice $f \in 0_{\lambda,s}$ este dată o operație f_A de tip (λ, s), adică

$f_A : A_{s_1} \times A_{s_2} \times \ldots \times A_{s_n} \to A_s$, unde $\lambda = s_1 s_2 \ldots s_n$, și spunem că f_A este realizarea în A a simbolului operațional $f \in 0$. Într-un asemenea

Manuscris predat redacției la data de 16 decembrie 1976.
* Asistent Catedra de Matematici I.

context folosim notația

$$A = \langle \{A_s \mid s \in S\},\ \{f_A \mid f \in \cup O\} \rangle$$

Observații și exemple. 1) Dacă O este cuvîntul vid din S^* atunci f_A de tip (O, s) este o constantă de tip s, adică $f_A \in A_s$.

2) Dacă S este fixat iar O variază, obținem clasa algebrelor S-sortate ; dacă și S variază obținem clasa algebrelor cu mai multe sorturi. În cele ce urmează vom fixa tipul $\tau = (S, O)$ și notăm cu $\mathrm{Alg}(\tau)$ clasa algebrelor de tipul τ.

3) Dacă card $(S) = 1$ obținem cazul unisortat, cînd domeniul operatorilor poate fi indexat de N, iar pentru $f \in O_n$ realizarea sa într-o algebră A este simplu $f_A : A^n \to A$.

4) Să considerăm τ_{aut} definit astfel :

$$S = \{1, 2\}$$

și

$$O_{\lambda,s} = \begin{cases} \{f\} & \text{dacă } (\lambda, s) = (12, 2) \\ \emptyset & \text{dacă } (\lambda, s) \neq (12.\ 2) \end{cases}$$

Atunci $A \in \mathrm{Alg}\,(\tau_{\mathrm{aut}})$ constă dintr-o pereche de mulțimi (A_1, A_2) și o aplicație $f_A : A_1 \times A_2 \to A_2$, deci $\mathrm{Alg}\,(\tau_{\mathrm{aut}})$ este chiar clasa automatelor complete.

5) Considerăm tipul τ_{rg}, unde $S = \{r, g\}$ iar

$$O = \{O_{\lambda,s} \mid (\lambda, s) \in S^* \times S\}$$

este dat astfel :

$$O_{\lambda,s} = \begin{cases} \{+\} & (\lambda, s) = (gg,\ g) \\ \{0\} & (\lambda, s) = (O, g) \\ \{-\} & (\lambda, s) = (g, g) \\ \{\oplus,\ x\} & (\lambda, s) = (rr, r) \\ \{e_1\} & (\lambda, s) = (O, r) \\ \{\theta\} & (\lambda, s) = (r, r) \\ \{\cdot\} & (\lambda, s) = (rg, g) \\ \emptyset & \text{în rest} \end{cases}$$

Se remarcă că $\mathrm{Alg}\,(\tau_{r,g})$ conține ca subclasă proprie clasa tuturor modulelor stîngi.

Noțiunile de homomorfism, subalgebră, algebră factor în cazul cu mai multe sorturi se introduc într-o manieră folclorică prin :

Definiția 2. 1. Fie două τ — algebre

$$A = \langle \{A_r \mid s \in S\},\ \{f_A \mid f \in \cup O\} \rangle$$

$$B = \langle \{B_s \mid s \in S\},\ \{f_B \mid \{f \in \cup O\} \rangle$$

Un τ — homomorfism $h : A \to B$ este o familie $\{h_s : A_s \to B_s \mid s \in S\}$ de funcții care păstrează operațiile, adică oricare ar fi $\langle \lambda, s \rangle \in S^* \times S$ și $f \in O_{\lambda,s}$ este comutativă următoarea diagramă de mulțimi :

$$\begin{array}{ccc} A_{s_1} \times \ldots \times A_{s_n} & \xrightarrow{f_B} & A_s \\ h_{s_1} \times \ldots \times h_{s_n} \downarrow & & \downarrow h_s \\ B_{s_1} \times \ldots \times B_{s_n} & \xrightarrow[f_A]{} & B_s \end{array}$$

(unde $s = s_1 \ldots s_n$)

fapt care pe elemente se scrie astfel :

a) dacă $f \in O_{(o,s)}$ atunci $h_s(f_A) = f_B$

b) dacă $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$ și $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle \in A_{s_1} \times \ldots \times A_{s_n}$

$$h_s[f_A(a_1, \ldots, a_n)] = f_B[h_{s_1}(a_1), \ldots, h_{s_n}(a_u)].$$

2. Dacă $A' = \langle \{A'_s \mid s \in S\}, \{f'_A \mid f \in \cup O\} \rangle$

$$A = \langle \{A_s \mid s \in S\}, \{f_A \mid f \in \cup 0\} \rangle$$

sînt două τ — algebre, spunem că A' este subalgebră a lui A dacă :

a) $A'_s \subseteq A_s$, oricare s S

b) pentru orice $(\lambda, s) \in S^* \times S$, și $f \in O_{\lambda,s}$ și $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle \in A'_{s_1} \times \ldots \times A'_{s_n}$ avem $f_A(a_1, \ldots, a_n) = f_{A'}(a_1, \ldots, a_n)$.

3. Dacă A este o τ — algebră și $\theta = \{\theta_s \mid s \in S\}$ o familie de relații, unde θ_s este relație binară pe A_s, spunem că θ este o congruență pe A dacă sînt îndeplinite următoarele două cerințe :

a) θ_s este echivalență pe A_s, oricare $s \in S$.

b) $\{\theta_s \mid s \in S\}$ satisface proprietatea de substituție, adică pentru orice $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$, și oricare

$\langle (a_1, b_1), (a_2, b_2), \ldots, (a_n, b_n) \rangle \in \theta_{s_1} \times \theta_{s_2} \times \ldots \times \theta_{s_n}$ rezultă

$$\langle f_A(a_1, \ldots, a_n), f_A(b_1, \ldots, b_n) \rangle \in \theta_s.$$

Congruenței θ pe A i se poate asocia algebra cît $A/\theta = \langle \{A_s/\theta_s \mid s \in S\}, \{f_{A/\theta} \mid f \in \cup O\} \rangle$ definită astfel :

$$A_s/\theta_s = \{[a]\ \theta_s \mid a \in A\} \text{ iar pentru } f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$$

$$f_{A/\theta}([a_1]\ \theta_{s_1}, \ldots, [a_n]\ \theta_{s_n}) = [f_A(a_1, \ldots, a_n)]\ \theta_s.$$

Pentru a ilustra în contextul definițiilor date că teoria algebrelor universale cu un singur sort se păstrează în cazul multisortat la aceeași „cotă" enunțăm :

*Propoziția 3.*1. Dacă $\{A^i | i \in I\}$ este o familie de subalgebre ale τ — algebrei A avînd suporturile $A^i = \{A^i_s | s \in S\}$, atunci $B = \{\bigcap_{i \in I} B^i_s | s \in S\}$ este încă o subalgebră a lui A.

2. Dacă $h : A \to B$ este un τ — homonorfism, atunci $h(A) = \{h_s(A_s) | s \in S\}$ este o subalgebră a lui B.

3. Dacă $h : A \to B$ este un τ—homonorfism atunci $\mathrm{Kerh} = \{\mathrm{Kerh}_s = [\langle x, y\rangle | h_s(x) = h_s(y)] \subseteq A_s \times A_s | s \in S\}$ este o congruență pe A.

4. Dacă θ este o congruență pe A, atunci $\varphi_\theta : A \to A/\theta$ unde $(\varphi_\theta)_s : A_s - A_s/\theta_s$ sînt proiecțiile canonice, este un τ—homonorfism și $\mathrm{Ker}\ \varphi_\theta = \theta$.

5. Clasa Alg (τ) avînd drept morfisme τ—homomorfismele cu compunerea naturală (pe componente) constituie o categorie.

2. Algebre de polinoame și simboluri polinomiale.

Noțiunile și rezultatele ce vor fi prezentate în această secțiune, sînt o extensie în cadrul formulat în § 1, a faptelor cuprinse în [3] pentru cazul unisortat.

Definiția 4. Fie $A = \langle \{A_s | s \in S\}, \{f_A | f \in \cup O\}\rangle$ o τ—algebră și $\alpha = \{n_s | s \in S\}$ o familie de numere naturale (sau mai general o familie de ordinale). Polinoamele α — are de sort $s \in S$ sînt aplicațiile de codomeniu A_s definite în modul următor :

a) proiecțiile canonice $pr^{(s)}_i : A^n_{s^s} - A_s$ sînt polinoame α — are de sort s, oricare ar fi $s \in S$;

b) dacă $p_i : X_i \to A_{s_i}$, $i = 1, \ldots, n$ sînt polinoame α — are de sorturi s_i și $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$ atunci

$$f(p_1, \ldots, p_n) = f_A \circ \prod_{i=1}^{n} p_i$$

este polinom α — ar de sort s, compunera din membrul doi al egalității de definiție fiind dată de secvența

$$\prod_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow{\prod_{i=1}^{n} p_i} \prod_{i=1}^{n} A_{s_i} = A_{s_1} \times \ldots \times A_{s_n} \xrightarrow{f_A} A_s$$

c) polinoamele α—are sînt acelea și numai acelea care rezultă după aplicarea de un număr finit de ori a regulilor a) și b).

Observații și exemple. 1) Deoarece polinoamele α — are ale unei τ—algebre A sînt funcții, egalitatea lor se definește ca egalitate de funcții.

2) Dacă în condiția b) a definiției de mai sus $f \in O_{o,s}$ atunci : operația de aritate O și sort s (deci constantele de sort s) sînt polinoame α—are oricare ar fi α.

3) Fie $A \in \mathrm{Alg}\ (\tau_{\mathrm{aut}})$ cu $A = \langle \{A_1, A_2\}, \{f : A_1 A_2 - A_2\}\rangle$ și $\alpha = \langle n_1, n_2\rangle$. În acest caz polinoamele $\langle n_1, n_2\rangle$—are de sort 1 sînt doar proiec-

țiile canonice :
$pr_i^{(1)} : A_1^{n_1} \to A_1$ dată prin $p_i^{(1)}(x_1, \ldots, x_{n_1}) = x_i$, $i = 1, 2, \ldots, n_1$ iar ca exemplu de polinom $\langle n_1, n_2 \rangle$—ar de sort 2 se poate considera

$$p : A_1^{2n_1} \times A_2^{n_1} \to A_2$$

definit astfel

$$p(x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}, y_1, y_2, \ldots, y_{n_1}, z_1, z_2, \ldots, z_{n_2}) = f[y_2, f(x_1, z_1)]$$

care se obține prin aplicarea lui a) și b) în modul următor :

$$pr_1^{(1)} : A_1^{n_1} \to A_1,\ pr_1^{(1)}(x_1 \ldots x_{n_1}) = x_1 \text{ este de sort } 1$$

$$pr_2^{(1)} : A_1^{n_1} \to A_1,\ pr_2^{(1)}(x_1 \ldots x_{n_1}) = x_2 \text{ este de sort } 1$$

$$pr_1^{(2)} : A_2^{n_2} \to A_2,\ pr_1^{(2)}(y_1, \ldots, y_{n_2}) = y_1 \text{ este de sort } 2$$

apoi

$p_1 = fo(pr_2^{(1)} \times pr_1^{(2)})$; $A_1^{n_1} \times A_2^{n_2} \to A_2$ este de sort 2

și în final

$$p = fo\,(pr_2^{(1)} \times p_1) : A_1^{n_1} \times A_1^{n_1} \times A_2^{n_2} = A_1^{2n_1} \times A_2^{n_2} \to A_2$$

este chiar aplicația p despre care voiam să arătăm că este polinom.

4) Dacă A este o τ- algebră și notăm cu $P_s^{(\alpha)}(A)$ mulțimea polinoamelor α-are de sort s peste A, cerința b) din definiția de mai sus poate fi considerată ca realizare pe aceste sorturi a simbolurilor operaționale de tipul τ. Deci obținem o algebră $P^{(\alpha)}(A) = \langle \{P_s(A) \mid s \in S\}, \{f_{P^{(\alpha)}(A)} \mid f \in \in \cup\, 0\} \rangle$ pe care o vom numi algebra polinoamelor α-are peste A.

Fie A și B două τ-algebre și considerînd polinoamele α-are peste A și B, remarcăm că ele sînt construite în același mod și folosesc aceleași „simboluri". Apare deci utilă introducerea „simbolurilor polinomiale" prin :

Definiția 5. Fie τ un tip fixat și $\alpha = \{n_s / s \varepsilon S\}$ o familie de numere naturale (sau mai general o familie de numere ordinale), $X = \{X_i^s \mid i < \alpha_s, s \in S\}$ o familie de variabile. Simbolurile polinomiale de sort $s \in S$, sînt definite prin :

a) X_i^s, pentru orice $i < \alpha_s$ și $s \in S$ este un simbol polinomial de sort s.

b) dacă $p_1, p_2, \ldots p_n$ sînt simboluri polinomiale de sorturi respectiv $s_1, s_2, \ldots s_n$ și $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$ atunci $f(p_1, \ldots, p_n)$ este un simbol polinomial de sort s.

c) simbolurile polinomiale α-are sînt acele simboluri care rezultă după aplicarea de un număr finit de ori a regulilor a) și b).

Observații. 1) Simbolurile polinomiale de tipul τ în variabilele X sînt de fapt elemente ale monoidului liber generat de $(\cup X) \cup (\cup O)$ și se mai numesc și τ-termeni în variabile X.

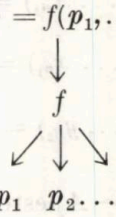
2) Dacă notăm cu $P_s^{(\alpha)}(X)$ mulțimea simbolurilor polinomial α-are în variabilele X și de sort s, atunci cu aceste suporturi, cerința b) din defi-

niţie ne asigură existenţa τ-algebrei notată $P^{(\alpha)}(X) = \langle\{P_s^{(\alpha)}(X)/s \in S\}\rangle$ care se cunoaşte în literatură pentru cazul cu un singur sort sub numele de „Algebră liberă Peano".

3) Dat fiind un simbol polinomial α-ar p atunci există un unic simbol operaţional $f \in \cup O$ şi un n-uplu $(P_1, \ldots, p_n)$ de simboluri polinomiale aşa că

$$p = f(p_1, \ldots, p_n) \text{ (dacă } (p) > 1).$$

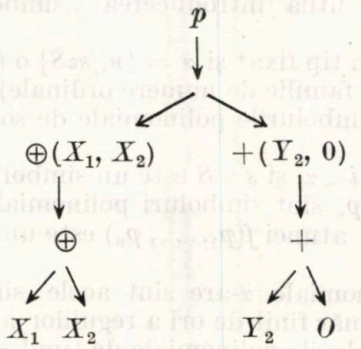
În acest enunţ dacă p are sortul s, atunci $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$ iar p_i sînt de sorturi s_i. Acest fapt poate fi „geometric" reprezentat prin „arborele"



fiecare p_i avînd lungimea mai mică decît cea a lui p ;
dacă $l(p_i) > 1$ atunci şi p_i poate fi descompus în acelaşi mod şi obţinem „arborele de derivare" al simbolului p în care nodurile terminale sînt simboluri polinomiale de lungime 1, adică variabile din X sau simboluri operaţionale de aritate 0. Ca exemplu să luăm $\tau = \tau_{r,g}$, $X_r = \{X_1, X_2, X_3\}$, $X_g = \{Y_1, Y_2\}$ şi simbolul polinomial

$$p = \cdot\{\oplus(X_1, X_2), +(Y_2, 0)\}$$

care este de sort g şi are următorul arbore de derivare :



4) În cazul cu mai multe sorturi se poate enunţa următorul principiu de recursie algebrică : Fie τ un tip cu mai multe sorturi, X o familie de variabile S-sortate ; pentru a defini o funcţie φ cu domeniul $P^{(\alpha)}(X)$ (deci o familie $\{\varphi_s, s \in S\}$ fiecare cu domeniul $P_s^{(\alpha)}(X)$) este suficient să

specificăm

i) $\varphi_s(x)$, pentru orice $x \in X_s = \{X_i^s \mid i < \alpha_s\}$

ii) $\varphi_s\{f(p_1, \ldots, p_n)\}$ cu ajutorul (în funcţie de)

$$\varphi_{s_1}(p_1), \ldots, \varphi_{s_n}(p_n) \text{ şi } f, \text{ unde } f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}.$$

Folosind acest principiu, pentru a arăta că un enunţ este validat pe algebra simbolurilor polinomiale este suficient să arătăm că :

i) enunţul este adevărat pentru orice $x \in X_s$;

ii) dacă enunţul este adevărat pentru simbolurile polinomiale p_i de sorturi s_i, $i = 1, \ldots, n$ şi $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$, atunci este adevărat şi pentru $f(p_1, \ldots, p_n)$.

Pînă acum simbolurile polinomiale au fost definite în mod formal ca „juxtapunere" de simboluri. Definiţiile şi rezultatele următoare pun în evidenţă caracterul lor, „operaţional".

Definiţia 6. 1. Dacă A este o τ-algebră şi p un simbol polinomial α α-ar, p induce un polinom α-ar $(p)_A$ peste A definit recursiv în modul următor :

a) dacă $p = X_i^s$ atunci $(p)_A = pr_i^{(s)} : A_s^{\alpha_s} \to A_s$

b) dacă $p = f(p_1, \ldots, p_n)$ unde $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$ şi p_i induc

$$(p_i)_A : X_i \to A_{s_i} \text{ atunci } (p)_A = f_A \circ \prod_{i=1}^{n} (p_i)_A$$

$$\begin{array}{ccccc} \prod_{i=1}^{n} X_i & \xrightarrow{\prod_{i=1}^{n} (p_i)_A} & \prod_{i=1}^{n} A_{s_i} & \xrightarrow{f_A} & A_s \\ & \searrow^{(p)_A} & & & \uparrow \end{array}$$

2. Numim interpretare a variabilelor $\{X_i^s \mid i < \alpha_s, s \in S\}$ într-o τ-algebră A o familie de aplicaţii $I = \langle I_s : X_s \to A_s \mid s \in S \rangle$. Valoarea simbolului polinomial p în interpretarea I, notată $p(I)$ se defineşte recursiv astfel :

a) dacă $p = X_i^s$ atunci $p(I) = I_s(X_i^s) \in A_s$

b) dacă $p = f(p_1, \ldots, p_n)$ unde $f \in O_{s_1 \ldots s_n, s}$

iar $p_i(I) = a_i \in A_{s_i}$, $i = 1, \ldots, n$, atunci $p(I) = f_A(a_1, \ldots a_n)$.

Se remarcă cu uşurinţă că orice polinom α-ar p într-o τ-algebră este indus de un simbol polinomial α-ar, adică există p aşa că $(p)_A = p$. De asemenea are loc.

Lema 7. Dacă p este un simbol polinomial α-ar, de sort s, $(p)_{P^{(\alpha)}(X)}$, polinomul de sort s indus în τ-algebra simbolurilor polinomial avînd dome-

niul de definiţie de forma

$$P_{s_1}^{(\alpha)}(X)^{\alpha_{s_1}} \times \ldots \times P_{s_k}^{(\alpha)}(X)^{\alpha_{s_k}}$$

şi codomeniul $P_s^{(\alpha)}(X)$, are loc egalitatea :

$$(p)_{P^{(\alpha)}(X)}[(X_0^{s_1}, \ldots, X_{\beta<\alpha_{s_1}}^{s_1} \ldots), \ldots, (X_0^{s_k}, \ldots, X_{\beta<\alpha_{s_k}}^{s_k} \ldots)] = p$$

Demonstraţie. i) Enunţul este adevărat pentru $p = X_i^s$, deoarece atunci

$$(p)_{P^{(\alpha)}(X)} = pr_s^{\alpha_s} : (P_s^{(\alpha)}(X)^{\alpha_s} \to P_s^{(\alpha)}(X) \text{ deci}$$

$$(p)_{P^{(\alpha)}(X)}(X_0^s, X_1^s, \ldots, X_{\beta<\alpha_s}^s \ldots) = X_i^s = p$$

ii) Dacă enunţul este adevărat pentru $p_1, \ldots, p_n$ şi $p = f(p_1, \ldots, p_n)$, $f \in O_{s_1', \ldots, s_n', s}$ atunci avem : $(p)_{P^{(\alpha)}(X)} = f_{P^{(\alpha)}(X)} \circ \prod_{i=1}^{n} (p_i)_{P^{(\alpha)}(X)}$ şi deci :

$$(p)_{P^{(\alpha)}(X)}[(X_0^{s_1}, \ldots X_{\beta<\alpha_{s_1}}^{s_1} \ldots), \ldots] = f_{P^{(\alpha)}(X)} \circ \prod_{i=1}^{n} (p_i)_{P^{(\alpha)}(X)}[(X_0^{s_1} \ldots] =$$

$$= f_{P^{(\alpha)}(X)} \left\{ \prod_{i=1}^{n} (p_i)_{P^{(\alpha)}(X)}[(X_0^{s_1}, \ldots X^{s_1} \ldots) \ldots] \right\} = f_{P^{(\alpha)}(X)}(p_1, p_2, \ldots p_n) =$$

$$= f(p_1, p_2, \ldots p_n) = p.$$

Propoziţia 8. Dacă $s \in S$ şi $p, q \in P_s^{(\alpha)}(X)$ avem echivalenţa :

$$p = q \Leftrightarrow (p)_A = (q)_A$$

oricare ar fi τ-algebra A.

Demonstraţie. Dacă $p = q \Rightarrow (p)_A = (q)_A$, oricare $A \in \text{Alg } \tau$, evident deoarece egalitatea din membrul stîng înseamnă egalitatea a două cuvinte din monoidul liber generat de $(\cup X) \cup (\cup O)$. Reciproc dacă $(p)_A = (q)_A$ oricare $A \in \text{Alg } \tau$, luăm $A = P^{(\alpha)}(X)$ şi deci $(p)_{P^{(\alpha)}(X)} = (q)_{P^{(\alpha)}(X)}$ şi folosind lema 7, există un element în domeniul de definiţie al celor două polinoame egale care are ca imagine prin primul p şi prin al doilea q. Deci $p = q$.

Propoziţia 9. Dacă I este i interpretare a variabilelor ca în definiţia 6, definim relaţiile θ_I^s pe mulţimea $P_s^{(\alpha)}(X)$ astfel : $(p, q) \in \theta_I^s \Leftrightarrow p(I) = q(I)$. Atunci $\theta_I = \{\theta_I^s | s \in S\}$ este o congruenţă pe algebra $P^{(\alpha)}(X)$.

Demonstraţie. Faptul că θ_I^s sînt relaţii de echivalenţă rezultă din faptul că „=" este echivalenţă pe A_s. Pentru a proba proprietatea de substi-

tuţie, fie $f \in 0_{s_1 \ldots s_n, s}$ şi $(p_i, q_i) \in \theta_I^{s_i}$, $i = 1, \ldots n$. Atunci

$$[f_{P^{(\alpha)}(X)}(p_1, \ldots, p_n)]\,(I) = f(p_1, \ldots p_n)\,(I) =$$

$$= f_A(p_1(I), \ldots, p_n(I) = f_A(q_1(I), \ldots, q_n(I)) = [f_{P^{(\alpha)}(X)}\,(q_1, \ldots q_n)]\ (\mathrm{I})]$$

deci $\langle f_{P^{(\alpha)}(X)}(p_1, \ldots, p_n), f_{P^{(\alpha)}(X)}(q_1, \ldots, q_n)\rangle \in \theta_I^s$.

Observaţie. Congruenţa θ_I este nucleul τ-homomorfismului

$$E^I = \{E_s^I : P_s^{(\alpha)}(X) \to A_s \mid s \in S\} \text{ cu } E_s^I(p) = p(I).$$

Propoziţia 10. Dacă $K \subset \mathrm{Alg}\ \tau$, notăm cu θ_K relaţia dată prin $(p, q) \in \in \theta_K^s$, $p, q \in P_s^{(\alpha)}(X)$ dacă şi numai dacă $p(I) = q(I)$ pentru orice interpretare I în orice algebră din K. Atunci :

1) O_K este o congruenţă pe $P^{(\alpha)}(X)$

2) Dacă $K = \{A\}$, atunci $P^{(\alpha)}(X)/\theta_A \simeq P^{(\alpha)}(A)$ pentru orice τ-algebră $A \in \mathrm{A_5g}\ \tau$.

Demonstraţie. 1) Rezultă din faptul că $\theta_K = \bigcap_{I \in I(K)} \theta_I$ unde $I(K)$ este mulţimea tuturor interpretărilor variabilelor în τ-algebre din clasa K şi din faptul că o intersecţie de congruenţe e încă congruenţă. Izomorfismul 2) rezultă din consideraţiile anterioare şi este realizat de exemplu de aplicaţia $p \mapsto p_A$.

Observaţii. Din cele expuse se remarcă că $P^{(\alpha)}(X)$ este τ-algebra liebră cu $X = \{X_s \mid s \in S\}$ generatori în clasa Alg τ, pe cînd $P^{(\alpha)}(X)/\theta_K$ pentru $K \subset \mathrm{Alg}(\tau)$ este izomorfă cu τ-algebra liberă cu X generatori în cazul cînd acesta există, în clasa K.

BIBLIOGRAFIE

1 *G. Birkhoff* On the Structure of Abstract Algebras, Proc. Camb. Phil. Soc. 31, 433—454.
2 *P. M. Cohn* Universal Algebra, 1965.
3 *G. Grater* Universal Algebra, D Van Nostrand Company 1968.
4 E. *Manes* Algebraic Uheories, 1976, Springer-Verlag, New-York Inc.
5 *J. A. Goguen and J. W. Thatcher,* Initial Alqebra Semantics, IBM Research Report, 1974.

Many-sorted Polynomials and Algebras of Polynomials

In this paper the author studios in many-sorted case the notion of polynomials and algebras of polynomials and give some reeults bsed on these notions.

tuție, fie $f \in \theta_{\tau_1,\ldots,\tau_n}$ și $(p_i, q_i) \in \theta_i^{\tau_i}$, $i = 1, \ldots, n$. Atunci

$$[f_{P^{(\alpha)}(X)}(p_1, \ldots, p_n)](I) = f(p_1, \ldots, p_n)(I) =$$

$$= f_A(p_1(I), \ldots, p_n(I)) = f_A(q_1(I), \ldots, q_n(I)) = [f_{P^{(\alpha)}(X)}(q_1, \ldots, q_n)](I)]$$

deci $\langle f_{P^{(\alpha)}(X)}(p_1, \ldots, p_n), f_{P^{(\alpha)}(X)}(q_1, \ldots, q_n)\rangle \in \theta_i^{\tau}$.

Observație. Congruența θ_i este nucleul τ-homomorfismului

$$E^i = \{E_s^i : P_s^{(\alpha)}(X) \to A_s \mid s \in S\} \text{ cu } E_s^i(p) = p(I).$$

Propoziția 10. Dacă $K \subset \mathrm{Alg}\,\tau$, notăm cu θ_K relația dată prin $(p, q) \in \theta_K^{\tau}$, $p, q \in P_s^{(\alpha)}(X)$ dacă și numai dacă $p(I) = q(I)$ pentru orice interpretare I în orice algebră din K. Atunci:

1) θ_K este o congruență pe $P^{(\alpha)}(X)$

2) Dacă $K = \{A\}$, atunci $P^{(\alpha)}(X)/\theta_A \rightrightarrows P^{(\alpha)}(A)$ pentru orice τ-algebră $A \in \mathrm{Alg}\,\tau$.

Demonstrație. 1) Rezultă din faptul că $\theta_K = \bigcap_{I \in \Pi(K)} \theta_I$ unde $I(K)$ este mulțimea tuturor interpretărilor variabilelor în τ-algebre din clasa K și din faptul că o intersecție de congruențe e încă congruență. Izomorfismul 2) rezultă din considerațiile anterioare și este realizat de exemplu de aplicația $p \mapsto p_A$.

Observații. Din cele expuse se remarcă că $P^{(\alpha)}(X)$ este τ-algebra liberă cu $X = \{X_s \mid s \in S\}$ generatori în clasa $\mathrm{Alg}\,\tau$, pe cînd $P^{(\alpha)}(X)/\theta_K$ pentru $K \subset \mathrm{Alg}(\tau)$ este izomorfă cu τ-algebra liberă cu X generatori în cazul cînd acesta există, în clasa K.

BIBLIOGRAFIE

1 G. Birkhoff On the Structure of Abstract Algebras. Proc. Camb. Phil. Soc. 31, 433–454.
2 P. M. Cohn Universal Algebra, 1965.
3 G. Grater Universal Algebra, D Van Nostrand Company 1968
4 E. Manes Algebraic Theories, 1976, Springer-Verlag, New-York Inc.
5 J. A. Goguen and J. W. Thatcher, Initial Algebra Semantics, IBM Research Report, 1974.

Many-sorted Polynomials and Algebras of Polynomials

In this paper the author studies in many-sorted case the notion of polynomials and algebras of polynomials and give some results based on these notions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

FIZICĂ

C.Z.: 538.533.3
539.1.074.5

APLICAȚII ALE CRISTALELOR LICHIDE SMECTICE ÎN DISPOZITIVE DE MEMORARE A UNOR PARAMETRI DE PROCES

CORNELIA MOȚOC, MARIA HONCIUC, IULIANA CUCULESCU, E. SOFRON, O. SAVIN*

Cristalele lichide smectice prezintă proprietăți de memorie interesante, care le fac utile în dispozitive electro-optice pentru stocarea informațiilor.

Se arată că mixturi de caprilat de colesteril și laurat de colesteril în proporție de 75 : 25, 50 : 50, 25 : 75% procente în greutate pot fi folosite ca materiale de memorie. Se descrie un dispozitiv electro-optic destinat înregistrării unor parametrii de proces.

Introducere

Comparativ cu cristalele lichide nematice și colesterice. aplicațiile-cristalelor lichide smectice sînt mai puțin numeroase, proprietățile specifice unor astfel de utilizări fiind descoperite mai recent. S-a demonstrat însă că, în unele privințe, cu ajutorul lor se pot obține performanțe îmbunătățite ale unor dispozitive realizate înainte cu celelalte tipuri de cristale lichide [1, 2, 3].

Vom prezenta studii ale unor mixturi de caprilat de colesteril și laurat de colecsteril, care pe o plaje de temperatură relativ extinsă prezintă mezofaza smectică. Proprietățile utile pentru aplicații în dispozitive electronice vor fi semnalate cu particularitățile lor mai importante, și în cele din urmă, vor fi ilustrate scheme în care mixturile studiate își pot găsi aplicații.

1. Rezultate experimentale

1.1. *Efectul de memorie în mixturile caprilat de colesteril-laurat de colesteril.*

Mixturile de caprilat de colesteril și laurat de colesteril în proporții de 75 : 25%, 50 : 50%, 25 : 75% în greutate prezintă mezofaza smectică pe un interval de temperatură destul de larg : 72,9—61,2°C, 80,2—60,2°C, 86,6—75,3°C, caracterizată prin următoarele particularități eletro-optice :

Manuscris predat redacției la data de 28 iunie 1977.

* Prof. dr. ; Asistent dr. ; Asistent dr. Catedra de fizică ; Asistent dr. ing; Asistent ing. Catedra de dispozitive și circuite electrice.

Caracteristicile $I = f(U)$ pe care le prezentăm în Fig. 1a şi 2a obţinute pentru două din aceste mixturi la temperaturi la care este prezentă mezofaza smectică au trei regiuni distincte sub raportul comportării curentului ca urmare a aplicării unei tensiuni exterioare :

În regiunea I, dependenţa $I = F(U)$ prezintă un caracter ohmic ; urmează apoi o regiune II cu rezistenţă negativă şi o regiune III în care variaţia curentului cu tensiunea are din nou un caracter ohmic.

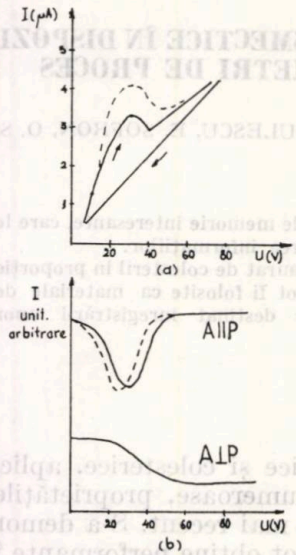


Fig. 1a — Caracterissica I = = I(U) la mixtura caprilat de colesteril-laurat de colesteril 75 : 25 %, obţinută la t = 63° (săgeţile indică sensul în care s-a variat tensiunea).

Fig. 1b — Variaţia intensităţii luminii transmise cu tensiunea aplicată cînd polarizorii sînt paraleli respectiv încrucişaţi.

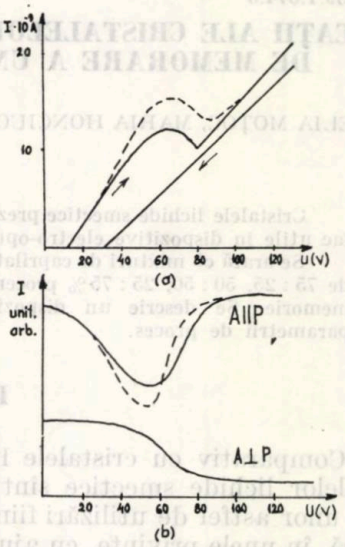


Fig. 2 a — Caracteristica I = I(U) la mixtura caprilat de colesteril laurat de colecterile 50 : 50 %, obţinută la t = 62,5°C.

Fig. 2 b — Variaţia intensităţii luminii transmise cu tensiunea aplicată cînd polarizorii sînt paraleli respectiv încrucişaţi

Semnalăm faptul că în regiunea II curentul variază cu tensiunea aplicată astfel : iniţial se obţin valori mai mari (descrise prin linia punctată) ; şi după cîteva minute curentul se stabileşte la o valoare precisă (linia plină)

Modificările induse de cîmpul electric se reflectă şi asupra transmisiei luminii cînd nicolii sînt paraleli sau încrucişaţi. În Fig. 1b şi 2b se prezintă transmisia (în unităţi relative) obţinută în condiţiile în care se aplică tensiunile indicate pe dispozitivele respective. Cînd nicolii sînt încrucişaţi, intensitatea luminii descreşte cu tensiunea aplicată şi atinge o valoare de saturaţie la tensiuni mai mari decît valoarea critică V_c. Cînd nicolii sînt paraleli, transmisia prezintă un minim în regiunea a II-a şi apoi devine mai mare chiar decît în regiunea I-a.

Aceste observaţii sînt justificate şi prin modificările morfologice observate cu microscopul polarizant.

De exemplu, înainte de aplicarea tensiunii structura este conic-focală ; pe măsură ce tensiunea creşte, apare o modificare de textură în

sensul realizării unei alinieri corespunzătoare texturii planare. Conform celor cunoscute, această textură este puțin birefringentă fapt care justifică micșorarea spectaculară a intensității cînd fenomenul este examinat între nicoli încrucișați și creșterea ei cînd fenomenul se observă între nicoli paraleli.

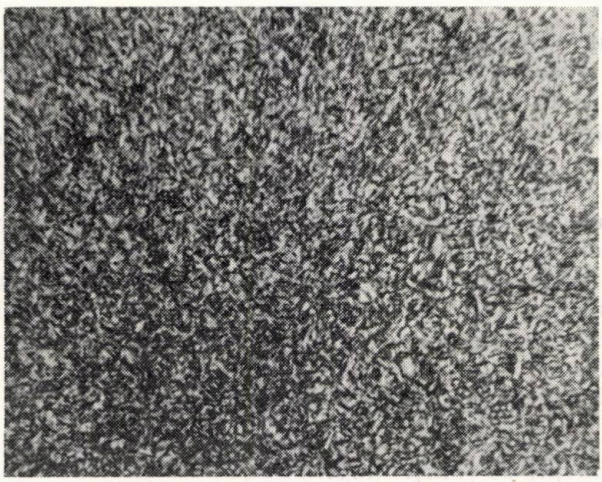


Fig. 3 — Aspecte microstructurale pe mixtura 75 : 25 % caprilat de colesteril-laurat de colesteril

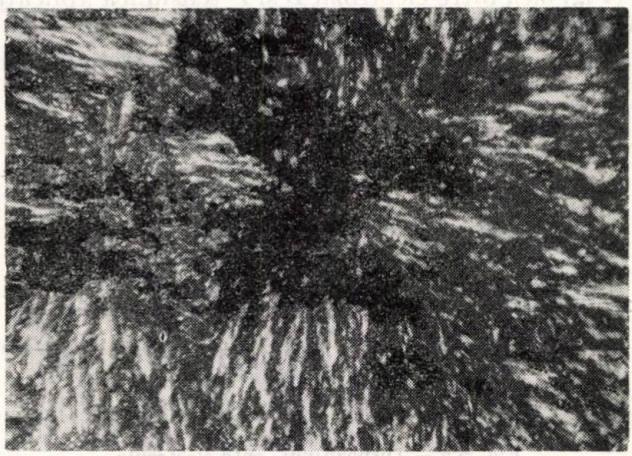


Fig. 4 — Aspecte microstructurale pe mixtura 50 ;50 % caprilat de colesteril-laurat de colesteril

Cîteva aspecte morfologice observate pe două dintre mixturile studiate sînt prezentate în Fig. 3 și Fig. 4.

Și în ceea ce privește intensitățile transmise există un efect de întîrziere în atingerea valorilor stabilite pentru intensități (liniile punctate de pe figuri indică valorile inițiale).

Cînd tensiunea exterioară este înlăturată, lumina transmisă își păstrează intensitatea fapt care conferă dispozitivului un *efect de memorie*.

Comparativ cu efectul de memorie al mezofazelor colesterice, la cristale lichide smectice durata efectului este cu mult mai mare.

1.2. *Dispozitive optoelectronice cu cristale lichide smectice.*

Avînd în vedere consideraţiile fizice făcute mai sus, configuraţia dispozitivului optoelectronic cu cristal lichid smectic pe care îl propunem este de tipul celei indicate în Fig. 5,a.

Transmisia optică a dispozitivului variază în funcţie de mărimea cîmpului electric aplicat transversal pe celula cu cristal lichid (Fig. 6), cîmp creat de diferenţa de potenţial existentă între cei doi electrozi. Unul dintre electrozi (electrodul A) are o caracteristică a rezistivităţii de aşa natură încît se poate crea pe el un gradient de tensiune, gradient ce determină un cîmp electric variabil obţinut la nivelul cristalului lichid. Transmisia printr-o anumită zonă din cristal poate fi astfel variată, prin modificarea tensiunii între cei doi electrozi. Cristalul lichid este transparent cînd se aplică o tensiune apropiată de U_p şi opac cînd tensiunea aplicată este mai mică sau mai mare decît U_p (figura 6).

1.3. *Principii de funcţionare.*

Se stabileşte un gradient de tensiune pe electrodul A prin aplicarea tensiunii V_{AA} (Fig. 5a), între electrozii D şi F tensiunea aplicată fiind aleasă în mod convenabil.

Din fig. 5b se observă că valorile tensiunilor trebuie să îndeplinească condiţiile :

$$V_{AA} \gtrless U_p\,; \qquad V_{AB} \leqslant U_p$$

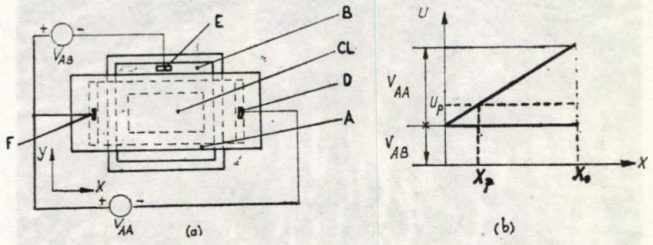


Fig. 5 a — Dispozitivul opto-electronic
A, B — electrozi ; C, L — cristal lichid
D, E, F — borne de curent
Fig. 5 b — Dependenţa tensiunii de dsitanţa între electrozi

şi-n acest caz pentru $x > x_p$ cristalul lichid este opac iar pentru $x < x_p$ cristalul lichid este transparent.

În concluzie, prin modificarea convenabilă fie a tensiunii V_{AA} fie a tensiunii V_{AB} se poate obţine o imagine de dimensiuni variabile ca în Fig. 7. În acest mod printr-o polarizare convenabilă se poate obţine o imagine de tip „fereastră".

În Fig. 8 se arată cum trebuie să fie polarizați cei doi electrozi pentru a obține „fereastra". Tensiunea V_{AA} aplicată pe electrodul A este astfel comandată încît transmisia optică prin cristalul lichid smectic să urmărească dependența din Fig. 6.

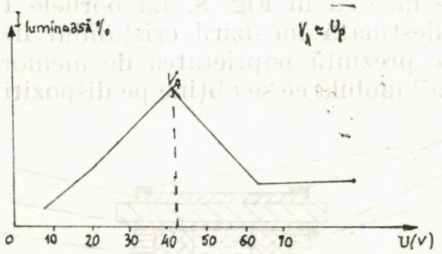


Fig. 6 — Transmisia în unități relative în funcție de tensiunea aplicată

Tensiunea între electrozii A și B, V_{AB} este aproape de două ori mai mare decît V_{AA}. Sursele de tensiune sînt conectate în așa fel încît valorile lor să se scadă în loc să se adune. Acest lucru ne permite să obținem fie o fereastră mobilă de lățime fixă, atunci cînd V_{AA} este constantă și V_{AB} se modifică, fie o fereastră fixă la lățime variabilă cînd V_{AB} este constantă și V_{AA} se modifică.

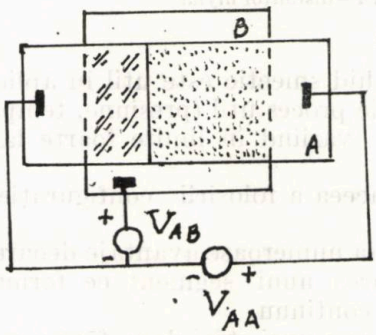


Fig. 7 — Ilustrarea imaginii de tip fereastră

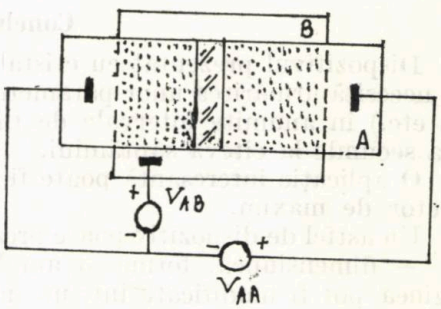


Fig. 8 — Sistemul de polarizare dispozitivul fereastră.

Un astfel de dispozitiv poate fi utilizat în cele două variante ca element indicator destinat să arate unui observator mărimea unui parametru ce poate fi convertit în tensiune, tensiune ce se aplică fie ca V_{AA} fie ca V_{AB}.

O scară de gradație convenabilă, etalonată în valoarea mărimii de măsurat poate fi așezată deasupra „ferestrei".

Din Fig. 6 se vede că transmisia optică crește o dată cu creșterea tensiunii aplicate pe celulă (V_{AB}) pînă la o tensiune corespunzătoare punctului A de la care, cu creșterea în continuare a tensiunii aplicate pe celulă, transmisia luminii scade pînă la o valoare limită corespunzătoare stării practic opace. Această stare are o mare stabilitate în timp și reprezintă *memoria* optoelectronică cu cristale lichide smectice.

Ștergerea se realizează prin încălzirea cristalului lichid la o temperatură corespunzătoare fazei izotrope, după care se răcește la o tempera-

tură specifică mixturii folosite la care are loc comportarea arătată în Fig. 1 sau 2. Astfel dispozitivul este pregătit pentru o nouă înregistrare.

În Fig. 9 este dată configuraţia de ansamblu a dispozitivului cu memorie electro-optică cu cristal lichid smectic.

Polarizarea se face ca în Fig. 8. La bornele 1, 5 se conectează o sursă de tensiune destinată încălzirii cristalului lichid smectic pînă la temperatura la care prezintă poprietatea de memorie electro-optică. În acest mod „fereastra" mobilă ce se obţine pe dispozitiv poate fi memorată.

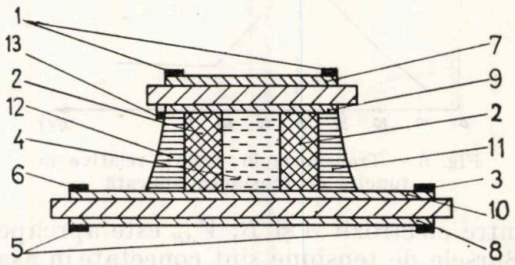


Fig. 9 — Dispozitiv cu memorie electro-optică cu cristal lichid smectic : 1, 3, 5, 6, 13 — borne 7, 8 — electrozi pentru încălzire realizaţi din SnO_2 9 — electrod A cu rezistivitate mică 10 — electrod B cu rezistivitate mare sau variabilă 11, 12 — bandă dielectrică adezivă 2 — cristal lichid 4 — distanţor mylar

Concluzii

Dispozitivul prezentat cu cristal lichid smectic este util în aplicaţii care necesită urmărirea unor parametrii de proces util (presiune, temperatură etc.) în anumite intervale de timp variind în limite foarte largi : de la secunde la cîteva săptămîni.

O aplicaţie interesantă poate fi şi aceea a folosirii configuraţiei ca detector de maxim.

Un astfel de dispozitiv poate prezenta numeroase avantaje deoarece :

— dimensiunea, forma şi amplasarea unui segment ce formează imaginea pot fi modificate într-un mod continuu.

— prezintă posibilitatea de memorare a unei stări date, fără complicarea circuitului electric de comandă.

— poate fi utilizat ca detector de maxim fără a prezenta o comandă specială electronică, ci avînd la bază însăşi proprietăţile fizice ale cristalului lichid.

— realizarea practică este mult mai uşoară iar costul de realizare mult mai avantajos.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Tani*, Appl. Phys. Letters **19**, 241 (1971).
2. *F. J. Kahn*, Appl. Phys. Letters, **22**, 111—113 (1973).
3. *M. Melchior et all.*, Appl. Phys. Letters **21**, 312 (1972).

Applications of Smectic Liquid Cristals in Some Storage Displays

Smectic liquid crystals exhibit interesting storage properties which make them useful in electrooptic displays for information storage.

It is shown that mixtures of cholesteryl caprilate and cholesteryl laurate 75 : 25 %, 50 : 50 %, 25 : 75 % by weight may be used as storage materials. An electrooptic device designed for reeordering process parameters is described.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C.Z.: 539.17

STUDIUL DEZINTEGRĂRII BETA A NUCLIDULUI ^{170}TM

D. BOGDAN, T. CREȚU, G. MACARIE, D. G. POPESCU*

Au fost calculați coeficienții factor de formă ai dezintegrării beta, valorile logft, factorii de formă ai spectrelor beta pentru tranzițiile $1^- \rightarrow 0^+$ și $1^- \rightarrow 2^+$ precum și corelațiile beta-gamma direcționale și circulare la dezintegrarea beta a nucleului ^{170}Tm utilizînd potențialul nuclear Woods — Saxon cu diferiți parametri de deformare. O bună concordanță între teorie și experiment se obține pentru toate observabilele beta dacă sînt luați în considerare coeficienții de renormare ale constantelor de cuplaj g_v și g_A.

Introducere

Tranzițiile beta ale nucleului ^{170}Tm (figura 1) corespund unor tranziții interzise de ordinul întîi. Uzual pentru asemenea tranziții beta valorile logft sînt cuprinse între 7,0 și 7,5. În cazul dezintegrării beta a ^{170}Tm se constată experimental valori logft anormal de mari (figura 1). Acest fapt indică prezența unor efecte de structură nucleară care se reflectă în valorile elementelor de matrice nucleare. Astfel poate avea loc fie un efect de distrugere reciprocă a elementelor de matrice nucleare, fie o retardare individuală a elementelor de matrice nucleare provocată de reguli speciale de selecție. În sprijinul existenței acestor efecte intervin și datele experimentale [1] privind abaterea mare de la dependența normală de energie a formei spectrului și corelația unghiulară puternic anizotropă.

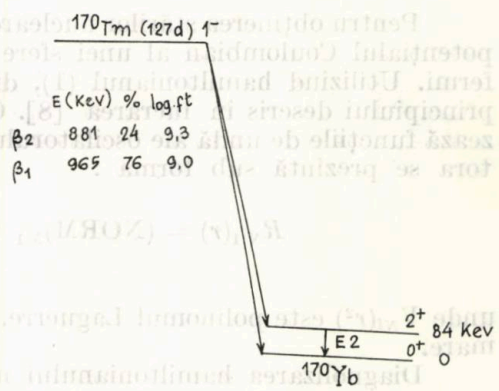


Fig. 1. Schema de dezintegrare a nucleului ^{170}Tm.

Datorită deosebitului interes prezentat de tranzițiile betaminus ale nucleaului ^{170}Tm, acestea au fost studiate experimental într-un număr mare de lucrări. O sinteză a acestor lucrări este prezentată în articolul [1]. Din punct de vedere teoretic de asemenea au fost depuse mari eforturi [2—4].

În lucrarea de față ne propunem să analizăm dependența observabilelor dezintegrării beta a ^{170}Tm în funcție de diverse valori posibile ale parametrilor potențialului nuclear utilizînd formalismul dezvoltat în lucrările [5—6].

Manuscris predat redacției la data de 18 martie 1977

* Cercetător pr. dr. în fizică la Institutul de fizică și inginerie nucleară; Conf. dr. ing; Asistent ing. Catedra de fizică; Dr. în fizică la Institutul de fizică și inginerie nucleară.

De asemenea pentru setul optim de valori ale acestor parametrii am căutat printr-un procedeu de fitare să determinăm efectele de polarizare ale miezului nuclear asupra factorilor de formă [7].

1. Funcţiile de undă şi formalismul dezintegrării beta utilizate.

Funcţiile de undă uniparticulară ale stărilor nucleare utilizate pentru calculul observabilelor dezintegrării beta a nucleului ^{170}Tm au fost obţinute prin diagonalizarea hamiltonianului nuclear cu simetrie axială şi cu partea centrală a potenţialului de forma Woods-Saxon :

$$H_\beta = -\frac{\hbar^2}{2m} V^2 - V_0 f(r) - V_0 \left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 \frac{1}{r}\frac{df}{dr} \vec{l}\cdot\vec{s} +$$

$$+ V_0 r_0 A^{1/3} \frac{df}{dr} (\beta_2 Y_{20} + \beta_4 \times Y_{40}) \qquad (1)$$

unde $f(r)$ este funcţia Woods — Sayon :

$$f(r) = (1 + x)^{-1} \text{ cu } X = \exp\left[(r + r_0 A^{1/3})/a_0\right] \qquad (2)$$

Pentru obţinerea stărilor nucleare ale sistemului de protoni se adaugă potenţialul Coulombian al unei sfere uniform încărcată de rază $r_0 A^{1/3}$ fermi. Utilizînd hamiltonianul (1), diagomalizarea s-a efectuat conform principiului descris în lucrarea [8]. Ca bază a funcţiilor proprii se utilizează funcţiile de undă ale oscilatorului armonic iar partea radială a acestora se prezintă sub forma :

$$R_{N,l}(r) = (\text{NORM})_{N\,l}\, V_{Nl}(r^2) \exp\left(-\frac{\tilde{\jmath}1}{2} r^2\right) \qquad (3)$$

unde $V_{Nl}(r^2)$ este polinomul Laguerre, $(\text{NORM})_{Nl}$ este coeficientul de normare.

Diagnolizarea hamiltonianului nuclear (1) a fost efectuată pentru parametrii de deformare $\beta_2 = 0{,}25\,;\, 0{,}30\,;\, 0{,}35$; şi $\beta_4 = -0{,}04$ şi $-0{,}16$. În calculele stărilor neutronice s-a considerat $V_{on} = -43$ MeV şi pentru stările protonice $V_{cp} = -58$ MeV, respectiv.

Elementele de matrice, respectiv coeficienţii form-factori $^{A}F^{(N)}_{k\gamma\lambda}$ şi $^{AV}F^{(N)}_{k\lambda\gamma}$ au fost calculaţi utilizînd formulele generale date în lucrările [9—10].

În valorile coeficienţilor $F^{(N)}_{k\lambda\gamma}$ obţinute prin utilizarea funcţiilor de undă nucleare uniparticulă s-au introdus corecţiile corespunzătoare modelului nuclear suprafluid [11]. Starea fundamentală a nucleului ^{170}Tm a fost considerată ca descrisă de o funcţie de undă de tip biparticulă :

$$|J_i\, \pi_i\, K_i \equiv 1 - 1\rangle = \left| p\,\frac{1}{2}[411] + n\,\frac{1}{2}[521] \right\rangle \qquad (4)$$

Coeficienţii form-factori relativişti ${}^{V}F_{101}^{(0)}$ şi ${}^{V}F_{101}^{(1)}$ s-au calculat pe baza relaţiilor de recurentă obţinute conform teoriei conservării curentului vectorial [12].

2. Rezultatele obţinute

În tabela 1 sînt date valorile coeficienţilor form-factori obţinute pentru tranziţiile beta $1^- \to 0^+$ şi $1^- \to 2^+$. Pe baza unui program de calcul s-a determinat dependenţa de energie a formei spectrului $C(E)$ pentru cele două tranziţii beta ale nucleului ^{170}Tm. În acest program ca date de intrare au fost luate valorile coeficienţilor form-factori $F_{k\lambda\gamma}^{(N)}$ şi valoarea experimentală a energiei maxime în spectrul respectiv. Programul conţine subrutine de interpolare pentru mărimile caracteristice părţii leptonice a funcţiei de undă. [5] Deoarece variaţia acestor mărimi în raport cu energia electronului este foarte lentă, interpolarea s-a făcut liniar. Forma spectrului $C(E)$ a fost calculată cu un pas de 20 keV (pentru E 40 keV). Pentru fiecare valoare a energiei erau furnizate mărimile $M_1(1,1)$, $m_1(1,1)$, $M_1(1,2)$, $M_1(2,1)$, $M_2(1,2)$, $M_2(2,1)$ şi $C(E)$. Notaţiile sînt cele corespunzătoare lucrării [5]. Pentru tranziţia $1^- \to 0^+$ se obţin :

$M_1(1,1) \simeq 100\, m_1(1,1) \simeq 100\, M_1(1,2) \simeq 100\, M_1(2,1)$ şi

$M_2(1,2) = M_2(2,1) = 0$,

iar pentru tranziţia $1^- \to 2^+$, corespunzător

$M_1(1,1) \simeq 100 m_1(1,1) \simeq 100\, M_1(1,2) \simeq 1000\, M_1(2,1) \simeq 10\, M_2(1,2) \simeq 10\, M_2$ (2,1)

Pentru valorile M_2 care depind puternic de energie s-au luat în considerare valorile lor medii. Valorile logft calculate după relaţia

$$ft = \frac{6228}{<C(E)>} \tag{4}$$

sînt date în tabela 2. Din această tabelă se observă că valorile teoretice pentru logft sînt sensibil mai mici decît cele experimentale în cazul ambelor tranziţii studiate. În cazul parametrilor de deformare $\beta_2 = 0{,}25$ şi $\beta_4 = -0{,}04$ se obţin valorile logft cele mai apropiate de valorile experimentale, astfel încît :

$$(ft_{\text{exp}}/ft_{\text{calc}})_{1^- \to 0^+} = 6{,}199 \text{ şi } (ft_{\text{exp}}/ft_{\text{calc}})_{1^- \to 2^+} = 8{,}485$$

În lucrarea [7] se subliniază faptul că din comparaţia valorilor logft teoretică şi experimentale se pot evalua factorii de renormare pentru coeficienţii form-factori. Aceşti factori de renormare sînt legaţi de efectele de polarizare ale miezului nuclear. Renormarea se referă la constantele de cuplaj g_v şi g_A. În acest sens au fost introduşi parametrii de renormare :

$$A_1 = \left(\frac{g_{Vef}}{g_V}\right)_{k=1,\,\lambda=0,\,\gamma=1} \qquad A_2 = \left(\frac{g_{Vef}}{g_V}\right)_{k=1,\,\lambda=0,\,\gamma=0}$$

$$A_3 = \left(\frac{g_{Aef}}{g_A}\right)_{k=1,\,\lambda=1,\,\gamma=1} \qquad A_4 = \left(\frac{g_{Aef}}{g_A}\right)_{k=2,\,\lambda=1,\,\gamma=1} \tag{5}$$

Tabela 1

Tranziţia $1^- \rightarrow 0^+$

	$\beta_4 = -0,04$			$\beta_4 = -0,16$		
	$\beta_2 = 0,25$	$\beta_2 = 0,30$	$\beta_2 = 0,35$	$\beta_2 = 0,25$	$\beta_2 = 0,30$	$\beta_2 = 0,35$
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
${}^{A}F^{(0)}_{000}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(1)}_{000}$	0	0		0	0	0
${}^{A}F^{(0)}_{011}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(1)}_{011}$	0	0	0	0	0	0
${}^{V}F^{(0)}_{101}$	+0,0178	+0,0196	+0,0189	−0,0236	−0,0194	−0,0207
${}^{V}F^{(1)}_{101}$	−0,0395	−0,0429	−0,0409	+0,0651	+0,0651	+0,0525
${}^{V}F^{(0)}_{110}$	+0,0014	−0,0006	−0,0021	−0,0233	−0,0164	−0,0165
${}^{V}F^{(1)}_{110}$	+0,1463	+0,1582	+0,1483	−0,2497	−0,1991	−0,2126
${}^{V}F^{(0)}_{110(1,1,1,1)}$	−0,0295	−0,0311	−0,0304	+0,0337	+0,0276	+0,0275
${}^{V}F^{(1)}_{110(1,1,1,1)}$	−0,6096	−0,9232	−0,9409	+0,0523	+0,2175	+0,4652
${}^{A}F^{(0)}_{110(1,1,1,1)}$	−0,0584	−0,0650	−0,0600	+0,0776	+0,0632	+0,0664
${}^{A}F^{(1)}_{111(1,1,1,1)}$	+1,8947	+2,2101	+2,2522	−2,6205	−2,1725	−2,6031
${}^{A}F^{(0)}_{111}$	+0,0104	+0,0131	+0,0134	−0,0327	−0,0244	−0,0296
${}^{A}F^{(1)}_{111}$	+0,1771	+0,1878	+0,1707	−0,3174	−0,2474	−0,2617
${}^{A}F^{(0)}_{211}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(1)}_{111}$	0	0	0	0	0	0
	Tranziţia $1^- \rightarrow 2^+$					
${}^{A}F^{(0)}_{000}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(1)}_{000}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(0)}_{011}$	0	0	0	0	0	0
${}^{A}F^{(1)}_{011}$	0	0	0	0	0	0
${}^{V}F^{(0)}_{101}$	+0,0128	+0,0141	+0,0136	−0,0173	−0,0145	−0,0150
${}^{V}F^{(1)}_{101}$	−0,0281	−0,0303	−0,0288	+0,0458	+0,0371	+0,0399
${}^{V}F^{(0)}_{110}$	+0,0010	−0,0004	−0,0015	−0,0165	−0,0116	−0,0117
${}^{V}F^{(1)}_{110}$	+0,1035	+0,1119	+0,1049	−0,1766	−0,1408	−0,1503
${}^{V}F^{(0)}_{110(1,1,1,1)}$	−0,0209	−0,0220	+0,0215	+0,0239	+0,0195	+0,0195
${}^{A}F^{(1)}_{111}$	+0,1210	+0,1328	+0,1207	−0,2245	−0,1750	−0,1851
${}^{V}F^{(1)}_{110(1,1,1,1)}$	−0,4310	−0,6522	−0,6653	+0,0370	+0,1537	+0,3289
${}^{A}F^{(0)}_{111(1,1,1,1)}$	−0,0414	−0,0459	−0,0425	+0,0549	+0,0447	+0,0469
${}^{A}F^{(1)}_{111(1,1,1,1)}$	+1,1398	+1,5628	+1,5709	−1,8530	−1,5361	−1,8406
${}^{A}F^{(0)}_{111}$	+0,0073	+0,0093	+0,0095	−0,0231	−0,0172	−0,0290
${}^{A}F^{(0)}_{211}$	−0,0412	−0,0526	−0,0608	+0,0194	+0,0260	+0,0376
${}^{A}F^{(1)}_{211}$	−0,0297	−0,0167	−0,0082	+0,1132	+0,0621	+0,0214

Valorile calculate ale coeficienţilor form-factori pentru dezintegrarea beta a nucleului ^{170}Tm-

Tabela 2

Tranziţia $1^- \rightarrow 0^+$

	$\beta_4 = -0,04$			$\beta_4 = -0,16$		
	$\beta_2 = 0,25$	$\beta_2 = 0,30$	$\beta_2 = 0,35$	$\beta_2 = 0,25$	$\beta_2 = 0,30$	$\beta_2 = 0,35$
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
$<C(E)>$	$4,8604 \cdot 10^{-5}$	$5,9424 \cdot 10^{-5}$	$6,0081 \cdot 10^{-5}$	$9,9239 \cdot 10^{-5}$	$6,8108 \cdot 10^{-5}$	$8,3591 \cdot 10^{-5}$
ft_{cal}	$1,2814 \cdot 10^{8}$	$1,0481 \cdot 10^{8}$	$1,0366 \cdot 10^{8}$	$0,6276 \cdot 10^{8}$	$0,9144 \cdot 10^{8}$	$0,7451 \cdot 10^{8}$
$\log ft_{cal}$	8,11	8,02	8,02	7,80	7,96	7,87
ft_{exp}	$7,944 \cdot 10^{8}$					
$\log ft_{exp}$	8,9					
Tranziţia $1^- \rightarrow 2^+$						
$<C(E)>$	$2,6476 \cdot 10^{-5}$	$3,2830 \cdot 10^{-5}$	$3,3023 \cdot 10^{-5}$	$5,8248 \cdot 10^{-5}$	$3,8699 \cdot 10^{-5}$	$4,6769 \cdot 10^{-5}$
ft_{cal}	$2,3523 \cdot 10^{8}$	$1,8970 \cdot 10^{8}$	$1,8860 \cdot 10^{8}$	$1,0659 \cdot 10^{8}$	$1,6093 \cdot 10^{8}$	$1,3362 \cdot 10^{8}$
$\log ft_{cal}$	8,37	8,28	8,28	8,03	8,21	8,13
ft_{exp}	$1,996 \cdot 10^{9}$					
$\log ft_{exp}$	9,3					

Valorile ft calculate pentru tranziţiile beta ale nucleului ^{170}Tm la diferiţi parametrii de deformare ai potenţialului Woods-Saxon.

În expresia formei spectului $C(E)$ s-au introdus în locul coeficienţilor — factorilor de formă obţinută (Tab. 1 şi 2) mărimile corespunzătoare $A_i \cdot F_{k\lambda\gamma}$. Valorile parametrilor $A_i (i = 1, 4)$ au fost fitate astfel încît să se obţină valoarea $\log ft_{exp} = 9{,}3$ iar dependenţa $C(E)$ obţinută teoretic să fie cît mai apropiată de cea experimentală prezentată în lucrarea [13]. Fitarea a fost făcută utilizîndu-se sub rutina „FUMILI" din biblio-

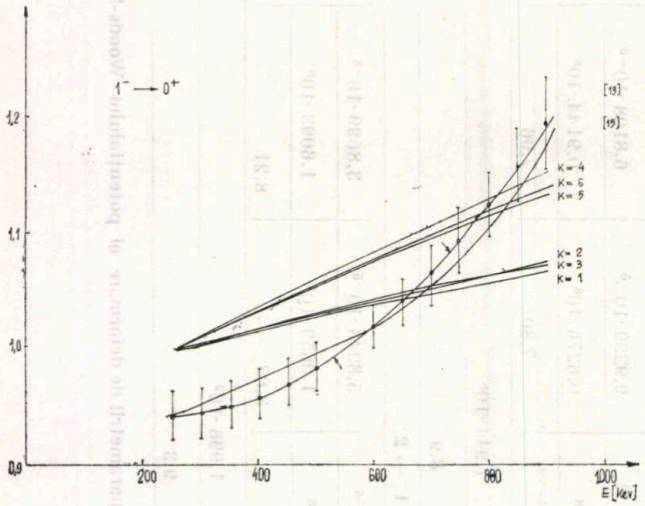


Fig. 2. Dependenţa de energie a formei spectrului la tranziţia $1^- \rightarrow 0^+$ la ^{170}Tm după luarea în considerare a renormării coeficienţilor de cuplaj. Sînt prezentate cazurile diferitelor valori ale parametrilor de deformare pentru potenţialul nuclear Woods-Saxon (K = 1, 6) Datele experimentale corespund lucrărilor (13, 15, 16).

teca computerului CDC—6400 [14]. Domeniul de variaţie a parametrilor A_i a fost cuprinse în intervalul (0,1 şi 1,0). S-a impus în program o precizie de 10^{-3} cu un pas de fitare de 0,02. Calculul a dus la obţinerea următoarelor rezultate :

$$A_1 = 0{,}438 \pm 0{,}096 \qquad A_2 = 0{,}488 \pm 0{,}063$$

$$A_3 = 0{,}508 \pm 0{,}081 \qquad A_4 = 0{,}694 \pm 0{,}323$$

Valorile logft obţinute după introducerea factorilor de renormare A_i sînt indicate în tabela 3.

Dependenţa $C(E)$ obţinută prin introducerea factorilor de renormare A este dată în fig. 2 pentru tranziţia $1^- \rightarrow 0^+$ şi în figura 3 pentru tranziţia $1^- \rightarrow 2^+$. În aceste diagrame sînt prezentate şi datele experimentale din lucrările [13, 15, 16].

În figura 4 este indicată dependenţa de energie a anizotropiei distribuţiei unghiulare $\varepsilon(E)$ pentru cascada $1^-(\beta^+)2\ (\gamma)0^+$. Datele experimentale corespund lucrărilor [1] şi [17].

A fost de asemenea calculat coeficientul de corelaţie a polarizării circulare beta-gama [5]. În figura 5 se prezintă dependenţa de energie a mărimii $P(\theta, E) = \widetilde{A} \cdot \cos\theta$ pentru valorile $\theta = 120°$ (figura 5 a), $\theta = 150°$ (figura 5 b) şi $\theta = 180°$ (figura 5 c). Dependenţa obţinută teoretic este în concordanţă cu cea experimentală din lucrarea [1].

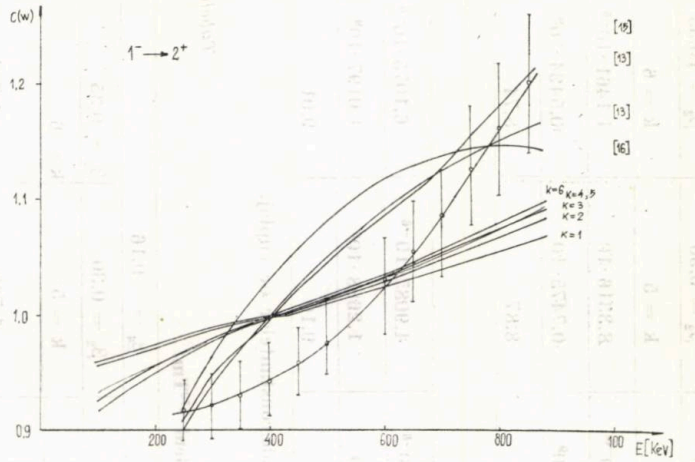


Fig. 3. Dependența de energie a formei spectrului la tranziția $2^- \rightarrow 0^+$ a ^{170}Tm după luarea în considerare a renormării coeficienților de cupaj. Sînt prezentate cazurile diferitelor valori ale parametrilor de deformare pentru potențialul nuclear Woods—Saxon (K = 1,6).Datele experimentale corespund lucrărilor (13, 15, 16).

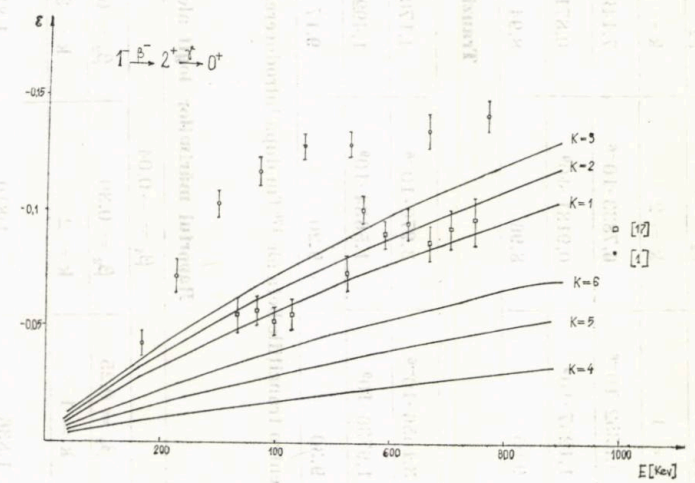


Fig. 4. Dependența de energie a coeficientului de anizotropie a corelației unghiulare beta gamma. Sînt prezentate cazurile diferitelor valori ale parametrilor de deformare pentru potențialul nuclear Woods-Saxon (K = 1, 6). Datele experimentale corespund lucrărilor (1. 17).

Tabela 3

Tranziţia $1^- \rightarrow 0^+$

	$\beta_4 = -0{,}04$			$\beta_4 = -0{,}16$		
	$\beta_2 = 0{,}25$	$\beta_2 = 0{,}30$	$\beta_2 = 0{,}35$	$\beta_2 = 0{,}25$	$\beta_2 = 0{,}30$	$\beta_2 = 0{,}35$
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
$<C(E)>$	$5{,}5352 \cdot 10^{-6}$	$6{,}7833 \cdot 10^{-6}$	$7{,}1498 \cdot 10^{-6}$	$1{,}2056 \cdot 10^{-6}$	$8{,}3316 \cdot 10$	$1{,}1461 \cdot 10^{-5}$
ft_{calc}	$1{,}1257 \cdot 10^{9}$	$0{,}9181 \cdot 10^{9}$	$0{,}8711 \cdot 10^{9}$	$5{,}1659 \cdot 10^{9}$	$0{,}7475 \cdot 10$	$0{,}5434 \cdot 10^{9}$
$\log ft_{calc}$	9,05	8,96	8,94	8,71	8,87	8,74
Tranziţia $1^- \rightarrow 2^+$						
$< C(E) >$	$3{,}1556 \cdot 10^{-6}$	$3{,}970 \cdot 10^{-6}$	$4{,}1708 \cdot 10^{-6}$	$7{,}3957 \cdot 10^{-6}$	$4{,}9087 \cdot 10^{-6}$	$6{,}1075 \cdot 10^{-6}$
ft_{cal}	$1{,}9736 \cdot 10^{9}$	$1{,}5684 \cdot 10^{9}$	$1{,}4920 \cdot 10^{9}$	$0{,}8421 \cdot 10$	$1{,}2688 \cdot 10^{9}$	$1{,}0197 \cdot 10^{9}$
$\log ft_{cal}$	9,30	9,20	9,17	8,93	9,10	9,01

Valorile lg ft pentru tranziţiile beta ale ^{170}Tm după introducerea factorilor de renormare ale constantelor de cuplaj.

Tabela 4

Raportul mărimilor logft ale tranziţiilor beta la nucleul ^{170}Tm.

	$\beta_4 = -0{,}04$			$\beta_4 = -0{,}16$		
	$\beta_2 = 0{,}25$	$\beta_2 = 0{,}30$	$\beta_2 = 0{,}35$	$\beta_2 = 0{,}25$	$\beta_2 = 0{,}30$	$\beta_2 = 0{,}35$
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
$\left(\frac{ft\ 1^- \rightarrow 2^+}{ft\ 1^- \rightarrow 0^+}\right)_{cal}$	1,836	1,810	1,819	1,698	1,760	1,793
$\left(\frac{ft 1^- \rightarrow 2^+}{ft 1^- \rightarrow 0^+}\right)_{exp}$	$2{,}513 \pm \begin{matrix} 1{,}468 \\ 0{,}298 \end{matrix}$					

Conform stărilor rotaţionale raportul mărimilor logft este dat de :

$$\frac{(ft)1^- \to 2^+}{(ft)1^- \to 0^+} = \left[\frac{C(110\,;\,1-10)}{C(112\,;\,1-10)}\right]^2 = 2$$

Acest raport nu apare ca riguros în teoria actuală a dezintegrării beta. In tabela 4 se indică acest raport teoretic şi experimental. În calculul raportului experimental s-a ţinut seama de faptul că precizia în determinarea mărimii $\log ft_{exp}$ este nu mai mică de $\pm$ 0,1. Se observă că în limitele erorilor experimentale valorile teoretice coincid cu cele experimentale.

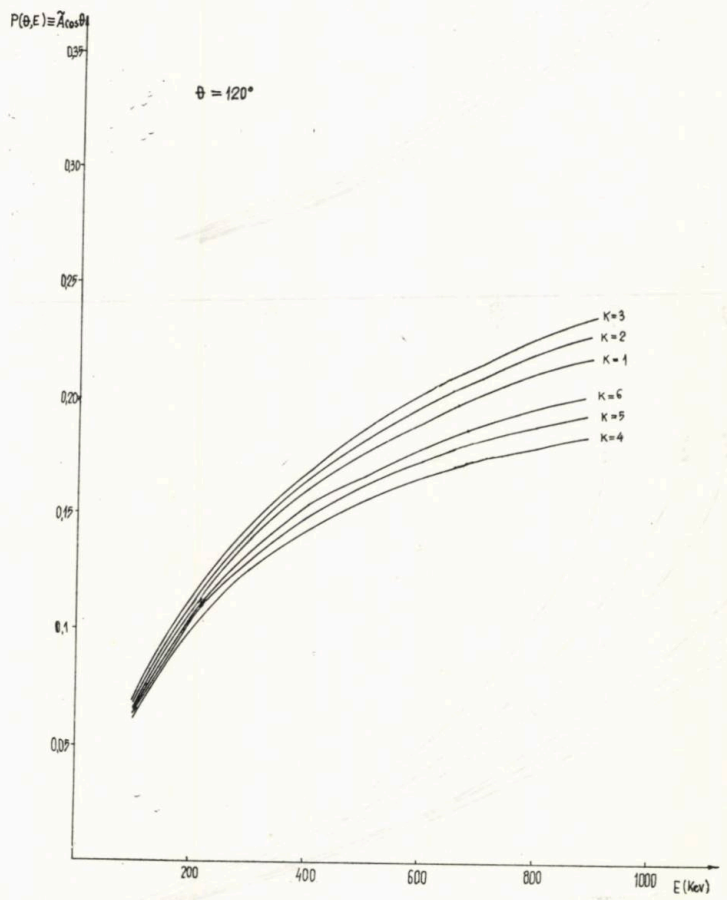


Fig. 5 Dependenţa de energie a coeficientului de corelaţie a polarizării circularea beta-gamma. Sînt prezentate cazurile diferitelor valori ale parametrilor de deformare pentru potenţialul nuclear Woods—Saxon (K = 1, 6).
a) θ = 120°, b) θ = 150°, c) θ = 180°

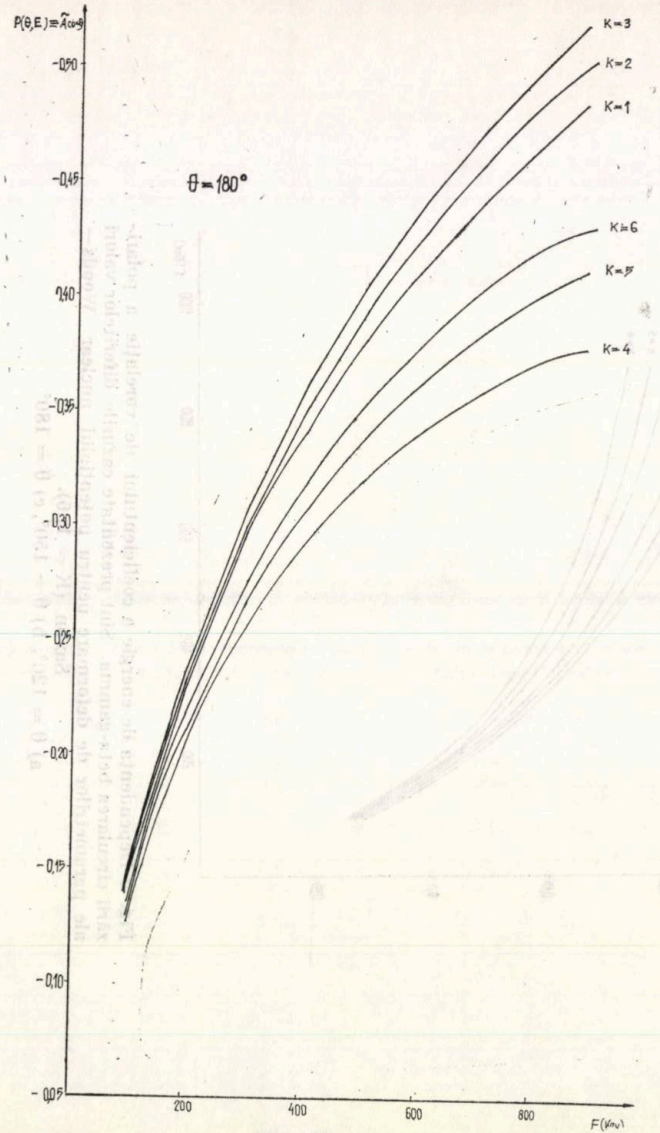

P(θ,E)≡Ã cosθ
-0,50
-0,45
-0,40
-0,35
-0,30
-0,25
-0,20
-0,15
-0,10
-0,05
θ=180°
K=3
K=2
K=1
K=6
K=5
K=4
200
400
600
800
E(kev)

Fig. 5b

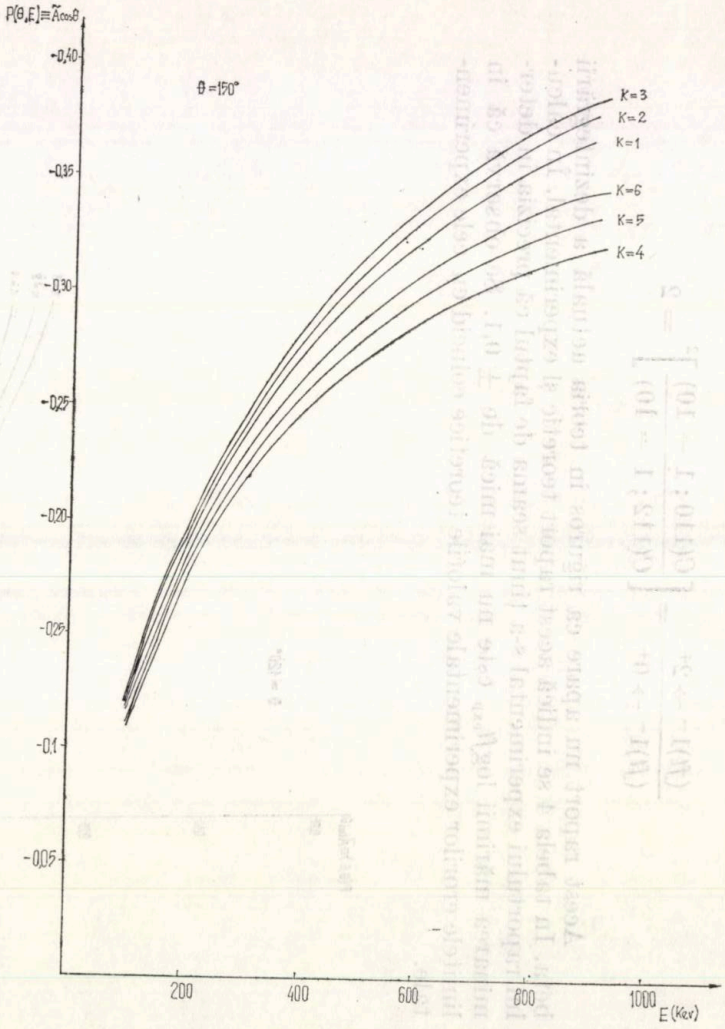

P(θ,E)≡Ã cosθ
-0,40
-0,35
-0,30
-0,25
-0,20
-0,1
-0,05
θ=150°
K=3
K=2
K=1
K=6
K=5
K=4
200
400
600
800
1000
E(kev)

Fig. 5c

Concluzii

Introducerea factorilor de renormare A_i conduce la obținerea valorilor logft în concordanță cu cele experimentale. Cea mai bună concordanță se realizează pentru parametrul $\beta_4 = -0{,}04$. Există însă discordanțe în ceea ce privește forma spectrului $C(E)$. Compararea dependenței teoretice $C(E)$ cu datele experimentale este însă îngreunată de marile divergențe între datele experimentale obținute (în special pentru tranziția $1^- \rightarrow 2^+$). Toate acestea pot indica unele efecte de aparatură care intervin în mod diferit în măsurările efectuate [18, 19].

Din cele relatate rezultă că pentru explicarea anomaliilor observate în dezintegrarea beta a nucleului ^{170}Tm se impune încă un efort susținut atît din punct de vedere experimental cît și teoretic.

BIBLIOGRAFIE

1. *J. C. Manthuruthil, C. P. Poirier, K. S. R. Satry, R.F. Petry, B. K. Cantrell, R. S. Wilkinson*, Phys. Rev., *C4* 3(1971) 960.
2. *D. Bogdan, P, Lipnik*, Nuovo Vimento *52B* (1967) 273.
3. *D. Bogdan, P. Lipnik*, Nuovo Cimento *51A* (1967) 376.
4. *D. Bogdan, C. Protop, I. Vață*, Nucl. Phys. *A119* (1968) 113.
5. *H. Behrens, J. Janecke*, Landolt Bornstein New Series, vol. I/4 (Springer, Berlin, New-York, Heildelberg) 1969.
6. *H. Behrens, W. Bűhring*, Nucl. Phys. A162 (1971) 111.
7. *A. Bohr, B. R. Mottelson*, Nuclear Structure V. 1, Ed. W. A. Benjamin, Inc., New-York, 1969.
8. *H. Hird*, Comp. Phys. Commun. 6 (1973) 30.
9. *D. Bogdan, T. Crețu, G. Macarie*, Z. Phys. *263* (1973) 121.
10. *D. Bogdan, T. Crețu, G. Macarie*, Z. Phys. *263* (1973) 129.
11. *V. G. Soloviev*, Teoria slojnîh iader, Izd. Nauka, Moskva, 1971.
12. *R. P. Feynman, M, Gell-Mann*, Phys. Rev. *109* (1958) 193.
13. *S. Y, Van der Werf*, H. de Ward, H. Beekhnuis, Nucl. Phys. *A134* (1969) 215.
14. *I. N. Silin*, IUCN, LVTA, 11—3362, Dubna, 1967.
15. *F. Greverie, G. Ambrosino*, Compt. Rend. *264B* (1967) 651.
16. *E. H. Spejewski*, Nucl. Phys. *82* (1966) 481.
17. *H. Dulaney, C. H. Broden, E. T. Petronis Jr.*, L. D. Wyly, Phsy. Rev. *129* (1963) 283.
18. *T. Crețu, V. V. Kuznetsov, G. Macarie*, Preprint IUCN, P. 6—10133, Dubna, 1976.
19. *V. M. Gorojankin, K. Ya. Gromov, T. Crețu, V. V.Kuznetsov, G. Lizurej, G. Macarie*, Preprint IUCN, P. 6—10239, Duban, 1976.

The Study of Beta Decay at *170* TmNucleus

The form factors coefficients of beta decay, the logft — values, shape factors spectra for the beta transitions $1^- \rightarrow 0^+$, $1^- \rightarrow 2^+$ and beta-gamma directional and circular correlations $1^-(\beta)$, $2^+(\gamma)\,0^+$ in beta decay of 170Tm nucleus have been calculated using the nuclear potential Woods,Saxon with different deformation parameters. A good agreement between theory and experiment is achieved for all beta observables if are taken into account some renormalization ceoefficients of the coupling eonstants g_v and g_A.

1. J. D. Jenkinson, C. P. Porter, A. S. R. Sarg, R.F. Petty, B. K. Sahoo, R. S. Wilson Phys. Rev. C4 3(1971) 960.
2. D. Bogdan, P. Lipnik, Nuovo Vimento 2 (1967) 273.
3. D. Bogdan, P. Lipnik, Nuovo Cimento 2A (1967) 870.
4. D. Bogdan, C. Pavlan, I. Vrăja, Nucl. Phys. A119 (1968) 113.
5. R. Behrens, J. Janecke, Landolt Bornstein New Series, vol. I/4 (Springer, Berlin, New York, Heidelberg) 1969.
6. P. Brevens, W. Bühring, Nucl. Phys. A102 (1967) 111.
7. A. Bohr, B. R. Mottelson, Nuclear Structure V. 1, Ed. W. A. Benjamin, Inc., New-York 1969.
8. R. Hilf, Comp. Phys. Commun. 6 (1974) 80.
9. D. Bogdan, I. Ceapa, G. Macarie, Z. Phys. 268 (1973) 121.
10. D. Bogdan, I. Ceapa, G. Macarie, Z. Phys. 273 (1975) 129.
11. V. G. Solovțov, Teoria sloților lader Izd. Nauka, Moskva 1971.
12. R. F. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109 (1958) 193.
13. S. Van der Werf, H. de Waard, H. Beekhuis, Nucl. Phys. A134 (1969) 213.
14. I. N. Sidin, H.CN.I.VTA.: 11—3367, Dubna, 1967.
15. E. Greenfield, G. Ambrosino, Comput. Fiand. 1(1)B (1967) 651.
16. E. Spejewski, Nucl. Phys. A9 (1966) 481.
17. R. Dalitz, G. H. Trotter, E. T. Peterlis 27, D. Wylie, Phys. Rev. 128 (1962) 283.
18. T. Creția, V. V. Kuznetsov, G. Macarie, Preprint IFCX, P. 8—10132, Dubna, 1976.
19. I. M. Gorelov, A. Ya. Cronon, T. Creția, V. V. Kuznetsov, G. Lazarev, G. Macarie, Preprint IFCX, P. 8—10259, Dubna, 1976.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.314.2.017

TRANSFORMATORUL ELECTRIC ÎN REGIM PERMANENT NESINUSOIDAL

CONSTANTIN GHIȚA*

În lucrare se prezintă calculul în regim permanent al unui transformator electric considerînd caracteristica de magnetizare a miezului acestuia neliniară. Inducția magnetică și cîmpul magnetic din miez precum și curenții electrici care circulă prin cele două înfășurări ale transformatorului se presupun nesinusoidale, considerînd pe lîngă fundamentala acestora și armonica de ordinul trei. Rezultatele obținute în lucrare se verifică experimental.

Introducere

Calculul în regim permanent al unui transformator electric conduce la rezolvarea unui sistem de ecuații diferențiale și algebrice neliniare, datorită caracteristicii de magnetizare neliniare a miezului feromagnetic al transformatorului. Rezolvarea acestui sistem nu se poate face exact ci aproximativ. Erorile care apar în procesul rezolvării sînt de două categorii : unele se referă la stabilirea aproximativă a expresiei analitice a caracteristicii de magnetizare a miezului transformatorului și altele la însăși metoda de rezolvare a sistemului neliniar.

Folosirea funcției exponențiale pentru reprezentarea analitică a caracteristicii de magnetizare este întîlnită frecvent în literatură [1—3], deoarece calculele care rezultă nu sînt complicate, iar erorile de reprezentare sînt acceptabile.

Funcționarea în regim permanent a transformatorului electric este prezentată în majoritatea lucrărilor considerînd miezul feromagnetic al acestuia liniar sau liniarizat și inducția magnetică din miez sinusoidală [4—6]. In realitate miezul transformatorului este neliniar iar inducția magnetică din miez nesinusoidală.

În prezenta lucrare se face calculul în regim permanent al transforma torului electric, considerînd caracteristica de magnetizare a miezului acestuia neliniară și inducția magnetică nesinusoidală.

Manuscris predat redacției la data de 22 iunie 1977.
* Asistent dr. ing. la Catedra de mașini electrice

1. Calculul cîmpului magnetic rezultant

Se consideră un transformator electric monofazat a cărui schemă de principiu este prezentată în figura 1 şi ale cărui ecuaţii de funcţionare sînt următoarele : [4—6].

$$R_1 i_1 + L_{\sigma 12} \frac{di_1}{dt} + w_1 S_{Fe} \frac{db}{dt} = \sqrt{2}\, U_1 \cos \omega t \tag{1}$$

$$R_2 i_2 + L_{\sigma 21} \frac{di_2}{dt} + w_2 S_{Fe} \frac{db}{dt} = -\left(R_s i_2 + L_s \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_s} \int i_2\, dt \right), \tag{2}$$

$$w_1 i_1 + w_2 i_2 = h l_{Fe} \tag{3}$$

$$h = \alpha (e^{\beta b} - 1) \tag{4}$$

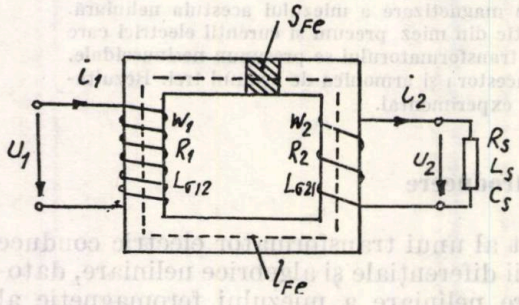


Fig. 1. Schema de principiu a transformatorului electric

În sistemul (1)—(4) s-au făcut următoarele notaţii : R_1, w_1, R_2, w_2 — rezistenţele respectiv numerele de spire ale celor două înfăşurări ale transformatorului ; S_{Fe}, l_{Fe} — secţiunea respectiv lungimea circuitului feromagnetic ; $L_{\sigma 12}$, $L_{\sigma 21}$ — inductivităţile de dispersie ale celor două înfăşurări ; i_1, i_2, curenţii prin înfăşurări ; α, β — coeficienţi de material ; R_s, L_s, C_s — rezistenţa, inductivitatea şi capacitatea de sarcină, U_1, ω — tensiunea de alimentare şi pulsaţia acesteia.

Sistemul (1)—(4) este neliniar datorită dependenţei neliniare dintre cîmpul magnetic h şi inducţia magnetică b, dependenţă caracterizată cu ajutorul funcţiei exponenţiale (4). Necunoscutele i_1, i_2, b, h, ale sistemului neliniar se determină pentru regimul permanent de funcţionare al transformatorului în ipoteza în care se neglijează armonicile superioare ordinului trei din componenţa acestora.

Pentru inducţia magnetică din miezul transformatorului se impune, la funcţionarea în sarcină, o expresie de forma următoare :

$$b(t) = B_1 \sin(\omega t - \psi_1) + B_3 \sin(3\omega t - \psi_3), \tag{5}$$

în care B_1, B_3 sînt amplitudinile armonicilor inducţiilor de ordinul întîi şi trei, iar ψ_1 şi ψ_3, unghiurile de defazaj corespunzătoare.

Se introduce relaţia (5) în relaţia (4) şi se dezvoltă în serie exponenţialele rezultate utilizînd următoarea formulă : [7]

$$e^{x \sin \omega t} = J_0(jx) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(jx) \cos 2k\omega t - 2j \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k-1}(jx) \sin (2k-1)\omega t, \tag{6}$$

în care $J_k(jx)$ sînt funcţiile Bessel de ordinul k şi de argument imaginar. În expresia obţinută se neglijează armonicile superioare ordinului trei şi se găseşte expresia cîmpului magnetic rezultant din miezul transformatorului ;

$$h(t) = H_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + H_3 \sin(3\omega t - \alpha_3) \tag{7}$$

în care s-au făcut notaţiile :

$$\begin{cases} H_1 = \alpha\sqrt{c^2 + f^2 + 2fc\cos(\psi_1 - \psi_3)} \\ H_3 = \alpha\sqrt{d^2 + e^2 + 2de\cos(3\psi_1 - \psi_3)} \\ \operatorname{tg}\alpha_1 = \dfrac{c\sin\psi_1 + f\sin(2\psi_1 - \psi_3)}{c\cos\psi_1 + f\cos(2\psi_1 - \psi_3)} \\ \operatorname{tg}\alpha_3 = \dfrac{d\sin 3\psi_1 + e\sin\psi_3}{d\cos 3\psi_1 + e\cos\psi_3} \end{cases} \tag{8}$$

În relaţiile (8) cu c, d, e, f s-au notat următoarele funcţii :

$$\begin{aligned} c &= -2J_0(j\beta B_3)\,jJ_1(j\beta B_1), \quad e = -2J_0(j\beta B_1)\,jJ_1(j\beta B_3) \\ d &= -2J_0(j\beta B_3)\,jJ_3(j\beta B_1), \quad f = -2jJ_1(j\beta B_3)\,J_2(j\beta B_1) \end{aligned} \tag{9}$$

2. Calculul curenţilor electrici

Curenţii electrici $i_1(t)$ şi $i_2(t)$ de regim permanent care circulă prin înfăşurările transformatorului, la funcţionarea în sarcină a acestuia, se deduc rezolvînd sistemul neliniar (1)—(4). Petru aceasta se presupun expresiile instantanee, în regim permanent, ale celor doi curenţi de forma următoare :

$$\begin{cases} i_1(t) = I_{11}\sin(\omega t - \varphi_{11}) + I_{13}\sin(3\omega t - \varphi_{13}) \\ i_2(t) = I_{21}\sin(\omega t - \varphi_{21}) + I_{23}\sin(3\omega t - \varphi_{23}) \end{cases} \tag{10}$$

Se înlocuiesc relaţiile (10) împreună cu (7) şi (5) în ecuaţiile (1), (2) şi (3) şi se obţin trei expresii generale de forma :

$$\begin{cases} M_k\sin\omega t + N_k\cos\omega t + P_k\sin 3\omega t + Q_k\cos 3\omega t = 0 \\ k = 1\,;\,2\,;\,3 \end{cases} \tag{11}$$

Anulînd coeficienţii M_k, N_k, P_k, Q_k se obţin următoarele 12 relaţii :

$$R_1 I_{11}\cos\varphi_{11} + X_1 I_{11}\sin\varphi_{11} + S_1 B_1\sin\psi_1 = 0 \tag{12}$$

$$-R_1 I_{11}\sin\varphi_{11} + X_1 I_{11}\cos\varphi_{11} + S_1 B_1\cos\psi_1 - \sqrt{2}\,U_1 = 0 \tag{13}$$

$$R_1 I_{13} \cos \varphi_{13} + 3X_1 I_{13} \sin \varphi_{13} + 3S_1 B_3 \sin \psi_3 = 0 \tag{14}$$

$$-R_1 I_{13} \sin \varphi_{13} + 3X_1 I_{13} \cos \varphi_{13} + 3S_1 B_3 \cos \psi_3 = 0 \tag{15}$$

$$R_2' I_{21} \cos \varphi_{21} + X_2' I_{21} \sin \varphi_{21} + S_2 B_1 \sin \psi_1 = 0 \tag{16}$$

$$-R_2' I_{21} \sin \varphi_{21} + X_2' I_{21} \cos \varphi_{21} + S_2 B_1 \cos \psi_1 = 0 \tag{17}$$

$$R_2' I_{23} \cos \varphi_{23} + X_2'' I_{23} \sin \varphi_{23} + 3S_2 B_3 \sin \psi_3 = 0 \tag{18}$$

$$-R_2' I_{23} \sin \varphi_{23} + X_2'' I_{23} \cos \varphi_{23} + 3S_2 B_3 \cos \psi_3 = 0 \tag{19}$$

$$w_1 I_{11} \cos \varphi_{11} + w_2 I_{21} \cos \varphi_{21} - l_{Fe} H_1 \cos \alpha_1 = 0 \tag{20}$$

$$w_1 I_{11} \sin \varphi_{11} + w_2 I_{21} \sin \varphi_{21} - l_{Fe} H_1 \sin \alpha_1 = 0 \tag{21}$$

$$w_1 I_{13} \cos \varphi_{13} + w_2 I_{23} \cos \varphi_{23} - l_{Fe} H_3 \cos \alpha_3 = 0 \tag{22}$$

$$w_1 I_{13} \sin \varphi_{13} + w_2 I_{23} \sin \varphi_{23} - l_{Fe} H_3 \sin \alpha_3 = 0 \tag{23}$$

Determinarea necunoscutelor $b(t)$, $h(t)$, $i_1(t)$ și $i_2(t)$ este echivalentă cu determinarea următoarelor 16 mărimi : B_1, B_3, ψ_1, ψ_3, H_1, H_3, α_1, α_3, I_{11}, I_{13}, I_{21}, I_{23}, φ_{11}, φ_{13}, φ_{21}, φ_{23}. Valorile acestor mărimi se află rezolvînd sistemul neliniar format de ecuațiile (12)—(23) completat cu ecuațiile (8). În ecuațiile (12)—(23) s-au făcut următoarele notații :

$$\begin{cases} X_1 = \omega L_{\sigma 12} \\ X_2' = \omega L_{\sigma 21} + \omega L_s - \dfrac{1}{\omega C_s} \\ X_2'' = 3\omega L_{\sigma 21} + 3\omega L_s - \dfrac{1}{3\omega C_s} \\ S_1 = w_1 \omega S_{Fe} \\ S_2 = w_2 \omega S_{Fe} \\ R_2' = R_2 + R_s \end{cases} \tag{24}$$

Cu ajutorul ecuațiilor (12)—(23), după efectuarea calculelor, se găsesc următoarele relații :

$$I_{11} = \sqrt{AB_1^2 + CB_1 + D},\ I_{13} = EB_3,\ I_{21} = FB_1,\ I_{23} = GB_3, \tag{25}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\psi_1 = \dfrac{R_2' + X_2' \operatorname{tg}\varphi_{21}}{-R_2' \operatorname{tg}\varphi_{21} + X_2'} \\ \operatorname{tg}\psi_3 = \dfrac{R_3 + 3X_1 \operatorname{tg}\varphi_{13}}{-R_1 \operatorname{tg}\varphi_{13} + 3X_1} \\ \operatorname{tg}(\varphi_{13} - \varphi_{32}) = \dfrac{3R_2'X_1 - R_1X_2''}{R_1R_2' + 3X_1X_2''} \end{cases} \tag{26}$$

$$\begin{cases} B_1 = \sqrt{\dfrac{l_{Fe}^2H_1^2 - w_1^2CB_1 - w_1^2D - 2w_1w_2FB_1\sqrt{AB_1^2+CB_1+D}\cdot\cos(\varphi_{11}-\varphi_{21})}{w_1^2A + w_2^2F^2}} \\ B_3 = \dfrac{l_{Fe}H_3}{\sqrt{w_1^2E^2 + w_2^2G^2 + 2w_1w_2EG\cos(\varphi_{13}-\varphi_{23})}} \end{cases} \tag{27}$$

În relaţiile de mai sus intervin următoarele constante :

$$\begin{cases} A = \dfrac{S_1^2}{R_1^2 + X_1^2}, \quad C = \dfrac{-2\sqrt{2}U_1S_1\cos\psi_1}{R_1^2 + X_1^2}, \quad D = \dfrac{2U_1^2}{R_1^2 + X_1^2} \\ E = \dfrac{3S_1}{\sqrt{R_1^2 + 9X_1^2}}, \quad F = \dfrac{S_2}{\sqrt{(R_2')^2 + (X_2')^2}}, \quad G = \dfrac{3S_2}{\sqrt{(R_2')^2 + (X_2'')^2}} \end{cases} \tag{28}$$

Determinarea celor 16 mărimi care intră în componenta necunoscutelor $b(t)$, $h(t)$, $i_1(t)$ şi $i_2(t)$ se face folosind următorul procedeu interativ :

1. Se consideră pentru început $\psi_1^{(0)} = 0$, $B_1^{(0)} = \sqrt{2}\,U_1/S_1$, $B_3^{(0)} = 0$ şi deci în acest caz rezultă $\sqrt{AB_1^2 + CB_1 + D} = 0$.

2. Cu ajutorul relaţiilor (27), în care nu mai apare factorul care conţine pe $\cos(\varphi_{11} - \varphi_{21})$, se deduc valorile corectate $B_1^{(1)}$ şi $B_3^{(1)}$ ale inducţiilor magnetice, după ce se determină cîmpurile magnetice $H_1^{(0)}$ şi $H_3^{(0)}$ cu relaţiile (8).

3. Cu ajutorul relaţiilor (25) se deduc valorile $I_{11}^{(1)}$, $I_{13}^{(1)}$, $I_{21}^{(1)}$, $I_{23}^{(1)}$ ale curenţilor. Folosind aceste valori şi relaţiile (8) şi (12) —(23) se determină unghiurile de defazaj $\varphi_{11}^{(1)}$, $\varphi_{13}^{(1)}$, $\varphi_{21}^{(1)}$, $\varphi_{23}^{(1)}$, $\psi_1^{(1)}$, $\psi_3^{(1)}$, $\alpha_1^{(1)}$ şi $\alpha_3^{(1)}$. De asemenea se calculează cîmpurile magnetice $H_1^{(1)}$ şi $H_3^{(1)}$.

4. Se calculează noile valori, mai exacte, $B_1^{(2)}$ şi $B_3^{(2)}$ al inducţiilor magnetice cu ajutorul relaţiilor (27) şi procesul se continuă.

Procesul iterativ descris mai sus este rapid convergent deoarece valorile iniţiale $B_1^{(0)}$ şi $B_3^{(0)}$, ale inducţiilor magnetice alese, nu diferă cu mult de valorile reale ale acestora.

3. Verificări experimentale

Verificările experimentale s-au efectuat pe un transformator electric de 6 kVA. Transformatorul este caracterizat de următoarele date cons-

tructive : $S_{Fe} = 0{,}00432\text{m}^2$; $l_{Fe} = 1{,}114\text{m}$; $R_1 = 0{,}085\Omega$; $R_2 = 0{,}020\ \Omega$; $\omega L_{\sigma 12} = 0{,}172\ \Omega$; $\omega L_{\sigma 21} = 0{,}035\ \Omega$; $w_1 = 220$ spire; $w_2 = 100$ spire. Caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic al transformatorului are expresia :

$$h = 5{,}38\,(e^{3{,}62\,b} - 1) \tag{29}$$

Tensiunea de alimentare a transformatorului are valoarea efectivă $U_1 = 220$ V și frecvența 50 Hz. Sarcina este caracterizată de valorile $R_s = 2{,}271\ \Omega$, $L_s = 0$, $C_s = \infty$.

Pentru calculul mărimilor $b(t)$, $h(t)$, $i_1(t)$ și $i_2(t)$ se aleg valorile inițiale $\psi_1^{(0)} = 0$; $B_1^{(0)} = 1{,}04256\ T$; $B_3^{(0)} = 0$. Se calculează cîmpurile magnetice inițiale $H_1^{(0)} = 85{,}93$ A/m și $H_3^{(0)} = 26{,}85$ A/m. Folosind relațiile (27) se deduc valorile corecte ale inducțiilor magnetice $B_1^{(1)} = 1{,}02528\ T$ și $B_3^{(1)} = 0{,}00008016\ T$. Cu ajutorul relațiilor (12)—(23). (25) și (26) se deduc mărimile $I_{11}^{(1)}$, $I_{13}^{(1)}$, $I_{21}^{(1)}$, $I_{23}^{(1)}$, $\varphi_{11}^{(1)}$, $\varphi_{13}^{(1)}$, $\varphi_{21}^{(1)}$, $\varphi_{23}^{(1)}$, $\psi_1^{(1)}$, $\psi_3^{(1)}$, $\alpha_1^{(1)}$, $\alpha_3^{(1)}$, așa încît după prima iterație rezultă pentru inducția magnetică, cîmpul magnetic și curenții electrici următoarele expresii instantanee, în regim permanent :

$$\begin{cases} b^{(1)}(t) = 1{,}02528 \sin(\omega t - 52') + 0{,}00008016 \sin(3\omega t - 189°) \\ h^{(1)}(t) = 86{,}08 \sin(\omega t - 1°10') + 26{,}91 \sin(3\omega t + 2°50') \\ i_1^{(1)}(t) = 27{,}11 \sin(\omega t + 87°17') + 0{,}1369 \sin(3\omega t + 15') \\ i_2^{(1)}(t) = 61{,}186 \sin(\omega t - 91°44') + 0{,}0143 \sin(3\omega t + 78°12'). \end{cases} \tag{30}$$

Soluțiile (30), obținute după prima iterație verifică sistemul de ecuații (12)—(23) completat cu (8) în limitele unor erori de maximum 1%, cu excepția ecuațiilor (21) și (22) care se verifică cu o eroare de 2,48%, respectiv 1,66%. Eroarea cu care se verifică o ecuație oarecare s-a calculat în raport cu termenul cu valoarea absolută cea mai mare din aceea ecuație.

Tabela 1

$I_1[A]$ — valoare efectivă			$I_2[A]$ — valoare efectivă		
calculat	măsurat	eroare %	calculat	măsurat	eroare %
19,1699	18,8	1,928	43,2651	41,1	5,255

Valorile efective ale curenților i_1 și i_2 măsurate și calculate, precum și erorile care se fac, sînt prezente în tabelă. Se constată că erorile obținute sînt acceptabile.

Concluzii

Calculul analitic al transformatorului electric în regim permanent se poate face impunînd inducţia magnetică din miezul acestuia de forma (5) şi curenţii electrici din înfăşurări de forma (10).

Procedeul iterativ descris pentru rezolvarea aproximativă a sistemului (12)—(23) completat cu ecuaţiile (8) este puternic convergent.

Cu ajutorul metodei prezentate se pot calcula caracteristicile de funcţionare ale transformatorului electric, luînd în consideraţie armonica de ordinul trei atît în expresiile inducţiei magnetice şi cîmpului magnetic, cît şi în expresiile curenţilor electrici care parcurg înfăşurările transformatorului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ghita, C.*, Electrotehnica, 21, Nr. 2, 1973, p. 56.
2. *Ghita, C.*, Electrotehnica, 22, Nr. 9—10, 1974, p. 303.
3. *Philippow*, E., Nichtlineare Elektrotechnik, Leipzig, 1963.
4. *Bala, C.*, Maşini Electrice, Litografia I.P.B., 1971.
5. *Fransua, Al.*, Maşini şi acţionări electrice, Bucureşti, Ed. did. şi ped. 1967.
6. *Nedelcu*, V. N., Maşini electrice, Ed. did. şi ped., Bucureşti, 1968.
7. *Bessonov, L. A.*, Nelineinîe elektriceskie tepi, Vîsşaia şcola, Moscova, 1964.

Le transformateur élécrique dans le regim permanent nonsinusoidale

Dans l'article est presenté le calcul dans le regim permanent d'un transformateur éléctrique en considerant la characteristique magnetique du noyeau nonlineare

L'induction magnetique et le champ magnetique du noyeau et les courrents éléctriques par les deux enroulements du transformateur on supose nonsinusoidale, en considerent près de l'harmonique fundamentale et l'harmoniquede troisieme ordre. Les resultats obtenus dans l'article sont bien verifiés experimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C. Z.: 538.3/. 5: 517. 948. 32

METODE DE DISCRETIZARE A ECUAŢIILOR DE CIRCUIT CU PARAMETRII TRANZITORII

CHRISTIANA POPEEA*

În această lucrare se propun unele proceduri de rezolvare a ecuaţiilor integrale ale elementelor de circuit nefiliforme prin metode de discretizare directe şi iterative. Rezultatele numerice prezentate confirmă eficienţa procedurilor propuse.

Complexitatea problemelor de analiză şi sinteză a circuitelor electrice nefiliforme a făcut necesară elaborarea unei metodologii unitare şi generale de scriere a ecuaţiilor de funcţionare la borne a acestor circuite luînd totodată în consideraţie efectele de cîmp intern. S-a conturat astfel teoria elementelor de circuit cu parametrii tranzitorii elaborată şi dezvoltată în (1)—(5).

În această lucrare se abordează problematica rezolvării numerice a ecuaţiilor de circuit cu parametrii tranzitorii prin metode de discretizare

1. Analiza circuitelor prin metoda parametrilor tranzitorii

Considerăm un element de circuit dipolar nefiliform cu efecte de relaxaţie, caracterizat prin valori iniţiale nule ale cîmpului electric şi magnetic Presupunem că în regim cuasistaţionar interacţiunea lui cu mediul exterior poate fi caracterizată exclusiv cu ajutorul curentului $i(t)$ adus la borna de intrare şi al potenţialului $v(t)$ al acesteia faţă de borna de referinţă [1]. Prin rezolvarea problemei de cîmp asociate obţinem :

$$V(s) = Z(s)\, I(s) \tag{1}$$

în care prin definiţie $Z(s)$ este impedanţa operaţională (de intrare) a elementului de circuit considerat.

În cazul unui element de tip inductiv impedanţa $Z(s)$ este de forma :

$$Z(s) = s\, l(0_+) + sR(s) \tag{2}$$

Manuscris predat redacţiei la data de 8 decembrie 1977
* Asistent ing. la Catedra de electrotehnică

în care

$$l(o_+) = \lim_{s\to\infty} \frac{Z(s)}{s} > 0 \tag{3}$$

este inductivitatea inițială, iar

$$R(s) = \frac{Z(s)}{s} - l(o_+) \tag{4}$$

este rezistența (tranzitorie) operațională (de intrare). Ecuația (1) a elementului de circuit devine :

$$V(s) = [sl\,(o_+) + sR(s)]\, I(s) \tag{5}$$

sau, în domeniul timp :

$$v(t) = l(o_+)\frac{di}{dt} + \frac{d}{dt}\int_0^t r(t-\tau)i(\tau)\,d\tau, \quad i(o) = 0 \tag{6}$$

în care $r(t) = \mathfrak{L}^{-1}(R(s))$ este rezistența tranzitorie.

Dacă presupunem că elementul de circuit este excitat de un potențial treaptă, adică $v(s) = 1/s$, respectiv $v(t) = 1(t)$, atunci ecuațiile (5) și (6) devin :

$$\frac{1}{s^2} = l(o_+)\,G(s) + R(s)\,G(s) \tag{7}$$

și respectiv :

$$t = l(o_+)\,g(t) + \int_0^t r(t-\tau)\,g(\tau)\,d\tau \tag{8}$$

unde $G(s) = I(s)(V(s) = 1/s)$ iar $g(t) = \mathfrak{L}^{-1}(G(s))$ este conductanța tranzitorie.

Pentru un element de circuit disipativ există limitele

$$r(\infty) = \lim_{s\to 0} Z(s) > 0 \text{ și } g(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{Z(s)} > 0, \text{ iar}$$

$r(\infty)\,g(\infty) = 1$.

Definim timpul intrinsec :

$$\tau = \mu\,\tau a^2 \tag{9}$$

al fenomenelor tranzitorii de difuzie sau de relaxare a cîmpului electromagnetic din interiorul elementului nefiliform [2] și considerăm evoluția aces-

tuia în raport cu timpul normat t^* definit prin

$$t = \tau t^* \tag{10}$$

În acest scop vom introduce parametrul adimensional :

$$\frac{m}{n} = q = \frac{\tau\, r(\infty)}{l(o_+)} > 0 \tag{11}$$

și vom defini parametrii tranzitorii normați :

$$r^*(t^*) = \frac{r(\tau t^*)}{r(\infty)}, \quad g^*(t^*) = \frac{g(\tau t^*)}{g(\infty)} \tag{12}$$

Cu notațiile $y^*(t^*) = r(\infty) i(\tau t^*)$ și $v^*(t^*) = v(\tau t^*)$, relația (6) devine :

$$v^*(t^*) = \frac{1}{2}\frac{dv^*(t^*)}{dt^*} + \frac{d}{dt^*}\int_0^{t^*} r^*(t^* - \tau)\, y^*(\tau)\, d\tau, \quad y^*(0) = 0 \tag{6'}$$

În cele ce urmează vom utiliza numai forma normată (6') a ecuației (6) fără a mai marca acest lucru prin asteriscul de normare. Vom scrie deci :

$$v(t) = \frac{1}{q}\frac{dy}{dt} + \frac{d}{dt}\int_0^t r(t - \tau)\, y(\tau)\, d\tau \tag{6''}$$

Multiplicînd cu q și integrînd ambii membri ai relației (6'') obținem :

$$w(t) = y(t) + q\int_0^t r(t - \tau)\, y(\tau)\, d\tau \tag{13}$$

în care am notat

$$w(t) = q\int_0^t v(t)\, dt \tag{14}$$

Problema de analiză a comportării elementului de circuit considerat necesită determinarea curentului $y(t)$ corespunzător unei anumite tensiuni $v(t)$, $t \in [0, T]$ ceea ce în ultimă instanță se reduce la rezolvarea ecuației integrale Volterra (13).

2. Metode directe de rezolvare a ecuațiilor cu parametrii tranzitorii

Pentru rezolvarea ecuației (13) vom utiliza metodele directe și iterative bazate pe aproximarea integralei din (13) printr-o sumă finită în scopul determinării valorilor numerice ale soluției la momente discrete

de timp. Vom prezenta în primul rînd unele procedee simple de aproximare a nucleului ecuației integrale (13) printr-o expresie analitică elementară.

În cazul considerat rezistența tranzitorie (normată) $r(t)$ se exprimă printr-o serie infinită de funcții exponențiale de forma :

$$r(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \rho_i \, e^{-\alpha_i t}, \quad \rho_0 = 1, \quad \alpha_0 = 0 \tag{15}$$

În calculele de mai jos vom considera expresii aproximative de forma :

$$r(t) \approx \sum_{i=0}^{N} r_i \, e^{-a_i t} = r_N(t) \tag{16}$$

în care N este fixat din considerente de precizie, iar :

a) în cazul aproximării prin trunchiere directă se consideră

$$r_i = \rho_i, \; a_i = \alpha_i, \quad i = 0, 1, \ldots N \tag{17}$$

b) în cazul aproximării prin trunchiere cu corecție se cere conservarea cantităților :

$$\int_0^{\infty} [r(t) - 1] \mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\rho_i}{\alpha_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{r_i}{a_i} = \frac{1}{m} \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\rho_i}{\alpha_i^2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{r_i}{a_i^2} = \frac{1}{m'} \tag{19}$$

unde m și m' sînt constante caracteristice elementului de circuit considerat

În acest scop se consideră :

$$r_i = \rho_i, \; a_i = \alpha_i, \quad i = 0, 1, \ldots N - 1 \tag{20}$$

iar r_N, a_N se determină din (18) și (19).

Vom considera de asemenea expresii aproximative de forma generală :

$$r(t) \approx A\,\delta(t) + \sum_{i=0}^{N} r_i \, e^{-a_i t} = A\,\delta(t) + r_N(t) \tag{16'}$$

care ține cont de faptul că $\rho(t) \to \infty$ cînd $t \to 0$. În acest scop vom adopta condițiile (17) și vom determina parametrul A din condiția (18) adică :

$$A = \frac{1}{m} - \sum_{i=1}^{N} \frac{\rho_i}{\alpha_i} \tag{16''}$$

Ecuația (13) în care nucleul este de forma (16') este evident de forma (13) în care

$$\mathrm{qr}(t) \to \frac{q}{1 + Aq} r_N(t)$$

Esența metodelor de discretizare a ecuației integrale (13) constă în următoarele: se fixează o diviziune $\Delta = \{0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_L = T\}$ a intervalului $[0, T]$. Pentru simplitate vom considera cazul diviziunii uniforme $t_{k+1} - t_k = h$, $k = 0, 1, \ldots L-1$, $T = Lh$. Adoptînd o schemă numerică de integrare numerică de forma:

$$\int_0^{t_l} f(s)\,ds = \sum_{k=0}^{l} c_{lk} F, \quad F_k = f(t_k), \quad l = 1, \ldots L \tag{21}$$

ntegrala din ecuația (13) devine

$$\int_0^t p(t - \tau) y(\tau)\,d\tau = \sum_{k=1}^{l} c_{lk} P_{-k} Y_k, \quad l = 1, \ldots L$$

unde

$$Y_k = y(t_k) = y(kh)$$

$$P_{l-k} = p(t_l - t_k) = p((l - k)h) = p(t_{l-k})$$

Notăm:

$$W_l = w(t_l) = q \int_0^{t_l} v(s)\,ds \qquad 1 = 0, 1, \ldots L$$

Pentru $t = 0$ din (13) rezultă:

$$Y_0 = W_0 \tag{22}$$

iar pentru $t = l\,h$

$$Y_l + \sum_{k=0}^{l} c_{lk} P_{lk} Y_k = W_l, \qquad l = 1, \ldots L \tag{23}$$

Ținînd seama de (22), forma discretă (23) a ecuației Volterra constituie un sistem triunghiular de L ecuații cu L necunoscute

$$Y_l = y(t_l), \quad l = 1, \ldots L \text{ adică:}$$

$$\begin{cases} Y_1 + C_{11}P_0Y_1 + C_{10}P_1Y_0 = W_1 \\ Y_2 + c_{22}P_0Y_2 + c_{21}P_1Y_1 + c_{20}P_2Y_0 = W_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_L + c_{LL}P_0Y_L + c_{L,L-1}P_1Y_{L-1} + \cdots + c_{L1}P_{L-1}Y_1 + c_{L0}P_LY_0 = W_L \end{cases} \tag{24}$$

Dacă $W_0 \neq 0$ şi $c_{ll}P_0 \neq -1$, $l = 1, L$ atunci soluţia lui (24) este :

$$Y_l = \frac{W_l - \sum_{k=0}^{l-1} c_{l\,k} P_{l-k}\, Y_k}{1 + c_{ll}\, P_0}, \quad l = 1, L, \; Y_0 = W_0 \tag{25}$$

Dacă $v(t) = 1(t)$, $W_l = qt_l = qlh$, $l = 1, \ldots L$, atunci (32) devine :

$$Y_l = \frac{qh}{1 + qc_{ll}\, R_0}\left(l - \sum_{k-1}^{l-1} \frac{c_{lk}}{h} R_{l-k}\, Y_k\right), \quad l = 1, 2, \ldots L \tag{26}$$

În funcţie de tipul metodei de integrare numerică, coeficienţii c_{lk}, $k = 0, 1, \ldots l$, $l = 0, 1, \ldots L$ au expresiile :

1. formula dreptunghiurilor :

$$c_{lk} = h \text{ pentru } k = 0, 1. \ldots l - 1 \text{ şi } c_{ll} = 0, l = 0, 1, \ldots L$$

sau

$$c_{lk} = h \text{ pentru } k = 1, 2, \ldots l \text{ şi } c_{l0} = 0, 1, \ldots L$$

2°. formula trapezelor :

$$c_{l0} = c_{ll} = \frac{h}{2} \text{ şi } c_{lk} = h \text{ pentru } k = 1, 2, \ldots l - 1, 1 = 0, 1, \ldots L$$

Să considerăm metoda trapezelor pentru calculul soluţiei ecuaţie, (13) la intrare treaptă ; conform (26) :

$$Y_l = \frac{qh}{1 + q\frac{h}{2} R_0}\left(l - \sum_{k-1}^{l-1} R_{l-k}\, Y_k\right), \quad l = 1.\, 2, \ldots L$$

sau ţinînd seama că $Y_0 = 0$:

$$\begin{cases} Y_i = \dfrac{qh}{1 + q\dfrac{h}{2} R_0} \\ \\ Y_l = \left(l - \displaystyle\sum_{k=1}^{l-1} R_{l-k}\, Y_k\right) \quad Y_1, l = 1, 2, \ldots L \end{cases} \tag{26}'$$

În acest caz utilizînd formulele asimptotice pentru parametrii tranzitorii [1], [2] obţinem o evaluare utilă a pasului de discretizare. Pentru t mici

avem :

$$y(t) = qt + \ldots, \quad Y_1^* = qh$$

în care Y_i^* reprezintă termenul principal al formulei asimptotice și tot odată valoarea considerată exactă pentru $t = h$ suficient de mic. Eroarea relativă comisă prun utilizarea lui (26′) este :

$$= \frac{Y_1^* - Y_1}{Y_1^*} = 1 - \frac{1}{1 + q\frac{h}{2}R_0} = \frac{S}{1+S}$$

deci pentru o eroare admisibilă $\varepsilon^* \ll 1$ este necesar ca :

$$S = q\frac{h}{2}R_0 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \approx \varepsilon \ll \varepsilon^*$$

și deci

$$h \leqslant \frac{2\varepsilon^*}{q\,R_0} \tag{27}$$

Valorile lui h se aleg în funcție de eroarea relativă și în funcție de diversele valori ale lui qR_0. Produsul qR_0 are valori mari pentru că teoretic $R_0 = r(0) \to \infty$, iar practic $R_0 = r_N(0)$ are o valoare cu atît mai mare cu cît ordinul N al aproximației finit dimensionale este mai mare. Pe de altă parte, în cazul elementelor de circuit cu caracter nefiliform și efect de relaxație pronunțate q are valori mari (de ordinul 10^2).

Întrucît intervalul $[0, T]$, fixat din considerente practice, este relativ mare iar h este mic, rezultă că numărul de pași $L = \frac{T}{h}$ este mare. În consecință precizia globală a acestor metode este relativ scăzută. De asemenea, o caracteristică generală a metodelor de discretizare constă în necesitatea memorării tuturor valorilor soluției deja determinate.

Pentru a reduce numărul de pași și deci pentru a memora mai puține valori ale soluției se poate folosi o metodă modificată bazată tot pe utilizarea formulelor dreptunghiurilor, trapezelor sau Newton-Gregory cu pas constant pe porțiuni. Se alege inițial un pas h conform cu (27) și se determină valorile $Y_l = y(lh)$, $l = 1, 2, \ldots L$ conform cu (26′).

Se consideră apoi $h' = L'h$ și vom avea $y(h') = y(L'h) = Y'_L$. Vom nota $Y_{L'} = Y'_1$ și utilizînd (26′) vom determina $Y'_l = y(lh')$ pentru $l = 2, \ldots L''$. În continuare procedăm analog considerînd pasul $h'' = L''h'$ pentru care $y(h'') = y(L''h') = Y'_{L''}$ și luînd $Y'_{L''} = Y''_1$ etc. Acest proces de creștere pe porțiuni a pasului se continuă pînă la o valoare considerată convenabilă din punct de vedere al comodității calculului. De exemplu, dacă $h = 10^{-5}$ și $T = 1$ atunci prin metoda trapezelor (cu pas constant) ar trebui să luăm $L = 10^5$, deci ar trebui memorate 10^5 valori pentru Y_l, $l = 1, 2, \ldots L$. Dacă folosim metoda modificată, considerînd

$L' = L'' = L''' = 10$, obținem pașii $h = 10^{-5}$, $h' = 10^{-4}$, $h'' = 10^{-3}$ și deci trebuie memorate munci $10 + 100 + 1000 \approx 10^3$ valori. Aplicarea acestei metode modificate este cu atît mai utilă cu cît comportarea nucleului în vecinătatea originii este mai neregulată.

3. Metode iterative de rezolvare a ecuațiilor cu parametrii tranzitorii

Considerăm sistemul liniar (23) scris sub forma :

$$\begin{cases} Y_1 = W_1 - (c_{10}P_1Y_0 - c_{11}P_0Y_1) \\ Y_2 = W_2 - (c_{20}P_2Y_0 + c_{21}P_1Y_1 + c_{22}P_0Y_{22}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_L = W_L - (c_{L0}P_FY_0 + c_{L1}P_{L-1}Y_1 + \ldots + c_{L,L-1}P_1Y_{L-1} + c_{LL}P_0Y)_L \end{cases} \tag{28}$$

Presupunem că sînt îndeplinite una din următoatele condiții :

$$\sum_{k=1}^{l} c_{lk}\, P_{l-k} < 1 \quad l = 1, 2, \ldots L \tag{29}$$

sau

$$\sum_{l=k}^{L} c_{lk}\, P_{l-k} < 1 \qquad k = 1, 2, \ldots L \tag{30}$$

În acest caz conform [6]—[8], soluția sistemului (28) poate fi obți, nută iterativ, pornind de la o primă aproximație dată $Y_k^{(0)}$, $k = 1, \ldots L$ ca limită a șirului $Y_k^{(j)}$, $k = 1, \ldots L$ cînd $j \to \infty$ în care :

$$\begin{cases} Y_1^{(j+1)} = W_1 - ((c_{10}P_1Y_0 + c_{11}P_0Y_1^{(j)}) \\ Y_2^{(j+1)} = W_2 - (C_{20}P_2Y_0 + C_{21}Y_1Y_1 + C_{22}P_0Y_2^{(j)}) \\ Y_L^{(j+1)} = W_L - (C_{L0}P_LY_0 + C_{L1}P_{L-1}Y_1^{(j)} \ldots + C_{L,L-1}P_1Y_{L-1}^{(j)} + C_{LL}P_0Y_L^{(j)}) \end{cases} \tag{31}$$

sau (metoda Gauss-Siedel) :

$$\begin{cases} Y_1^{(j+1)} = W_1 - (C_{10}P_1Y_0 + C_{11}P_0Y_1^{(j)}) \\ Y_2^{(j+1)} = W_2 - (C_{20}P_2Y_0 + C_{21}P_1Y_1^{(j+1)} + C_{22}P_0Y_2^{(j)}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_L^{(j+1)} = W_L - (C_{L0}I_LY_0 + C_{L1}P_{L-1}Y_1^{(j+1)} + \ldots + C_{L,L-1}P_1Y_{L-1}^{(j+1)} + C_{LL}P_0Y_L^{(j)}) \end{cases} \tag{32}$$

Față de metodele directe analizate, metodele iterative au marele avantaj de a fi autocorectoare ceea ce face ca sensibilitatea lor la alege-

rea pasului de discretizare să fie mai redusă. Criteriul de oprire al iterațiilor poate fi de forma :

$$\left(\sum_{k=1}^{L} \| Y_k^{(j+1)} - Y_k^{(j)} \|^p\right)^{1/p} < \varepsilon \tag{33}$$

sau

$$\left(\frac{\sum_{k=1}^{L} \| Y_k^{(j+1)} - Y_k^{(j)} \|^p}{\sum_{k=1}^{L} \| Y_k^{(j)} \|^p}\right)^{1/p} \leqslant \varepsilon^* \tag{34}$$

și furnizează o confirmare indirectă a corectitudinii rezultatului pe întreg intervalul $[0, T]$.

4. Rezultatele numerice și concluzii

În tabelul 1 sînt prezentate comparativ rezultatele numerice obținute în cazul $m = 2$; $n = 2{,}56$ prin metodele directă (variantă 2°) și iterativă pe intervalele $[0, 0.1]$ și $0.1, 1]$ respectiv.

Metoda trapezelor (directă bazată pe ecuațiile (26′) varianta 2°) se dovedește pentru intervale $[0, t]$ mici și pas mic cea mai precisă, în special în varianta (16′). Dacă pentru accelerarea procedurii pasul se alege mai mare pînă la de 4 ori față de marginea superioară (27) atunci soluția obținută este sistematic mai mică decît soluția exactă, dar cu abateri mai mici de 1%. Se constată de asemenea, că numărul N de termeni considerați în expresia trunchiată a nucleului nu este critic pentru obținerea unei precizii satisfăcătoare, abaterile pentru $N = 6$ și $N = 16$ fiind de ordinul 2%. Pe intervale mai mari se dovedește mai avantajoasă metoda trapezelor modificată sau metoda iterațiilor.

Tabelul 1

t	$g(t)$ (exact)	(16), (26′) $N = 6$ $h = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$	(16′), (26′) $N = 6$ $h = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$	(16), (26′) $N = 16$ $h = 10^{-3}$	(16), (32) $N = 6$	(16′), (32) $N = 6$
0,01	0,007462	0,007285	0,007342	0,007178	0,0071349	0,0072603
0,02	0,014361	0,014223	0,014339	0,014015	0,0145328	0,014199
0,04	0,027714	0,027477	0,027700	0,027081	0,0280809	0,027458
0,06	0,04036	0,040123	0,0040443	0,039558	0,040995	0,040111
0,08	0,052660	0,052704	0,52704	0,051574	0,053415	0,052289
0,1	0,064464	0,64564	0,064564	0,063205	0,654223	0,064073
0,2	0,11922354	0,118499	0,119339	0,117016	0,1208	0,1185
0,4	0,214205	0,212933	0,214281	0,210552	0,2166	0,213
0,6	0,296805	0,295144	0,296857	0,292113	0,2999	0,2952
0,8	0,370224	0,368275	0,370258	0,364764	0,3737	0,3684
1	0,435862	0,433703	0,435881	0,429849	0,4397	0,4338

Metoda iteraţiilor (vezi (31) şi (32)) conduce la valori apropiate pînă la 10^{-6}, dar varianta (32) este mai rapidă (numărul de iteraţii este mai redus). De asemenea soluţiile obţinute pentru diversele aproximaţii iniţiale considerate practic coincid, dar pentru aproximaţia $y^{(0)}(t) = 1 - e^{-\frac{m}{m+1}t}$ numărul de iteraţii este mai mic. În sfîrşit pentru aceeaşi variantă şi aceeaşi aproximaţie iniţială se constată că este preferabilă metoda (16′) atît din punct de vedere al numărului de iteraţii cît şi al apropierii faţă de soluţia exactă.

În concluzie pentru determinarea numerică a soluţiei ecuaţiei integrale (13) ce caracterizează un element de circuit nefiliform tratat prin metoda parametrilor tranzitorii se recomandă fie metodele directe cu pas variabil pe porţiuni, fie metodele iterative, în special cea de tip Gauss-Seidel. Timpul de calcul şi necesităţile de memorie cresc aproximativ proporţional cu numărul de paşi de discretizare astfel încît acest tip de metode de calcul se recomandă pentru determinarea soluţiei pe intervale relătiv mici (în valori normate, $t \leqslant 1$). Deşi evaluarea pasului de discretizare optim este dificilă datorită faptului că în general nucleul ecuaţiei (13) nu este continuu pe compactul $[0, T]$, $T > 0$, se poate aprecia că criteriul (27), bazat pe limitarea abaterii iniţiale relative faţă de soluţia asimptotică (presupusă cunoscută) este satisfăcător în majoritatea aplicaţiilor. A fost de asemenea, confirmată validitatea aproximaţiei de tip (16′) a nucleului ecuaţiei (13). În sfîrşit, se poate de asemenea, aprecia că datorită efectelor cumulative ale erorilor de rotunjire (cu atît mai sensibile cu cît numărul paşilor de discretizare este mai mare), utilizarea formulelor de integrare Newton-Cotes nu este în general justificată.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Răduleţ, A. Timotin, A. Tugulea.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 16, Nr. 4, 1966.
2. *A. Timotin,* Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotehn. Energ., Vol. 14, Nr. 4, 1969.
3. *A. Timotin, A. Tugulea,* St. Cerc. Energ. Electrotehn., Vol. 19i Nr. 4, 1969.
4. *A. Timotin,* St. Cerc. Energ. Electrotehn ; Vol. 21, Nr. 2, 1971.
5. *C. Micanu,* Rev. Roum. Sci. Tech.—Electrotehn. Energg., vol. 16, Nr. 3, 1971.
6. *R. W. Hamming,* Numerical Method for Scientists and Engineers. Mc. Graw Hill, N. Y., 1962.
7. *B. P. Demidovici, A. I. Maron, E. Z. Suvalova,* Cislennie metodî analiza. Nauka, Moskva, 1967.
9. *P. Pouet.* Rev. franc. traitem. inform. Vol. 6, No. 2, 1963.
10. *V. S. Drovoziuk, N. I. Liaşcenco,* O cislennom reşenii integral'nîh uravnenii tipa Volterra s povîşennoi tocinostiu. Vîcislitel'naia i prikladnaiamatematika. Izd. Kiev. Univ

Numerical Methods for Solving Circuit Equations with Transient Parameters

This paper presents numerical procedures for solving the linear integral cquations of the Volterra type which caracterize dipolar inductive circuits witch relaxation effects and eddy current loses. Numerical results obtained by applying the proposed methods are presented.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

ELECTRONICĂ

C. Z.: 621. 396. 11

RECIPROCITY AND CONSERVATION THEOREMS FOR FIELDS WITH GENERAL TIME DEPENDENCE

EDMOND NICOLAU*

The aim of this paper is to continue the work done in some previous works, in connection with some reciprocity relations, established by the author and concerning fields with general time variation. These reciprocity relations present the properery to turn in conservation relations when the two field distribution are made identical one to another. As an application is studied the small movements of a perfect gas.

1. Reciproctiy theorems are quite old: we can say that event Newton established a theorem of this kind, writting

$$f'm''a'' - f''m'a' = 0.$$

The reciprocity theorem for optics was first derived by Helmholtz in 1866. For lectromagnetic phenomena, a reciprocity theorem was etablished by Maxwell as early as 1873. For electromagnetic fields with simple harmonic time dependence, the reciprocity theorem was first derived by Lorentz in 1895.

Starting from the papers of Gr. C. Moisil, we have established some reciprocity theorems for the electromagnetic field (Nicolau 1952 and 1954 *a*). The same method was applied to the acoustic field (Nicolau 1953). We was able also to proof that the method was quite general.

The reciprocity theorems we etabished have all the same property: if we take the distributions identical, i.e. $u' = u'' = u$, then the reciprocity theorems we etablished fall all in one of the two categories. In one category, the reciprocity theorem transforms itself in a conservation theorem; in the other one, the reciprocity theorem transforms in an identity.

The former is the most important category. We was able to demonstrate that this was a property of self-adjoint differential operators (Nicolau, 1954 *b*).

For the electromagnetic field, we have etsablished reciprocity theorems which conduct us to conservation relations for energy and momentum. For the acoustic field we have established such a theorem for energy. We shall now established the theorem for momentum.

Manuscript received 14 th Decembre 1977. Radiocommunication Dept.
* Prof. dr. eng. Department of Radio.

2. Let us consider a perfect gas. The Euler equation can be written

$$\mathbf{F}_0 = \delta\mathbf{v}/\delta t + (1/2)\,\nabla\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}\times\nabla\times\mathbf{v} + (1/\rho)\,\nabla P$$

where we considered the unity of mass : $\mathbf{F}_0$ is the force, P — the pressure and $\mathbf{v}$ the velocity.

The continuity relation is

$$\delta\rho/\partial t + \rho\nabla\,\mathbf{v} + \mathbf{v}\,\nabla\rho = 0.$$

ρ being the density.

If the movement is irrotational

$$\nabla\times\mathbf{v} = 0$$

and the amplitudes being small $\nabla\mathbf{v}^2$ and $\mathbf{v}\cdot\nabla\,\rho$ can be neglected The free evolution of the fluid can be described by the set

$$\partial\mathbf{v}/\partial t + (1/\rho)\,\nabla P = 0,$$

$$\partial\rho/\partial t + \rho\nabla\cdot\mathbf{v} = 0.$$

For adiabatic evolutions we have

$$P/P_0 = (\rho/\rho_0)^\gamma$$

P_0 and ρ_0 corresponding to the absence of th perturbation. With

$$p = P - P_0$$

we have

$$\partial\mathbf{v}/\partial t + (1/\rho_0)\,\nabla p = 0 \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} + (1/\gamma P_0)\,\partial p/\partial t = 0. \tag{2}$$

The reciprocity relation we have established in 1953 is

$$\int dt \int_\Sigma \left[\mathbf{v}'\frac{p''}{\rho_0} + \frac{p'}{\rho_0}\mathbf{v}''\right] n\,da + \int_V (\mathbf{v}'\cdot v'' + a p'\,p'')dv = 0$$

$$(a = 1/\rho_0 P_0)$$

$$\Sigma = \partial V$$

or in local form

$$\nabla[\mathbf{v}'p''/\rho_0 + (p'/\rho_0)\,\mathbf{v}''] + (\partial/\partial t)\,(\mathbf{v}'\cdot\mathbf{v}'' + a\,p'\,p'') = 0.$$

If we take $\mathbf{v}' = \mathbf{v}''$ and $p' = p''$ the reciprocity theorem becomes a conseration theorem, more exactly the Umov energy conservation theorem.

3. The system (1)&(2) can be written in the form

$$D\mathbf{v} + a\nabla p = 0 \tag{3}$$

$$\nabla \mathbf{v} + bDp = = 0 \tag{4}$$

$$a = 1/\rho_0, \quad b = 1/\gamma P_0, \quad D = \partial/\partial t.$$

For one distribution we have

$$D\mathbf{v}' + a \nabla p' = 0 \tag{5}$$

$$\nabla \mathbf{v}' + bDp' = 0 \tag{6}$$

and for the second one

$$D\mathbf{v}'' + a\nabla p'' = 0 \tag{7}$$

$$\nabla \mathbf{v}'' + b\, Dp'' = 0. \tag{8}$$

Let us also remember the identity

$$\nabla(\mathbf{ab}) = (\mathbf{a}\nabla)\,\mathbf{b} + (\mathbf{b}\nabla)\,\mathbf{a} + \mathbf{a}\times(\nabla\times\mathbf{b}) + \mathbf{b}(\times\nabla\times\mathbf{a})$$

If $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$ are $\mathbf{v}'$ and $\mathbf{v}''$, and $\nabla \times \mathbf{v} = 0$, then we have

$$\nabla(\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}'') = (\mathbf{v}' \nabla)\,\mathbf{v}'' + (\mathbf{v}'' \nabla)\,\mathbf{v}'.$$

Multiplying (5) by p'', (6) by $\mathbf{v}''$, (7) by p' and (8) by $\mathbf{v}'$, we get by simple addition

$$D(p'\mathbf{v}'' + p''\mathbf{v}') + \nabla(ap'p'') + (\mathbf{v}'(\nabla\mathbf{v}'') + \mathbf{v}''(\nabla\mathbf{v}'))/b = 0.$$

We can introduce a tensor $^2\mathbf{N}$:

$$\mathbf{v}'(\nabla\mathbf{v}'') + \mathbf{v}''(\nabla\mathbf{v}') + (\mathbf{v}'\nabla)\,\mathbf{v}'' + (\mathbf{v}''\nabla)\mathbf{v}' = -\operatorname{div}{}^2\mathbf{N}_r.$$

Therefore, we write

$$bD(p'\mathbf{v}'' + p''\mathbf{v}') + \nabla(bap'p'') - \nabla(\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}'') = \operatorname{div}{}^2\mathbf{N}_n.$$

For a single distribution $p' = p''$, $\mathbf{v}' = \mathbf{v}''$, we get a conservation theorem :

$$D(\boldsymbol{p}\mathbf{v}) + \nabla(abp^2/2) - \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})/2) = \operatorname{div}{}^2\mathbf{N}.$$

For a phisical interpretation, we suggest to compare with a analog theorem established for electromagnetic phenomena (Nicolau, 1960, p. 112 sq.).

4. For the electromagnetic field we have established a general reciprocity relation (Nicolau, 1975). Another one can be given for the momentum (Nicolau 1960).

We call „maxwellian" the operators $\mathfrak{M}$ able to transform a set of electromagnetic quantities, in another set of quantities, both of them verifying the Maxwell equation. The operators $\mathfrak{M}$ enable us to give more general expresion to our reciprocity theorems (Nicolau, 1975).

5. The reciprocity and conservation theorems has proved to be important analytical tools in various problems. We stress that pour reciprocity and conservation theorems are valid for general time dependence.

It is known that in principle, any problem with arbitrary time dependence can be solved in terms of a solution with harmonic time dependence through the use of Fourier transforms. This method has some limitations, because in some cases one can obtain only an approximate solution for harmonic time dependence, valid over a finite frequency band, or the excitation has not a Fourier transform. The reciprocity relations in the time domain are more reliable.

6. For the fields we investigated, we were able to establish two conservation and reciprocity theorems : for energy and for the momentum. It seems that we can formulate a conjecture : for every kind of field, we must formulate two conservation theorems : one for the energy and the other for the momentum.

The second conjecture is : every conservation theorem gas an equivalent reciprocity theorem.

REFERENCES

Gr. C. Moisil, Matricele asociate sistemelor de ecuații cu derivate parțiale. Editura Academiei R.P.R. 1950.
Edm. Nicolau, 1952, Buletin Științific, Secț. șt. mat. fiz., IV, 4, 739.
Edm. Nicolau, 1953, Comunicările Academiei R.P.R., III, 3—4, 121.
Edm. Nicolau, 1954, Studii și Cercetări de Fizică, V, 1—2, 95.
Edm. Nicolau, 1954 b, Secț. șt. mat. fiz. VI, 4, 903.
Edm. Nicolau, 1975, Rev. Roum. Sci. Techn — Electrotechn. et Energ., 20, 1, 13.
Edm. Nicolau, 1960, Propagarea undelor electromagnetice, Editura Academiei R.P.R.

Relații de reciprocitate și de conservare pentru cîmpuri cu variație arbitrară în timp

Această lucrare continuă lucrările precedente ale autorului, citate în bibliografie, prin care se arată posibilitatea ca să se stabilească relații de reciprocitate, pentru cîmpuri cu variație arbitrară în timp. Aceste relații de reciprocitate au proprietatea că devin relații de conservare, pentru cîmpul respectiv, dacă se fac identice cele două distribuții de cîmp care intervin în relațiile de reciprocitate. Ca o aplicație se studiază cîmpul asociat micilor mișcări ale unui gaz perfect.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C. Z.: 681.11: 681.3.041

CRONOMETRU NUMERIC CU COMUTARE AUTOMATĂ A SCALELOR DE MĂSURĂ

M. BODEA, TH. DĂNILĂ *

În lucrare se descrie o schemă de cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură. Caracteristicile principale ale acestui cronometru sînt: afișarea valorii intervalului de timp măsurat cu trei cifre, scala minimă 999 μs, scala maximă 999s, intervalul de timp măsurat este delimitat prin două comenzi electrice de START și STOP.

Introducere

În lucrarea de față de descrie schema unui cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură. Acest cronometru este destinat măsurării unor intervale de timp care pot lua valori într-o gamă de 6 ordine de mărime, [1].

Caracteristicile principale ale acestui cronometru sînt următoarele:

— afișarea valorii intervalului de timp măsurat cu trei cifre;

— scala minimă 999 μs;

— scala maximă 999 s;

— intervalul de timp este delimitat prin două comenzi electrice de START și STOP.

Schema cronometrului descris în această lucrare urmărește schema principială — binecunoscută — de măsurare numerică a unor intervale de timp [2], din figura 1. Impulsurile cu frecvența de repetiție f, date de generatorul de impulsuri G, atacă intrarea porții P. Poarta P este comandată de impulsurile de START și STOP care delimitează în timp intervalul T care trebuie măsurat. Numărul de impulsuri n, acumulat în numărătorul N este proporțional cu intervalul de timp, în conformitate cu relația evidentă

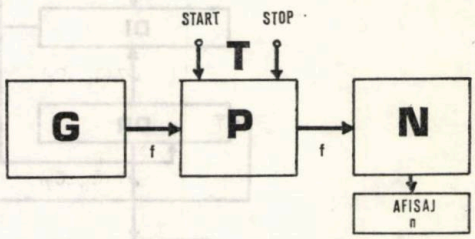


Fig. 1. Schema de principiu a unui cronometru numeric.

$$n = Tf.$$

Din această relație rezultă că alegerea unei scale de măsură implică de fapt alegerea unei anumite valori a frecvenței de repetiție a impulsurilor date de generatorul de impulsuri.

Manuscris predat redacției la data de 17 martie 1978.

* Șef lucrări ing. Catedra dispozitive, circuite și aparate electronice; Șef lucrări ing. Catedra calculatoare.

Urmărind realizarea comutării automate a scalelor de măsură, în conformitate cu observaţia anterioară, se ajunge la schema bloc de principiu din figura 2. Impulsurile date de generatorul de impulsuri G ajung — după ce trec prin poarta P — la divizorul de frecvenţă DF. Prin intermediul acestui divizor se variază frecvenţa de repetiţie a impulsurilor care sosesc la intrarea numărătorului N.

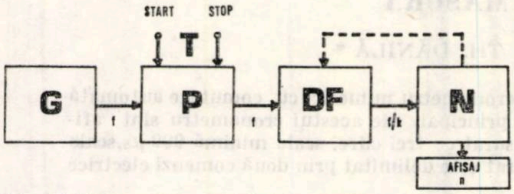


Fig. 2 Schema de principiu a unui cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură.

Schimbarea automată a scalelor se realizează prin modificarea factorului de divizare k, al divizorului DF, în funcţie de informaţia conţinută în numărătorul N.

1. Schema cronometrului numeric cu comutare automată a scalelor de măsură

Schema bloc a cronometrului numeric cu comutare automată a scalelor de măsură este dată în figura 3.

Descrierea realizării elementelor schemei

Divizorul de frecvenţă (DF) se realizează prin conectarea în cascadă a şase numărătoare decadice CDB 490E (vezi figura 4). Se obţine în acest

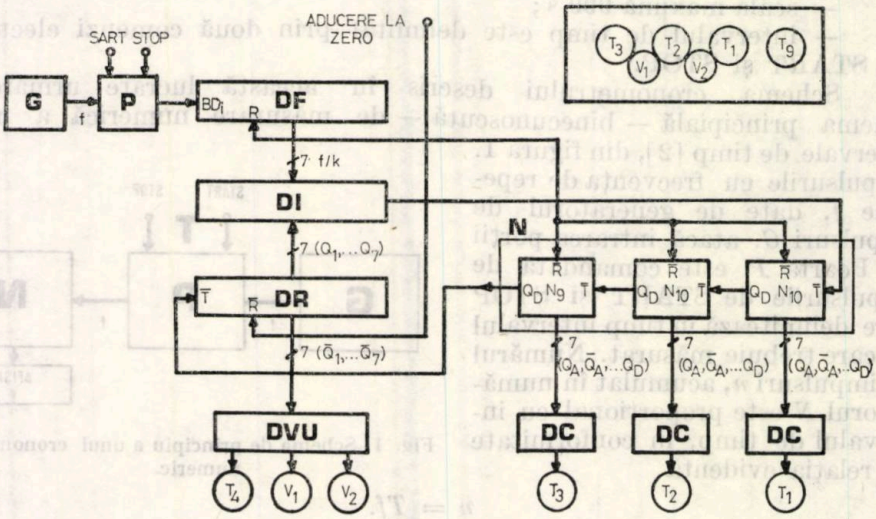


Fig. 3 Schema bloc a cronometrului numeric cu comutare automată a scalelor de măsură.

fel un factor de divizare a cărui valoare este un multiplu de 10, în intervalul $1...10^6$.

Distribuitorul de impulsuri (DI) — vezi figura 4 — se compune din şapte tranzistoare (T_1, T_2, ... T_7) care au sarcina din colector comună;

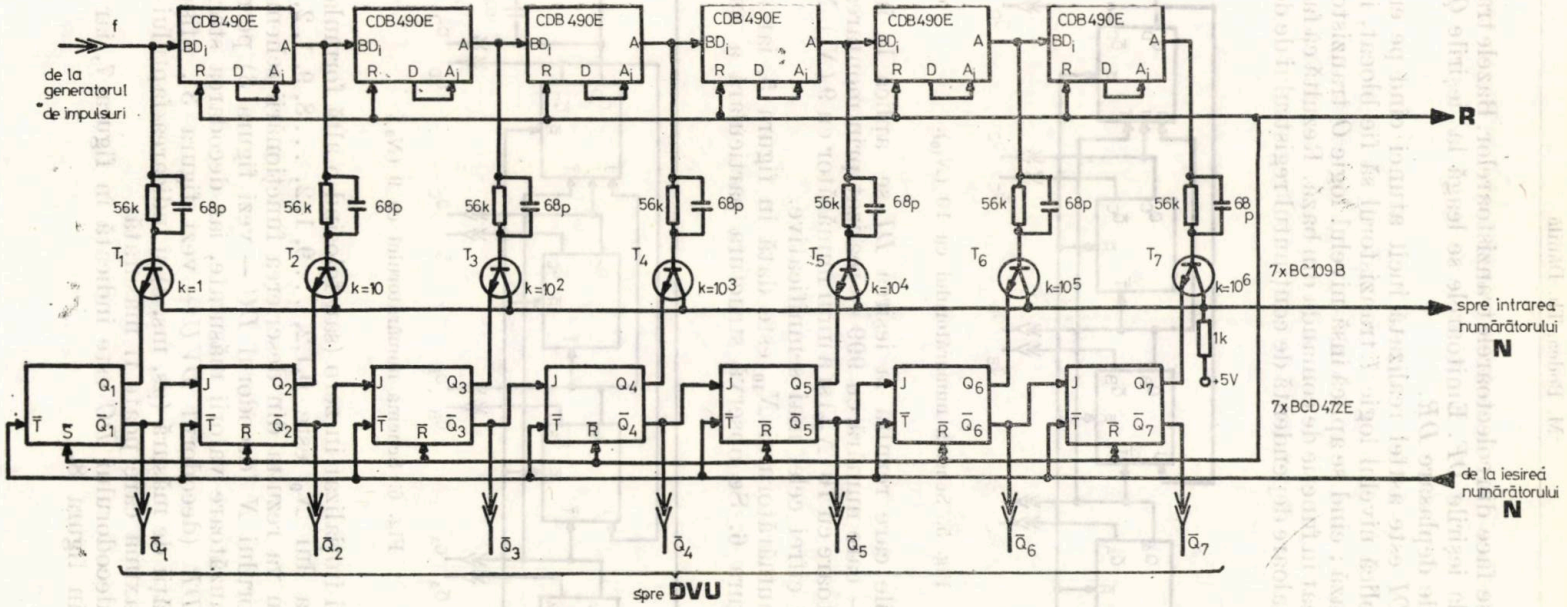


Fig. 4 Schema divizorului de frecvență (DF), a distribuitorului de impulsuri (DI) și a registrului de deplasare (DR).

ieşirea din *DI* se face din colectoarele tranzistoarelor. Bazele tranzistoarelor sînt conectate la ieşirile *DF*. Emitoarele se leagă la ieşirile Q_1, Q_2, ... Q_7 ale registrului de deplasare *DR*.

Schema *DI* este astfel realizată încît atunci cînd pe emiterul unui tranzistor se aplică nivelul logic *1* tranzistorul să fie blocat, indiferent de comanda din bază; cînd se aplică însă nivelul logic *0* tranzistorul va fi fie saturat, fie blocat în funcţie de comanda din bază. Rezultă că factorul de divizare k are o valoare dependentă de conţinutul registrului de deplasare *DR*.

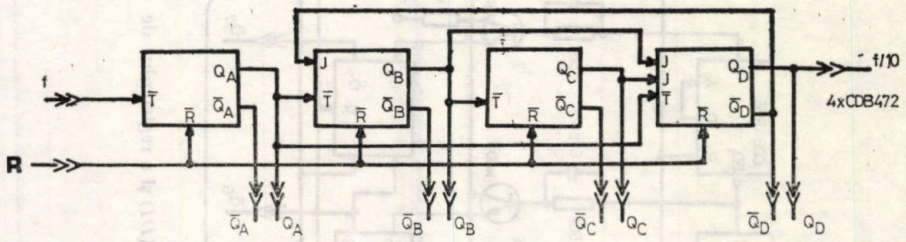


Fig. 5. Schema numărătorului cu 10 (N_{10}).

Impulsurile care rezultă la ieşirea *DI* se aplică la intrarea unui numărător *N* — care numără cu 999 — realizat prin montarea în cascadă a două numărătoare cu 10 (N_{10}) şi a unui numărător cu 9 (N_9). Numărătorul N_9 corespunde cifrei celei mai semnificative.

Schema numărătorului N_{10} este dată în figura 5, iar a numărătorului N_9 în figura 6. Se observă structura particulară a numărătorului

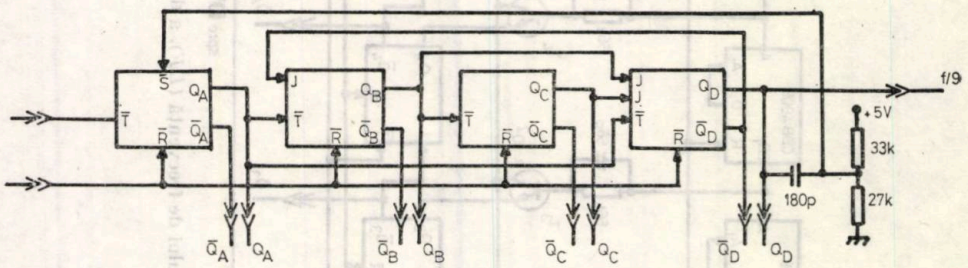


Fig. 6. Schema numărătorului cu 9 (N_9).

N_9 care poate fi iniţializat în zero (sau folosind o altă formulare, secvenţa de numărare a lui N_9 este 0,1,2, ... 9, 1, 2, ... 8, 9, 1, 2, ... etc.).

După cum va rezulta din descrierea funcţionării schemei decodarea stării numărătorului *N* (decodorul *DC* — vezi figura 3) permite afişarea cifrelor corespunzătoare valorii măsurate, iar decodarea stării registrului de deplasare *DR* (decodorul *DVU* — vezi figura 3), afişarea poziţiei virgulei, a unităţii de măsură (μs, ms, s) şi indicarea faptului că s-a depăşit valoarea maximă care poate fi măsurată.

Schemei decodorului *DC* este indicată în figura 7, iar cea a decodorului *DVU* în figura 8.

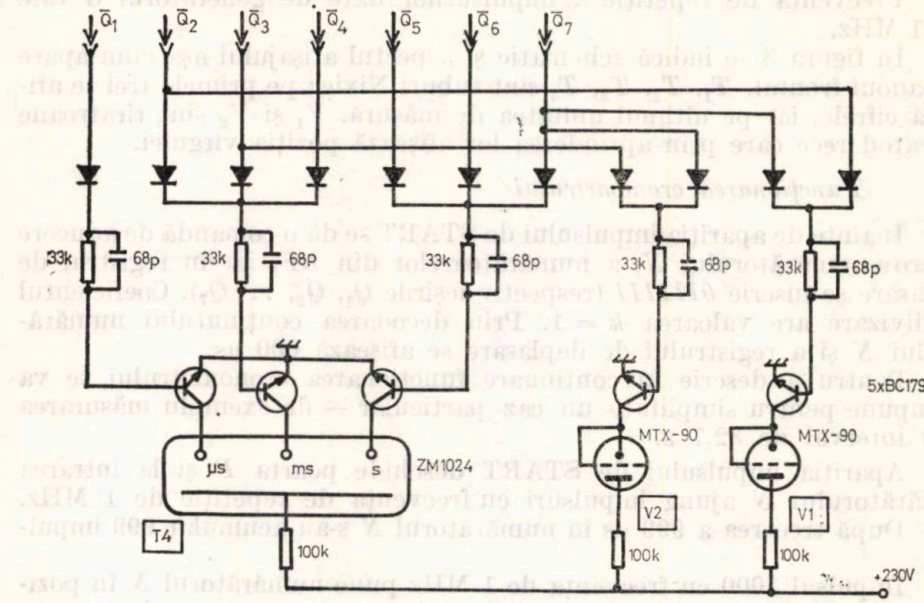


Fig. 7. Schema decodorului pentru virgulă și unitatea de măsură (*DVU*).

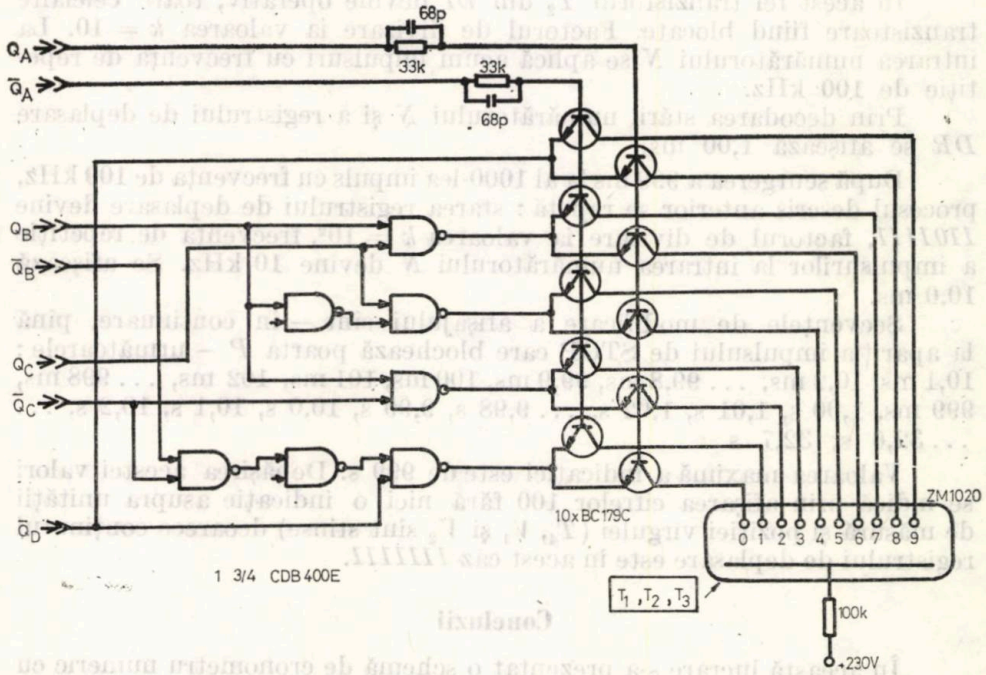


Fig. 8. Schema decodorului pentru afișarea cifrelor (*DC*).

Frecvența de repetiție a impulsurilor date de generatorul G este $f = 1$ MHz.

În figura 3 se indică schematic și aspectul afișajului așa cum apare pe panoul frontal. T_1, T_2, T_3, T_4 sînt tuburi Nixie; pe primele trei se afișează cifrele, iar pe ultimul unitatea de măsură. V_1 și V_2 sînt tiratroane cu catod rece care prin aprinderea lor afișează poziția virgulei.

Funcționarea cronometrului

Înainte de apariția impulsului de START se dă o comandă de aducere la zero a numărătorului N, a numărătoarelor din DF, iar în registrul de deplasare se înscrie *0111111* (respectiv ieșirile Q_1, Q_2, ... Q_7). Coeficientul de divizare are valoarea $k = 1$. Prin decodarea conținutului numărătorului N și a registrului de deplasare se afișează 000 μs.

Pentru a descrie în continuare funcționarea cronometrului se va presupune pentru simplitate un caz particular — de exemplu măsurarea unui interval de 32,7 s.

Apariția impulsului de START deschide poarta P și la intrarea numărătorului N ajung impulsuri cu frecvența de repetiție de 1 MHz. După trecerea a 999 μs în numărătorul N s-au acumulat 999 impulsuri.

Impulsul 1000 cu frecvența de 1 MHz pune numărătorul N în poziția 100 și totodată determină apariția la ieșirea sa a unui impuls care comandă registrul de deplasare a cărui stare devine *1011111* (se reamintește că este vorba de ieșirile Q).

În acest fel tranzistorul T_2 din DI devine operativ, toate celelalte tranzistoare fiind blocate. Factorul de divizare ia valoarea $k = 10$. La intrarea numărătorului N se aplică acum impulsuri cu frecvența de repetiție de 100 kHz.

Prin decodarea stării numărătorului N și a registrului de deplasare DR se afișează 1,00 ms.

După scurgerea a 999 ms la al 1000-lea impuls cu frecvența de 100 kHz, procesul descris anterior se repetă: starea registrului de deplasare devine *1101111*, factorul de divizare ia valoarea $k = 10^2$, frecvența de repetiție a impulsurilor la intrarea numărătorului N devine 10 kHz. Se afișează 10,0 ms.

Secvențele de modificare a afișajului sînt — în continuare, pînă la apariția impulsului de STOP care blochează poarta P — următoarele: 10,1 ms, 10,2 ms, ... 99,8 ms, 99,9 ms, 100 ms, 101 ms, 102 ms, ... 998 ms, 999 ms, 1,00 s, 1,01 s, 1,02 s, ... 9,98 s, 9,99 s, 10,0 s, 10,1 s, 10,2 s, ... 32,6 s, 32,7 s.

Valoarea maximă a indicației este de 999 s. Depășirea acestei valori se indică prin afișarea cifrelor 100 fără nici o indicație asupra unității de măsură și poziției virgulei (T_4, V_1 și V_2 sînt stinse) deoarece conținutul registrului de deplasare este în acest caz *1111111*.

Concluzii

În această lucrare s-a prezentat o schemă de cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură. Această schemă este utiliza-

bilă numai în aplicaţiile în care scalele de măsură variază în trepte decadice.

Deşi schema propusă se referă la afişarea cu trei cifre a valorii intervalului de timp măsurat ea se poate extinde cu uşurinţă şi la aplicaţiile care necesită un număr de cifre mai mare de trei.

Schema de cronometru prezentată în lucrare are următoarele caracteristici esenţiale:

— măsurarea cu uşurinţă într-o gamă foarte largă de valori;

— rezoluţia este întotdeauna o fracţiune constantă din scara de măsură, avînd în cazul de faţă valoarea de 1 : 1000;

— algoritmul adoptat pentru alegerea automată a scalei realizează această operaţie în timpul minim posibil, egal chiar cu intervalul de timp măsurat.

BIBLIOGRAFIE

1 * * * Raport final la contractul de cercetare ştiinţifică nr. 65/1971, Institutul Politehnic din Bucureşti.

2. *Nicolau, E.* şi *Beliş M.*, Măsurări electrice şi electronice, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972.

Autoranging, Digital Time-Interval Meter

This paper describes an autoranging, digital time-interval meter having the following features: three digits, measuring ranges from 999 μs up to 999 s (full scale), time interval is electricaly marked by two pulses START and STOP.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

AUTOMATICĂ

C.Z.: 62—523
621.316.7

CONTRIBUȚII LA OPTIMIZAREA CONDUCERII INSTALAȚIILOR MULTIVARIABILE

S. CĂLIN, DOINA STĂNESCU, IOANA MIHU *

Lucrarea se referă la dinamica unei clase de procese tehnologice tratînd o procedură de decuplare și eliminînd efectele interacțiunilor caracteristice ale procesului.

Datorită acestui fapt este posibilă aplicarea pe scară largă la sistemele multivariabile a metodelor de proiectare de la sistemele monovariabile, inclusiv extinderea folosirii principiului predicției în cazul instalațiilor tehnologice multivariabile cu timp mort.

Lucrarea propune soluții considerate optime din punct de vedere tehnico-economic pentru reglarea automată a instalațiilor tehnologice multivariabile care prezintă un anumit grad de simetrie al legăturilor de interinfluență. Sînt prezentate posibilități de extindere a reglării cu predicție pentru sistemele multivariabile considerate.

1. În cazul general partea fixată F a unui sistem de reglare multivariabil (formată din instalația tehnologică multivariabilă și elementele de execuție) este descrisă de o matrice de transfer $H_F(s)$ care nu prezintă nici un grad de simetrie în ceea ce privește expresiile elementelor matricei.

Pentru proiectarea blocurilor de reglare, în varianta decuplării canalelor intrare-ieșire și în ipoteza reacțiilor principale directe, se utilizează relația (1)

$$H_R(s) = H_F(s)^{-1} H_0(s) [I - H_0(s)]^{-1} = \\ = H_F(s)^{-1} [I - H_0(s)]^{-1} H_0(s) \qquad (1)$$

în care matricea de transfer a sistemului închis $H_0(s)$ este diagonală și elementele sale sînt determinate în conformitate cu performanțele impuse sistemului.

Pentru un sistem cu m mărimi de intrare și de ieșire rezultă un număr de m^2 elemente ale matricei $H_R(s)$ și deci m^2 blocuri de reglare, ceea ce face ca pentru un număr relativ ridicat de mărimi de intrare și ieșire costul

Manuscris predat redacției la data de 28 februarie 1978.
* Prof. dr ing ; Asistent ing ; Asistent ing. la Catedra automatică.

soluției respective să crească mult; în cazul unui număr de m sisteme monovariabile se folosesc m blocuri de reglare, deci în cazul multivariabil considerat apare în plus un număr suplimentar p de blocuri de reglare

$$p = m^2 - m = m(m-1). \tag{2}$$

Acest cost suplimentar este determinat de asigurarea condiției de decuplare a canalelor intrare-ieșire, imperios necesară cel puțin în regimurile staționare pentru o funcționare acceptabilă a sistemului multivariabil.

Schema de element a unui sistem cu $m = 2$, realizat în varianta considerată, are aspectul din figura 1.

Notînd matricea de transfer a sistemului deschis

$$H_F(s)\, H_R(s) = H(s) \tag{3}$$

relația (1) poate fi pusă sub forma

$$H(s) = H_0(s)[I - H_0(s)]^{-1} = [I - H_0(s)]^{-1} H_0(s) \tag{4}$$

și se constată că dacă matricea $H_0(s)$ este diagonală, matricea $H(s)$ este de asemenea diagonală, existînd deci și o decuplare a canalelor dintre erori și mărimile de ieșire.

2. Simplificări importante ale ansamblului blocurilor de reglare pot fi obținute în cazurile în care matricea $H_F(s)$ prezintă un anumit grad de simetrie din punct de vedere al expresiilor elementelor componente. Astfel, dacă există un același regim dinamic prin care se manifestă influența diferitelor mărimi de comandă asupra unei mărimi de ieșire, atunci în fiecare linie a matricei $H_F(s)$ elementele au același numitor și matricea poate fi pusă sub forma

$$H_F(s) = \begin{bmatrix} H_{F11}(s) & H_{F12}(s) & \dots & H_{F1m}(s) \\ H_{F21}(s) & H_{F22}(s) & \dots & H_{F2m}(s) \\ \vdots & & & \\ H_{Fm1}(s) & H_{Fm2}(s) & \dots & H_{Fmm}(s) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} K_{11}G_1(s) & K_{12}G_1(s) & \dots & K_{1m}G_1(s) \\ K_{21}G_2(s) & K_{22}G_2(s) & \dots & K_{2m}G_2(s) \\ K_{m1}G_m(s) & K_{m2}G_m(s) & \dots & K_{mm}G_m(s) \end{bmatrix} \tag{5}$$

elementele din fiecare linie avînd factori de amplificare diferiți și expresii comune pentru partea corespunzătoare regimului dinamic.

În asemenea cazuri, întîlnite de exemplu în industria chimică [2] problema decuplării poate fi realizată cu numai m blocuri de reglare (în

loc de m^2), folosind și un număr de amplificatoare, rezultînd o reducere sensibilă a costului general.

Astfel considerînd pentru ilustrarea cazului $m = 2$ din figura 1, cu matricea $H(s)$ diagonală, din expresia

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & 0 \\ 0 & H_{22}(s) \end{bmatrix} = H_F(s)\, H_R(s) =$$

$$= \begin{bmatrix} K_{11}G_1(s) & K_{12}G_1(s) \\ K_{21}G_2(s) & K_{22}G_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{R11}(s) & H_{R12}(s) \\ H_{R21}(s) & H_{R22}(s) \end{bmatrix} = \tag{6}$$

$$= \begin{bmatrix} K_{11}G_1(s)H_{R11}(s) + K_{12}G_1(s)H_{R21}(s) & K_{11}G_1(s)H_{R12}(s) + K_{12}G_1(s)H_{R22}(s) \\ K_{21}G_2(s)H_{R11}(s) + K_{22}G_2(s)H_{R21}(s) & K_{21}G_2(s)H_{R12}(s) + K_{22}G_2(s)H_{R22}(s) \end{bmatrix}$$

rezultă relațiile

$$G_1(s)[K_{11}H_{R11}(s) + K_{12}H_{R21}(s)] = H_{11}(s) \tag{7}$$

$$G_1(s)[K_{11}H_{R12}(s) + K_{12}H_{R22}(s)] = 0 \tag{8}$$

$$G_2(s)[K_{21}H_{R11}(s) + K_{22}H_{R21}(s)] = 0 \tag{9}$$

$$G_2(s)[K_{21}H_{R12}(s) + K_{22}H_{R22}(s)] = H_{22}(s). \tag{10}$$

Din (8) se obține

$$H_{R12}(s) = -\frac{K_{12}}{K_{11}} H_{R22}(s) \tag{11}$$

deci cele două blocuri de reglare care primesc eroarea ε_2 (fig. 1) diferă numai printr-un factor de amplificare și au expresii comune pentru partea corespunzătoare regimului dinamic.

Din (9) se obține

$$H_{R21}(s) = -\frac{K_{21}}{K_{22}} H_{R11}(s) \tag{12}$$

rezultînd o concluzie similară cu cea de mai sus pentru cele două blocuri de reglare care primesc eroarea ε_1.

În locul schemei din figura 1 se obține schema din figura 2, cu 2 blocuri de reglare și cu 2 amplificatoare, al cărei cost este sensibil mai redus.

Concluziile stabilite rămîn valabile pentru orice valoare m.

3. Proiectarea optimă a celor m blocuri de reglare din schemele de tipul celei din figura 2 are aspecte diferite pentru cazul proceselor rapide și pentru cazul proceselor lente.

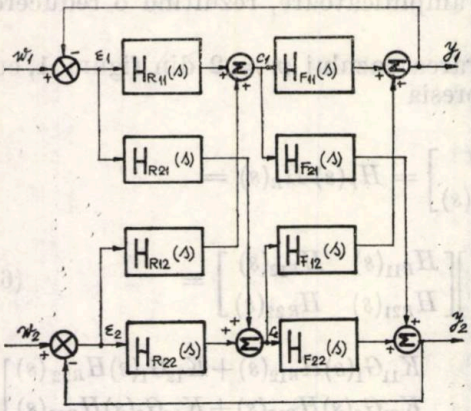


Fig. 1.

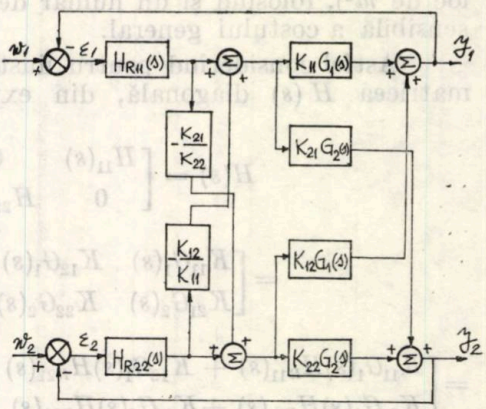


Fig. 2

Pentru cazul proceselor rapide se poate extinde criteriul modulului la sistemele multivariabile [3], adoptînd pentru $H_{11}(s)$ și $H_{22}(s)$ din (7) și (10) expresiile de acordare optimă

$$H_{11}(s) = \frac{1}{2T_{\Sigma 11}\, s(T_{\Sigma 11} s + 1)} \tag{13}$$

$$H_{22}(s) = \frac{1}{2T_{\Sigma 22}\, s(T_{\Sigma 22}\, s + 1)} \tag{14}$$

unde $T_{\Sigma 11}$ și $T_{\Sigma 22}$ reprezintă suma constantelor de timp parazite, inclusiv cele ale regulatorului din fiecare buclă.

Înlocuind (12) și (13) în (7) se obține

$$K_{11} H_{R11}(s) - K_{12} \frac{K_{21}}{K_{22}} H_{R11}(s) = \frac{1}{G_1(s)\, 2T_{\Sigma 11}\, s(T_{\Sigma 11}\, s + 1)}$$

respectiv

$$H_{R11}(s)\, \frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}} = \frac{1}{G_1(s)\, 2T_{\Sigma 11}\, s(T_{\Sigma 11}\, s + 1)}$$

rezultînd

$$H_{R11}(s) = \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \cdot \frac{1}{G_1(s)\, 2T_{\Sigma 11} s\, (T_{\Sigma 11}\, s + 1)} \tag{15}$$

În mod analog se obține expresia $H_{R22}(s)$.

4. Pentru acordarea optimă a regulatoarelor destinate proceselor lente se propune ca în locul funcțiilor de transfer $H_{11}(s)$ și $H_{22}(s)$ din (7) și (10) să se introducă în prealabil expresiile $H_{v11}(s)$ și $H_{v22}(s)$, reprezentînd

funcțiile de transfer „văzute" de blocurile de reglare din cele două canale, rezultînd astfel relațiile [2]

$$G_1(s)[K_{11}H_{R11}(s) + K_{12}H_{R21}(s)] = H_{v11}(s) \tag{16}$$

$$G_2(s)[K_{21}H_{R12}(s) + K_{22}H_{R22}(s)] = H_{v22}(s) \tag{17}$$

urmînd ca proiectarea și acordarea optimă a regulatoarelor celor două bucle să se efectueze în funcție de expresiile $H_{v11}(s)$ și $H_{v22}(s)$.

Din (16) și (17) se constată că dacă se alege

$$H_{v11}(s) = G_1(s) \tag{18}$$

și

$$H_{v22}(s) = G_2(s) \tag{19}$$

se obțin relațiile

$$K_{11}H_{R11}(s) + K_{12}H_{R21}(s) = 1 \tag{20}$$

și

$$K_{21}H_{R12}(s) + K_{22}H_{R22}(s) = 1 \tag{21}$$

Din (12) și (20) se obține

$$K_{11}H_{R11}(s) - K_{12}\frac{K_{21}}{K_{22}}H_{R11}(s) = 1$$

respectiv

$$H_{R11}(s) = \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} = C_{11} \tag{22}$$

C_{11} fiind o constantă de amplificare.

În mod analog, din (11) și (21) rezultă

$$-K_{21}\frac{K_{12}}{K_{11}}H_{R22}(s) + K_{22}H_{R22}(s) = 1$$

respectiv

$$H_{R22}(s) = \frac{K_{11}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} = C_{22} \tag{23}$$

Din (11) și (23) se obține

$$H_{R12}(s) = -\frac{K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} = C_{12} \tag{24}$$

iar din (12) și (22) rezultă

$$H_{R21}(s) = -\frac{K_{21}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} = C_{21} \tag{25}$$

Din (22) ... (25) se constată că alegerea funcțiilor de transfer $H_{v11}(s)$ și $H_{v22}(s)$ conform relațiilor (18) și (19) conduce la obținerea decuplării canalelor prin 4 blocuri de amplificare, decuplarea fiind asigurată atît în regim staționar, cît și în regim tranzitoriu.

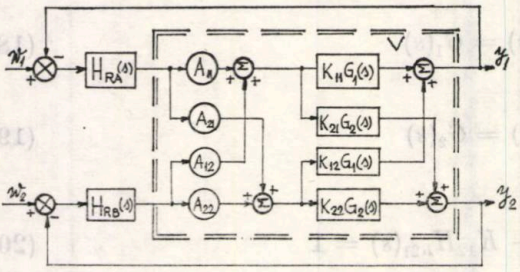


Fig. 3.

Ca urmare, această porțiune de sistem formată din partea fixată și cele 4 amplificatoare de decuplare are aspectul din interiorul dreptunghiului punctat V din figura 3; această porțiune reprezintă tocmai porțiunea „văzută" de două blocuri de reglare, cu funcțiile de transfer $H_{RA}(s)$ și $H_{RB}(s)$ — reprezentate în figura 3 — care pot fi acordate optim prin metodele folosite la sistemele monovariabile. Blocul cu funcția $H_{RA}(s)$ trebuie acordat optim în concordanță cu funcția de transfer $H_{v11}(s) = G_1(s)$ din (18), „văzută" de acest bloc, iar blocul cu funcția de transfer $H_{RB}(s)$ trebuie acordat optim pentru blocul cu funcția de transfer $H_{v22}(s) = G_2(s)$ din (19).

Datorită metodei propuse, pentru acordare optimă poate fi folosită oricare dintre metodele utilizate la sistemele monovariabile. Astfel, pentru cazul numeric cu

$$G_1(s) = \frac{e^{-0,2s}}{s+1} \tag{26}$$

au fost obținuți prin criteriul modulului [1] pentru un bloc de reglare *PI*, cu funcția de transfer $H_{RA}(s)$, parametrii optimi

$$K_{R\,opt} = 4{,}02, \tag{27}$$

$$T_{i\,opt} = 1 \text{ sec.} \tag{28}$$

5. Metodologia propusă are avantajul că permite extinderea metodelor evoluate de optimizare la sistemele multivariabile. Astfel în cazul în care în funcțiile de transfer $G_1(s)$ și $G_2(s)$ din cadrul părții fixate apar valori mari ale timului mort, metoda permite proiectarea unor blocuri de reglare cu elemente de predicție.

Considerînd

$$G_1(s) = G_1'(s)\, e^{-\tau s} = \frac{K_f}{T_f s + 1}\, e^{-\tau s} \tag{29}$$

cum este cazul de cele mai multe ori în practică, schema de elemente aferentă canalului 1 are aspectul din figura 4. Pentru scoaterea timpului mort din interiorul buclei — îmbunătățindu-se astfel sensibil condițiile de stabilitate — se urmărește obținerea unui sistem de forma celui din figura 5, prin folosirea principiului predicției [4]. Pentru modelul M trebuie să se aleagă o funcție de transfer de forma

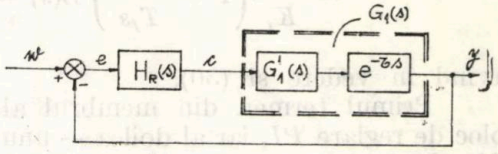


Fig. 4.

$$H_m(s) = \frac{K_m}{T_f s} \tag{30}$$

întrucît astfel — după cum va rezulta în continuare — se obține efectul predicției.

Sistemul din figura 4 are o funcție de transfer

$$H_\alpha(s) = \frac{H_R(s)\, G_1'(s)\, e^{-\tau s}}{1 + H_R(s)\, G_1'(s) e^{-\tau s}} = \frac{e^{-\tau s}}{\dfrac{1}{H_R(s)\, G_1'(s)} + e^{-\tau s}} \tag{31}$$

iar pentru sistemul din figura 5 se obține

$$H_\beta(s) = \frac{K_m\, e^{-\tau s}}{T_f s + K_m} = \frac{e^{-\tau s}}{\dfrac{T_f}{K_m} s + 1} \tag{32}$$

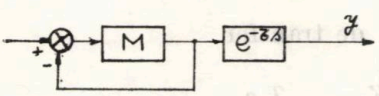


Fig. 5

Înlocuind (29) în (31) și identificînd numitorii din (31) și (32), se obține funcția de transfer $H_R(s)$ a regulatorului cu predicție din figura 4, necesar pentru ca schemele din figurile 4 și 5 să fie echivalente:

$$H_R(s) \triangleq \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{\dfrac{K_m}{K_f}\left(1 + \dfrac{1}{T_f s}\right)}{1 + \dfrac{K_m}{T_f s}\,(1 - e^{-\tau s})} \tag{33}$$

Din (33) se obţine

$$C(s) = \frac{K_m}{K_f}\left(1 + \frac{1}{T_f s}\right) E(s) - \frac{K_m}{T_f s}(1 - e^{-\tau s})\, C(s) =$$

$$= \frac{K_m}{K_f}\left(1 + \frac{1}{T_f s}\right) E(s) - H_m(s)\,(1 - e^{-\tau s})\, C(s) \qquad (34)$$

avînd în vedere şi (30).

Primul termen din membrul al doilea din (34) corespunde unui bloc de reglare *PI*, iar al doilea — unui bloc de predicţie *PR* cu modelul *M*, schema de ansamblu a blocului de reglare avînd aspectul din figura 6; blocul *PI* are funcţia de transfer

$$H_{PI}(s) = \frac{K_m}{K_f}\left(1 + \frac{1}{T_f s}\right) = \frac{K_m}{K_f}\,\frac{T_f s + 1}{T_f s} \qquad (35)$$

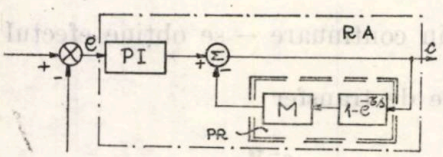


Fig. 6

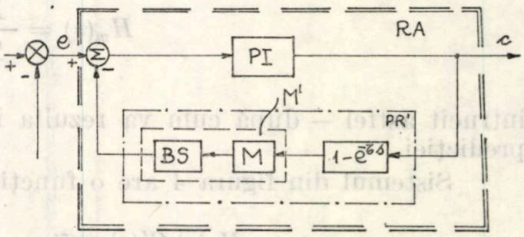


Fig.7

Pentru a aplica mărimea de la ieşirea blocului *PR* la intrarea blocului *PI* — ca în schemele obişnuite — trebuie introduse un bloc suplimentar *BS* cu funcţia de transfer

$$H_{BS}(s) = \frac{1}{H_{PI}(s)} = \frac{K_f}{K_m}\,\frac{T_f s}{T_f s + 1} \qquad (36)$$

rezultînd schema echivalentă din figura 7, cu blocul de predicţie *PR* şi modelul *M'*.

Se constată că modelul *M'* are funcţia de transfer

$$H'_m(s) = H_m(s)\, H_{BS}(s) = \frac{K_m}{T_f s}\,\frac{K_f}{K_m}\,\frac{T_f s}{T_f s + 1} =$$

$$= \frac{K_f}{T_f s + 1} = G'_1(s) \qquad (37)$$

— conform cu (29) — deci se obţine schema de predicţie obişnuită, cu modelul părţii fără timp mort a instalaţiei tehnologice.

Acordarea optimă a parametrului K_m din funcția de transfer (35) a blocului *PI* se efectuează prin criteriul modulului [1].

Concluzii

a) Metoda propusă conduce la reducerea costului regulatoarelor pentru instalațiile tehnologice multivariabile cu caracteristicile de transfer specificate, condițiile de decuplare fiind asigurate.

b) În cazul instalațiilor cu timp mort metodologia prezentată permite să se extindă la sistemele multivariabile metodele de acordare optimă de la sistemele monovariabile.

c) Folosirea principiului predicției devine deasemenea posibilă la sistemele multivariabile prin aplicarea metodei propuse.

d) Rezultatele obținute în varianta cu predicție conduc la un bloc *PI* și la un bloc de predicție, blocul *PI* avînd constanta de timp egală cu cea a instalației tehnologice.

BIBLIOGRAFIE

1. *Călin, S.* Regulatoare automate, EDP, București 1976.
2. *Lloyd, S. G.*, Instrumentation Technology, Dec. 1973.
3. *Călin, S., Brăileanu Gr., Stănescu Doina,* Studii și cercetări de energetică și electrotehnică, tom. 24, nr. 1, 1974.
4. *Sabatier, A.*, Mesures, Régulation, Automatisme, nov. 1975.

Contributions to Multivariable Plant Control Optimization

The paper concerning the dinamics of a class of plants presents a decoupling procedure, aiming to remove any interacting effects. It follows that the designing methods of the monovariable systems may be applied to a large class of multivariabile ones, including the extension of the prediction method in the time-delay multivariabile plants case.

Acordarea optimă a parametrului λ_* din funcția de transfer (35) a blocului PI se efectuează prin criteriul modulului [1].

Concluzii

a) Metoda propusă conduce la reducerea costului regulatoarelor pentru instalațiile tehnologice multivariabile cu caracteristicile de transfer specificate, condițiile de descuplare fiind asigurate.

b) În cazul instalațiilor cu timp mort metodologia prezentată permite să se extindă la sistemele multivariabile metodele de acordare optimă de la sistemele monovariabile.

c) Poloșirea principiului predictiei devine deosebit de posibilă la sistemele multivariabile prin aplicarea metodei propuse.

d) Rezultatele obținute în varianta cu predictie conduc la un bloc PI și la un bloc de predictie, blocul PI având constanta de timp egală cu cea a instalației tehnologice.

BIBLIOGRAFIE

1. Cătin, S. Regulatoare automate, EDP, București 1978.
2. Lloyd, S. G. Instrumentation Technology, Dec. 1973.
3. Cătin, S. Grafikonu Gr.. Siemens Delac. Studii și cercetări de energetică și electrotehnică, tom. 24, nr. 1, 1974.
4. Schaefer, A.. Siemens, Regulation. Automatisierung, nov. 1975.

Contributions to Multivariable Plant Control Optimization

The paper concerning the dinamics of a class of plants presents a decoupling procedure, aiming to remove any interacting effects. It follows that the designing methods of the monovariable systems may be applied to a large class of multivariable ones, including the extension of the prediction method in the time-delay multivariable plants case.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C.Z.: 681.3.041: 62—522

SIMULAREA NUMERICĂ A SISTEMELOR HIDRAULICE

ION DUMITRACHE *

În lucrare se prezintă un program specializat pentru studiul sistemelor hidraulice prin simulare numerică. Folosirea unor modele matematice exacte pentru componentele unui sistem hidraulic și scrierea unor subsisteme specializate pentru aceștia permit analiza și sinteza oricărei structuri de sistem hidraulic. Programul SIMHID elaborat și rulat pe calculator cu rezultate bune reprezintă un program eficient și util pentru studiul sistemelor hidraulice complexe.

Introducere

Paralel cu dezvoltarea teoriei sistemelor și a tehnicii de calcul, multe domenii ale științei și tehnicii au cunoscut o evoluție spectaculoasă sub aspect teoretic și aplicativ. Printre domeniile care au cunoscut o deosebită dezvoltare în ultimii ani este și domeniul automatizărilor pneumatice și hidraulice, dezvoltare atît sub aspect tehnologic, cît și sub aspect structural. Astfel, gradul de complexitate al sistemelor cu fluid a crescut pe de o parte ca urmare a evoluției tehnologiei, iar pe de altă parte, ca urmare a cerințelor de performanță tot mai severe impuse acestor sisteme impunîndu-se utilizarea unor noi metode de analiză și sinteză.

Creșterea gradului de complexitate a sistemelor cu fluid corelată cu satisfacerea unor criterii globale de performanță de tipul; consum minim de energie, viteză maximă de răspuns etc., impune tot mai mult utilizarea teoriei moderne a sistemelor pentru studiul acestor sisteme cu fluid. Apare astfel necesitatea unei formalizări matematice cît mai exactă pentru descrierea funcționării acestor sisteme cu fluid.

Particularitățile funcțional constructive a sistemelor cu fluid determinate pe de o parte de caracteristicile agentului purtător de informație și energie și de fenomenele ce însoțesc curgerea fluidelor printr-o structură geometrică dată, iar pe de altă parte de fenomenele ce însoțesc mișcarea unor piese mecanice elastice sau rigide sub acțiunea fluidului de lucru, conduc la importante dificultăți în formalizarea matematică exactă a acestor sisteme.

Identificarea analitică a sistemelor cu fluid presupune utilizarea atît a legilor specifice dinamicii fluidelor, cît și a legilor de echilibru a forțelor, de conservare a energiei etc, cu ajutorul cărora pot fi evidențiate în structura sistemului, elemente disipatoare și acumulatoare de energie. Cunoașterea modelului matematic cît mai exact al sistemelor cu fluid și evidențierea

Manuscris predat redacției la data de 4 februarie 1978
* Conf. dr. ing. Catedra de automatică II.

variabilelor de interes în concordanță cu cerințele impuse de analiza sau sinteza acestora, reprezintă o etapă esențială pentru studiul sistemelor cu fluid.

1. Modele matematice ale sistemelor hidraulice

Formalizarea matematică a fenomenelor ce însoțesc mișcarea subsistemelor mecanice sub acțiunea fluidului sub presiune cu considerarea varianței parametrilor de stare ai fluidului și a proprietăților acestuia (viscozitate, compresibilitate etc.) conduce în cazul cel mai general la modele neliniare variante. Identificarea analitică a sistemelor hidraulice presupune aplicarea legii conservării masei, legea de mișcare a lui Newton, legea generală a conservării energiei și ecuațiile de stare corespunzătoare ale fluidului purtător de informație și energie.

Structura generală a unui sistem hidraulic, figura 1, evidențiază caracterul dual al intrărilor și ieșirilor fiecărui subsistem, dat fiind că fluidul de lucru este purtător atît de informație, cît și de energie.

Orice subsistem pneumatic sau hidraulic poate fi reprezentat astfel ca un cuadripol, figura 2, avînd ca intrări și ieșiri debite, presiuni, forțe, deplasări, viteze.

$$\begin{aligned} p_e &= f[p_i, q_i, q_e, P] \\ q_e &= g[p_i, q_i, q_e, P] \end{aligned} \tag{1}$$

ieșirea sistemului fiind definită printr-o relație neliniară între variabilele de la intrare și parametrii sistemului. Linia de interconexiune hidraulică este descrisă prin următoarele ecuații:

$$\begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \Gamma(s)\, Z & Z_s \sinh \Gamma(s) \\ \dfrac{1}{Z_s} \sinh \Gamma(s) & \cosh \Gamma(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_e \\ q_e \end{bmatrix} \tag{2}$$

unde $\Gamma(s)$ și $Z(s)$ reprezintă operatorul de propagare și impedanța caracteristică a liniei ,[1, 3]

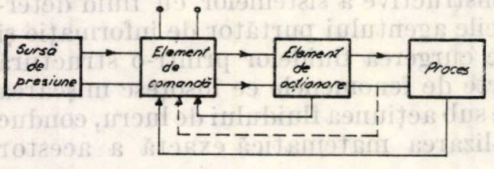


Fig. 1

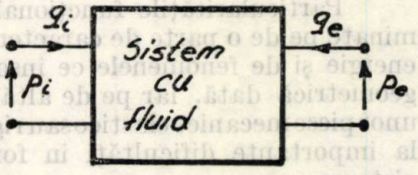


Fig. 2

Pentru elementul de comandă și acționare se poate obține simplu modelul matematic ținînd seama de structura acestui sistem.

Dacă pentru structura dată în figura 2 se admit (aproximațiile:

— compresibilitatea fluidului se neglijează în toate camerele în afară de camerele 3 și 4;

— acoperirea sertarului este zero sau negativă;

— reacţia mecanică are masă neglijabilă;

— elementul de comandă este simetric şi coeficientul de descărcare la fiecare orificiu este acelaşi, se obţine modelul matematic sub forma:

Dacă intrarea în sistem se consideră poziţia sertarului şi nu considerăm dinamica elementului de comandă

$$u = \frac{c+d}{d} u_i - \frac{c}{d} y \quad (3)$$

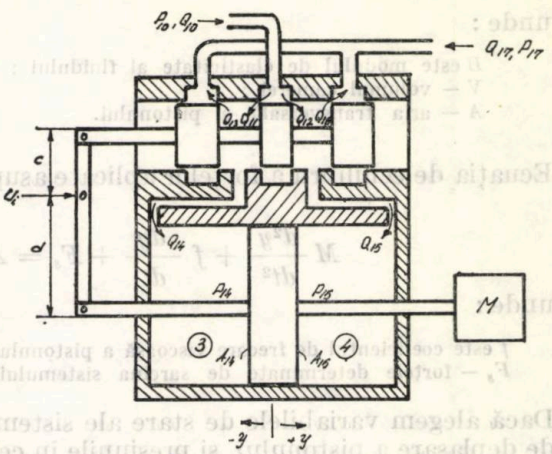


Fig. 3

şi notăm prin a_c acoperirea negativă a distribuitorului, pot fi scrise următoarele ecuaţii de debite prin cele patru orificii ale distribuitorului:

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= C_d\, b(u + a_c)\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{10} - p_{14})}; \qquad u > -a_c \\
Q_{12} &= C_d\, b(u - a_c)\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{15} - p_{10})}; \qquad u < a \\
Q_{13} &= C_d\, b(u - a_c)\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{14} - p_{12})}; \qquad u < a \\
Q_{16} &= C_d\, b(u + a_c)\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{15} - p_{11})}; \qquad u > -a_c
\end{aligned} \quad (4)$$

sau ţinînd seama de starea distribuitorului (de semnal de deplasare a acestuia):

$$Q_{11} = C_d\, b(u + a_c)\ \text{sign}\,[p_{10} - p_{14}]\cdot\sqrt{\frac{2}{\rho}|p_{10} - p_{14}|} \quad (5)$$

Ecuaţia continuităţii aplicată în comenziile 3 şi 4 cu luarea în considerare a compresibilităţii uleiului în camere, conduce la:

$$\begin{aligned}
\frac{dp_{14}}{dt} &= \frac{\beta}{V_{14}}\left[Q_{14} - A_{14}\frac{dy}{dt}\right] \\
\frac{dp_{15}}{dt} &= \frac{\beta}{V_{15}}\left[Q_{15} + A_{15}\frac{dy}{dt}\right]
\end{aligned} \quad (6)$$

unde :

B este modulul de elasticitate al fluidului ;
V — volumul camerei ;
A — aria transversală a pistonului.

Ecuaţia de echilibru a forţelor aplicate asupra pistonului se scrie sub forma

$$M\frac{d^2y}{dt^2} + f\frac{dy}{dt} + F_s = A_{14}p_{14} - A_{15}p_{15} \tag{7}$$

unde :

f este coeficientul de frecare viscoasă a pistonului în cilindru ;
F_s — forţele determinate de sarcina sistemului.

Dacă alegem variabilele de stare ale sistemului : poziţia pistonului, viteza de deplasare a pistonului, şi presiunile în cele două camere se obţine modelul matematic al sistemului sub forma :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{M}\left[A_{14}x_3 - A_{15}x_4 - fx_2 - F_s\right] \\
\dot{x}_3 &= \frac{\beta}{V_{14}}\left[Q_{14} - A_{14}x_1\right] \\
\dot{x}_4 &= \frac{\beta}{V_{15}}\left[Q_{15} + A_{15}x_1\right]
\end{aligned} \tag{8}$$

Debitele Q_{14} şi Q_{15} se calculează cu relaţiile (4) dacă se cunoaşte poziţia u a elementului de comandă

$$\begin{aligned}
Q_{14} &= Q_{11} - Q_{13} \\
Q_{15} &= Q_{12} - Q_{16}
\end{aligned} \tag{9}$$

sau :

$$\begin{aligned}
Q_{14} &= C_d\, b\sqrt{\frac{2}{\rho}}(u + a_c)\sqrt{p_{10} - x_3} - (u - a_c)\sqrt{x_3 - p_{17}} \\
Q_{15} &= C_d\, b\sqrt{\frac{2}{\rho}}(u - a_c)\sqrt{x_4 - p_{10}} - u + a_c)\sqrt{x_4 - p_{15}}
\end{aligned} \tag{10}$$

Un asemenea model matematic neliniar poate fi uşor simulat pe un calculator numeric. Într-o manieră similară se poate întocmi modelul matematic şi pentru alte subsisteme hidraulice [2, 4].

Cunoaşterea modelelor matematice ale tuturor subsistemelor hidraulice ce alcătuiesc o structură complexă de sistem de acţionare sau de automatizare, permite alcătuirea unor programe specializate pentru analiza şi sinteza sistemelor hidraulice. Utilizarea variabilelor de stare pentru reprezentarea matematică a subsistemelor hidraulice asigură accesul rapid cu înaltă eficienţă la tehnica de calcul numeric. Accesibilitatea la variabilele de stare ca presiunea şi debitul în diversele puncte ale sistemului, poziţia, viteza şi acceleraţia părţilor mobile ale sistemului permite realizarea unor structuri de sisteme hidraulice şi electrohidraulice cu reacţie după stare cu performanţe impuse [2].

2. Simularea numerică a sistemelor hidraulice

În funcţie de tipul sistemului cu acţiune continuă sau discontinuă se pot întocmi programe specializate care să permită rezolvarea problemelor de identificare şi optimizare parametrică, a problemelor de analiză şi a stabilităţii şi sensibilităţii, a problemelor de proiectare optimă şi de sinteză logică a circuitelor hidraulice combinaţionale şi secvenţiale. Particularităţile sistemelor cu fluid concretizate în modelele matematice neliniare ale acestora, impun tot mai mult utilizarea unor programe specializate pentru analiza şi sinteza lor.

Cerinţele de utilizare eficientă a calculatorului numeric corelate cu particularităţile specifice sistemelor hidraulice fac ca simularea numerică a acestor sisteme să constituie o metodă eficace în identificarea, analiza şi sinteza sistemelor hidraulice complexe.

Asociind fiecărui subsistem al structurii un simbol cu evidenţierea intrărilor şi ieşirilor, a parametrilor specifici şi evident a modelului matematic corespunzător, s-a întocmit un limbaj specializat pentru analiza şi sinteza sistemelor hidraulice continue. Limbajul este alcătuit dintr-un program principal, cinci subprograme şi mai multe subrutine specializate care sînt apelate în funcţie de structura sistemului.

În figura 4 este prezentată structura generală a limbajului SIHMHID.

Programul principal apelează pe rînd subprogramele de introducere şi organizare a datelor, de testare a erorilor legate de descrierea sistemului după topologia impusă de structură, de integrare numerică şi de tipărire şi reprezentare grafică a diverselor variabile de stare şi parametrii specifici ai sistemului.

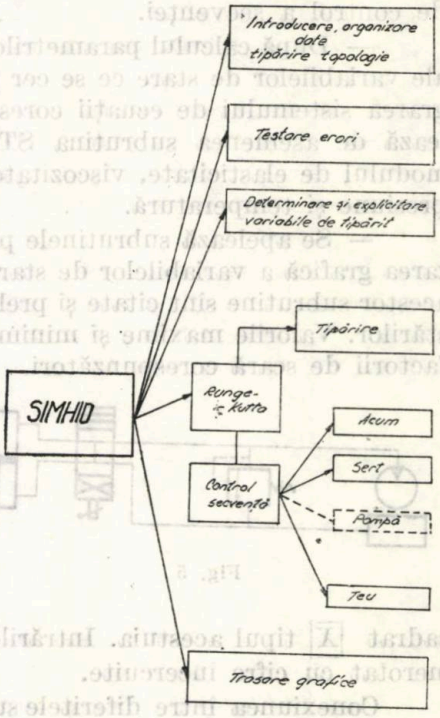


Fig. 4

În cadrul subrutinei de integrare numerică sînt apelate pe rînd subrutinele proprii fiecăui subsistem component al sistemului, aceste subrutine sînt *subrutine de tip*, fiecărui component fiindu-i asociat un simbol. Numărul de componente, respectiv de subrutine tip utilizate în program este limitat de capacitatea calculatorului.

Succesiunea operaţiilor de simulare a unui sistem hidraulic folosind limbajul SIMHID este următoarea :

— Pe baza tipologiei sistemului se indică tipul componentelor, intrărilor şi ieşirilor, conexiunile între componente urmărindu-se fluxul informaţional şi energetic se introduc datele, parametrii specifici ai întregului sistem cu respectarea restricţiilor de număr minim de componente, număr de integratoare, parametrii sistemului şi caracteristicile integrării (pas de integrare, domeniul de integrare) prin intermediul subprogramului INTROD.

— Se verifică cu ajutorul subprogramului EROR numărul de componente, specificarea tipului fiecărui component şi se verifică corectitudinea conexiunilor între componenti

— Se apelează subrutina de integrare numerică care pe baza topologiei descrise cheamă rînd pe rînd subrutinele tip şi astfel se asigură rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale şi algebrice ce descriu sistemul. Pentru fiecare pas de integrare sînt apelate toate subrutinele tip ce alcătuiesc structura sistemului. Chemarea subrutinelor tip se realizează conform succesiunii logice dată de topologia sistemului cu ajutorul une subrutine de control a secvenţei.

— După calculul parametrilor ce se repetă în sistem, condiţiile iniţiale ale variabilelor de stare ce se cer pe parcursul integrării, se trece la integrarea sistemului de ecuaţii corespunzător fiecărui component. Se apelează de asemenea subrutina STATE cu ajutorul căreia se calculează modulul de elasticitate, viscozitatea şi densitatea fluidului, în funcţie de presiune şi temperatură.

— Se apelează subrutinele pentru tipărirea rezultatelor şi reprezentarea grafică a variabilelor de stare ce se impun a fi cunoscute. În cadrul acestor subrutine sînt citate şi prelucrate informaţiile referitoare la spaţiul stărilor. Valorile maxime şi minime a variabilelor şi în funcţie de acestea factorii de scară corespunzători.

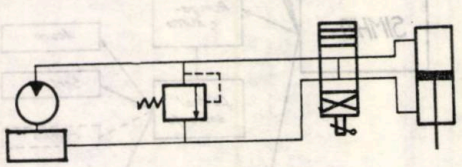


Fig. 5

Pentru a ilustra modul de utilizare a programului SIMHID pentru simularea sistemului hidraulic considerăm o structură de sistem hidraulic de poziţionare (fig. 5).

În această schemă s-a notat printr-un număr zecimal fiecare subsistem, iar printr-un număr încadrat $\boxed{\overline{X}}$ tipul acestuia. Intrările şi ieşirile fiecărui subsistem s-au numerotat cu cifre încercuite.

Conexiunea între diferitele subsisteme nu se poate realiza decît într-o ordine apriori impusă de fluxul informaţional şi energetic în sistem.

Topologia sistemului se poate descrie printr-o cartelă pe care se indică :

— Subsistemul, numărul de ordine, tipul, subsistemul cu care se cuplează pe intrare şi ieşire, porţi cu care se conectează.

Pentru structura considerată, topologia sitemului este descrisă în tabelul 1.

Tabelul 1

Denumirea subsistemului	Component Număr			Tip		Poarta I Component		Partea	Tip	Poarta II Tipul				Poarta III			
	1	2	3	4	5	11	12	13	15								
Pompă	2			6		1		2	1	3		2		7		3	
Linie	3			3		4		1	1	2		2					
Acumulator	4			1		3		1	1	5		1					
Elem. comandă + acţionare (sertar)	5			2		4		2	1	6		1					
Linie	6			3		5		2		7		2					
Teu	7			4		1		1		6		2		2		3	
Rezervor	8			5		7		1		2		1					

Asociind fiecărui subsistem un număr de ordine şi un număr ce defineşte tipul se poate întocmi topologia sistemului ca în figura 6.

Condiţiile iniţiale şi parametrii caracteristici ai fiecărui subsistem se introduc de asemenea prin intermediul cartelelor specifice pentru fiecare subsistem, datele fiind introduse pe cîmpuri de cîte 10 coloane.

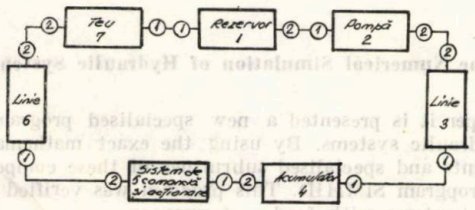


Fig. 6

Rezultatele simulării unui sistem hidraulic utilizînd limbajul SIMHID sînt satisfăcătoare [5].

Concluzii

Complexitatea problemelor legate de analiza şi sinteza sistemelor hidraulice determinată pe de o parte de modelele matematice neliniare a componentelor, iar pe de altă parte de problemele de interconectare a acestora într-o structură optimă, face dificilă o tratare riguroasă prin metode convenţionale.

Simularea numerică permite analiza şi sinteza sistemelor hidraulice pe baza modelelor exacte ale acestora cu considerarea variaţiei parametrului de stare ai fluidului (viscozitate, densitate, elasticitate).

Limbajul de simulare SIMHID este astfel organizat, încît poate fi simulată cu efort minim orice structură de sistem ce este alcătuit din subsisteme tip. Interconectarea diverselor subsisteme se realizează ţinînd seama de fluxul informaţional şi energetic asigurîndu-se un transfer dorit de energie între subsisteme. Cu ajutorul limbajului se poate realiza o proiectare structurală a sistemelor hidraulice alegîndu-se pe baza unor criterii globale de performanţă a subsistemelor optime şi topologia cea mai convenabilă pentru realizarea acestor criterii de performanţă. Limbajul poate fi utilizat şi pentru identificarea şi optimizarea parametrică a unor sisteme hidraulice.

Testarea limbajului pentru structuri tip de sisteme hidraulice a evidenţiat eficienţa acestuia pentru analiza unor asemenea sisteme.

BIBLIOGRAFIE

1. *K. Reid*, Matehamatical Modeling in the Design of Fluid Power Systems OSU, 1971.
2. *I. Dumitrache*, Algoritm pentru sinteza sistemelor cu reacţie după stare Automatica şi Electronica, nr. 1, 1974.
3. *H. E. Merritt*, Hydraulic Systems John Wiley, 1967.
4. *I. Dumitrache, I. Catană*, Proiectarea asistată de calculator a sistemelor de acţionare hidraulică .Comunicare la cea de a II-a Conferinţă naţională de Maşini-unelte, 1976.
5. *I. Dumitrache*, Unele probleme privind simularea numerică a sistemelor hidraulice. Comunicare la prima Conferinţă de sisteme informaţionale în industrie, Facultatea Automatică, 1975.

The Numerical Simulation of Hydraulic Systems

In this paper it is presented a new specialised program for numerical simulation of hydraulic systems. By using the exact mathematical models of different components and specialised subrutines of these components was developed a special propgram SIMHID. This program was verified for a some examples of hydraulic systems with food performances.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C. Z.: 62—51: 621.914

SIMULATION OF ADAPTIVE CONTROL FOR METAL CUTTING ON MILLING MACHINES

N. SPRÎNCEANĂ, R. DOBRESCU, TH. BORANGIU, FL. IONESCU, C. FRANCKENFELD*

This paper presents a numerical simulation algorithm of the adaptive control strategy with constraints for a milling process. The objective of the adaptive control is to maintain a constant load charging of the machine by changing the cutting depth and the feed rate. By means of mathematical description of cutting parameters, several types of milling processes can be tested without using the real machine tool.

The results demonstrate the advantages of the method and also the limitations as compared with an adaptive optimal control.

Introduction

The development of adaptive controlled equipment implemented on cutting machines represents a stringent task not only for their designers, but also for their uses. The increasing use of numerically controlled machine tools set the pace in the research concerning adaptive control, especially due to the fact that the high investments required by such machines demand a very efficient exploitation. At the same time, the numerical control equipments facilitate the generalisation which can be controlled in an adaptive fashion.

This paper presents a simulation algorithm for an adaptive control strategy with constraints (ACC) having the constant load of the machine as objective function.

Among the advantages of this method one can mention the posibility of evaluating the limitations of ACC strategy as compared with an adaptive optimal control (ACC), for exemple in the case of the specific cost minimization.

1. The mathematical characterisation of cutting parameters

The load rate for a machine can be determined by the instantaneous values of the following parameters :

$$\text{— Torque : } M = \frac{1}{2} 10^{-3} c_p z B^{U_p} s_d^{y_p} \cdot d^{1-q_p} \cdot t^{x_p} \quad (1)$$

$$\text{— Deflection moment : } M_i = f(a, b) \cdot c_p \cdot z \cdot B^{U_p} \cdot S_d^{y_p} \cdot d^{1-q_p} \cdot t^{x_p} \quad (2)$$

Having as constraints : the motor power limitation to the motor nominal power : $P_v = P(n, M, \eta) < P_N$ (3)

* Conf. dr. ing; Șef lucrări dr. ing; Asistent ing. Catedra automatică I; Asistent ing. Catedra Mașini-unelte și scule; Ing. cercetător Catedra automatică I.

Manuscript received 27 Iuly 1977.

The chip load (feed per tooth) : $s_d = \dfrac{w_s}{z \cdot n} < S_{d.\max,adm}$ (4)

Cutting depth : $t < t_{\max}$ (5)

where :

c_P — parameter depending on material and the milling type for homogenous materials = constant ;
z — tooth number of the tool ;
B — cutting width, in mm ;
w_S — table feed rate, in mm/min ;
d — tool diameter, in mm ;
t — cutting depth, in mm ;
x_P, y_P, q_P, u_P — constants depending on material and tool ;
$f(a, b)$ — function depending on tool design (a) and the work piece position (b) ;
n — spindle speed, in c.p.m.
M, M_i — torque and deflection moment, in kgf.m.
P_V — power at spindle, in kW ;
P_N — motor nominal power ;
η — electrical efficiency.

From (1) and (2) one can see that M and M_i characterise in a similar manner the machine load. Therefore, only the torque has been used to characterise the machine load in the simulation algorithm.

A practical value for M is :

$$M = \min (M_{\max}, M_{i\,\max})$$

The maximum permitted values for M are esta blished from technological reason by considering the tool and spindle torque.

$$M_{\max} = \min (M_{\max.tool}, M_{\max.spindle}) \quad (6)$$

The feed rate w_S is used for calculating M_0. The effect of vibrations has been neglected.

Two cases have been considered in order to establish the influence of the material properties on metal cutting, namely c = constant (homohenous materials) and c_p =var (non homogenous materials).

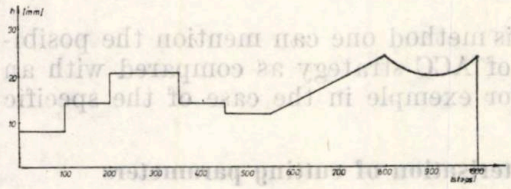


Fig. 1

The simulation of non homogenous zones of the material allowed the generalisation of the control algorithm to all practical situations.

The value of the machining oversize has a random variation on the machining surface. Therefore, the generation of the work piece profile used in the simulation has been performed as shown in Figure 1.

The mathematically described profile employes step, ramp and sine functions, which allow to crate a general model with random material properties.

The spindle speed has been considered as constant. Also, since the machine tool allows only succesive actuations of the shafts, the changes in machine load can be made only by changing the feed rate (at constant depth) or by decreasing the cutting depth.

The controls for changing w and t depend on types of tool and materials by changes of the initial conditions in the expression :

$$\Gamma = \frac{1}{2}\, 10^{-3}\, c_p \cdot z^{(1-y_p)} \cdot B^{u_p} \cdot d^{(1-q_p)} \cdot n^{(-y_p)} \qquad (7)$$

Thus (1) becomes : $M = \Gamma \cdot w_s^{y_p} \cdot t^{x_p}$ (8)

or : $M = \Phi\,(w_s, t)$. (9)

The values of the torque are simulated in a sampled from by the cutting depth at the i-th step and by the feed rate at the $(i-1)$ th step. The adaptive control program makes use for displacement information produced by the numerical control equipment.

2. The adaptative cotrol strategy

The simulation process has the following as initial data : the maximum torque, maximum feed rate, minimum feed rate, spindle speed, the constants which characterise the tool, the work piece and the cutting type.

The cutting process starts at the desired final dimension. If the torque is below the imposed limit, the feed rate is increased. When the maximum value of the torque is exceeded, the feed rate is decreased toward the minimum limit. When the maximum torque is exceeded and the feed rate has reached the minimum, the tool is raised at an angle α (the value of α is modified function of the dynamic behaviour of the actuation system ; the value of 75° has been used for α) until the torque decreases bellow its limit value. The size dimension corresponding to the first depth modification is stored, such that the cutting in the next cycle can resum from the same point.

A milling cycle is finished when, after a number of raises of the tool, the maximum torque cannot be reached again at the maximum feed speed, or when the machining oversize has been removed on the whole length.

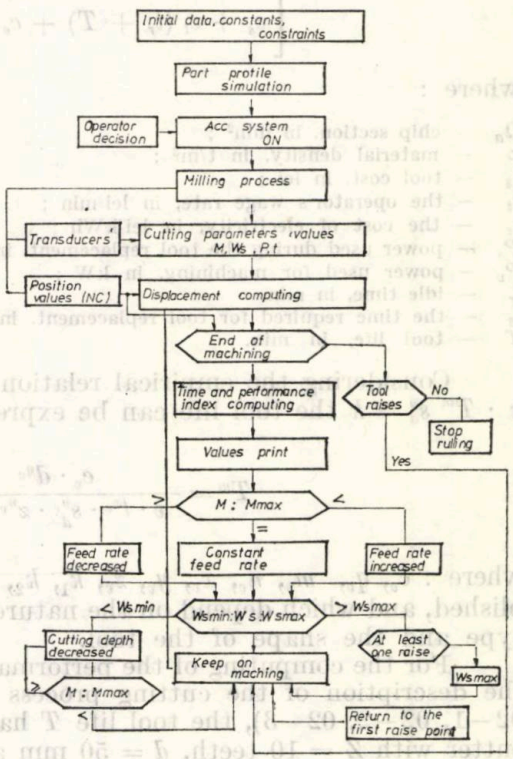


Fig. 2

Figure 2 presents the flowchart of the program written for the purpose of simulation.

The computer simulation of the work piece profile has imposed two files with direct access in order to update the profile at the $(m+1)$-th cycle with respect to the m-th. The first point within a cycle m, at which the tool raises, the number of raises in the m-th cycle, the final dimension after cycle m, the points which define the non homogenous zones are also stored.

Each computational step point out the cycle number, the number of raises per cycle, the computational step within the cycle, the torque value, the cutting depth, the machining oversize, the feed rate of the table, the machining time within a step and the real milling time within a cycle.

A global performance index based on the time to produce a part and the production cost makes possible a complete characterisation on the cutting process.

It is expressed as the ratio between the amount of removed excess material and the unit, cost and is given by :

$$I = \frac{10^{-6} \cdot \Omega_a \cdot z \cdot n \cdot s_d \cdot \rho}{\left[c_s + c_t (t_r + T) + c_e \left(P_v + P_s \frac{t_s}{T}\right)\frac{T}{60}\right] T^{-1}} \tag{10}$$

where :

Ω_a — chip section, in mm² ;
ρ — material density, in t/m³ ;
c_s — tool cost, in lei ;
c_t — the operator's wage rate, in lei/min ;
c_e — the cost of electricity, in lei/kWh ;
P_s — power used during the tool replacement, in kW ;
P_v — power used for machining, in kW ;
t_r — idle time, in min.
t_s — the time required for tool replacement, in min.
T — tool life, in min.

Considering the empirical relation attributed to F.W. Taylor [5] $v \cdot T^m s_d^y = k$ the tool life can be expressed in the following way :

$$T^m = \frac{c_v \cdot d^{q_v}}{v \cdot t^{x_v} \cdot s_d^{y_v} \cdot z^{n_v} B^{z_v}} k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \tag{11}$$

where : c_v, q_v, m_v, n_v, x_v, y_v, z_v, k_1, k_2, k_3 are constants, empirical established, and which depend on the nature of the part material, the milling type and the shape of the tool.

For the computing of the performance index which will be drawn in the description of the cutting process (particular simulation programs 02—1, 02—2, 02—3), the tool life T has been established for a fish tail cutter with $Z = 10$ teeth, $d = 50$ mm and an OL—40 steel work piece, with aditional parameters [4]

x_v	y_v	z_v	m_v	n_v	q_v	k_1	k_2	k_3	c_v
0,3	0,4	0,1	0,33	0,1	0,45	0,72	0,5	1	55

The resulting relation for T is :

$$T = \left(\frac{380}{S_d^{0,4} \cdot n \cdot t^{0,3}} \right). \tag{12}$$

3. Comments of the simulation results

The simulation programs have been obtained using a FELIX C—256 Computer.

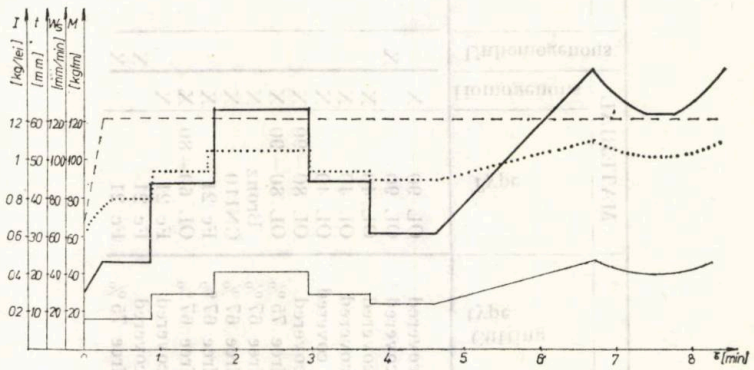


Fig. 3

The main characteristics of the tested cutting processes are presented in table 1, according to work pieces with oversize as shown in fig. 1.

Four types of milling cutters have been taken into account : cylindrical cutter (C), fish tail cutter (CF), profiling cutter (P) and side-mill (S).

For the most representative exemple the $M = f(\tau)$, $w_s = f(\tau)$, $t = f(\tau)$ and $I = f(\tau)$ curves have been drawn.

The first analised situation (0.2.1.) corresponds to the case in which the jump of the torque due to the profile changing don't reach its maximum value. Cutting is finished in one machining cycle with constant feed rate ($w_{max} = \max$).

In case 02.2. a decreased initial maximum admissible torque, and a greater chip load cause a sudden increase of the feed rate and after

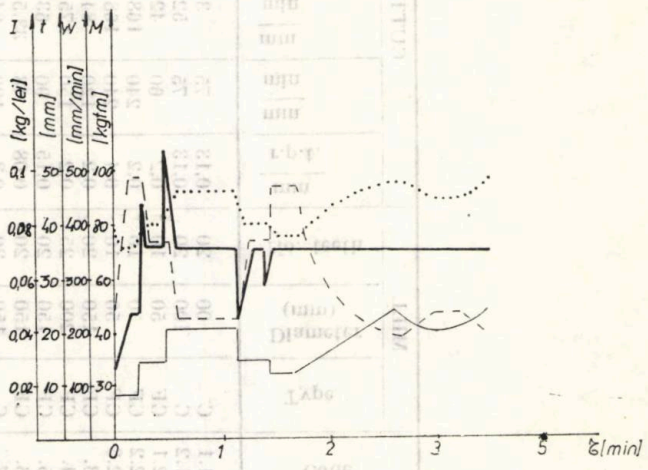


Fig. 4

Table [1]

Code	MILL			CUTTING PARAMETTERS							MATERIAL		Unhomogenous	RESULTS		
	Type	Diameter (mm)	No. teeth	mm / r.p.t.	mm / min	mm / min	mm / min	Torque	Spindle speed	Cutting type	Type	Homogenous		Real cutting time	No. of machining cycles	Comments
01.1	C	00	20	0,13	75	3	0	280	28	covered	OL 90	X		22,62	3	Fig. 7
01.2	C	100	20	0,13	75	52	140	280	28	covered	OL 90		X	24,76	5	Fig. 8
02.1	CF	50	10	0,2	60	42	120	280	30	covered	OL 40	X		8,40	1	Fig. 3
02.2	CF	50	10	0,2	240	168	480	70	120	covered	OL 40	X		3,57	1	Fig. 4
02.3	CF	50	10	0,4	240	168	480	70	60	covered	OL 40	X		6,06	3	Fig. 5, 6
03.	CF	150	20	0,2	120	84	240	280	30	covered	OL 80—90	X		11,08	3	
04.	CF	200	25	0,2	150	175	300	280	30	free 75%	OL 80—90	X		8,88	3	
05.	CF	150	20	0,15	90	63	180	280	30	free 67%	Bronz	X		5,60	1	
06.	CF	150	20	0,08	48	33,5	96	280	30	free 67%	CN110	X		10,50	1	
07.	C	150	20	0,2	120	84	240	280	30	free 67%	Fc 21	X		4,2	1	
08.	P	150	20	0,04	24	16,7	48	280	30	free 67%	OL 60—80	X		23,76	1	
09.1	S	150	20	0,07	42	29,4	84	140	30	covered	Fc 21	X		63,76	4	
09.2	S	150	20	0,07	42	29,4	84	140	30	covered	Fc 21		X	67,27	10	
10.	P	50	10	0,2	12	8,4	24	50	50	free 75%	Fc 21		X	42,01	1	

that, at the exceeding of the maximum torque the feed rate decreases up to a satisfactory value of the machine charge. The maximal value of the torque was, for a short time, $M = 1.5\ M_{max}$.

A comparison between these results assigns the importance of a correct choise of the spindle speed, in order to insure a must eeficient milling process.

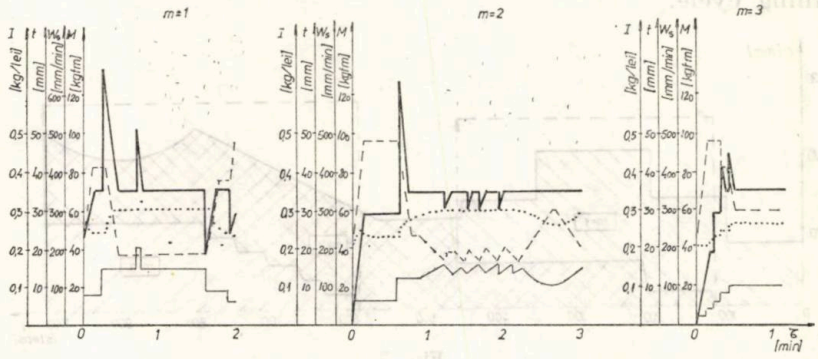


Fig 5

In the second case, for the same feed $s_d = 0{,}2$ the cutting process has been more intensive, as can be seen through the real machining time ratio : $t_{m_1}/t_{m_2} = 0.4$..

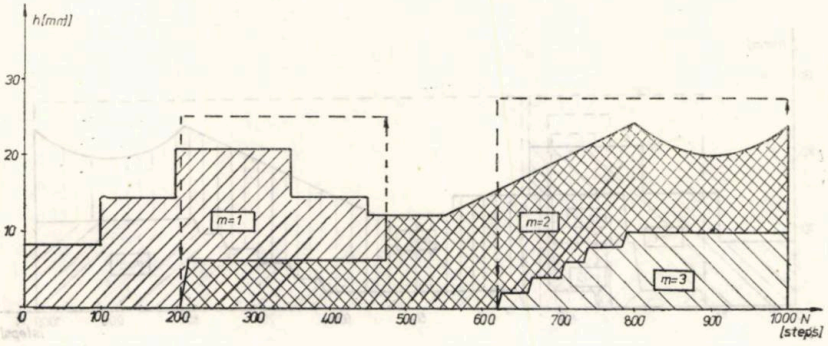


Fig. 6

The cutting intensification above mentioned determines a more rapide wear of the tool, and therefore a decreased performance index ($I_{med2} = 0{,}088$ resp. $I_{med\,1} = 0.95$).

Both situations lead to the conclusion that the performance index varies in small limits with respect to sudden changings of feed rate and cutting depth.

Another feed s_d has been used in programm 0.—2—3 at same limits of w_s. Spindle speed has been halved.

As a result, the charge rate of the machine has been greater and so three machining cycles have been necesary in order to mill the work

piece. (Machining time 6.06. min). An increasing of the performance index during cycle 1 ($I_{med} = 0.28$) would have been possible only by spindle speed changing.

It is important to point out the charge of the machine (1.91 M_{max}), although, the main drive motor was under charged.

Figure 6 presents the initial oversize and those resulting after each machining cycle.

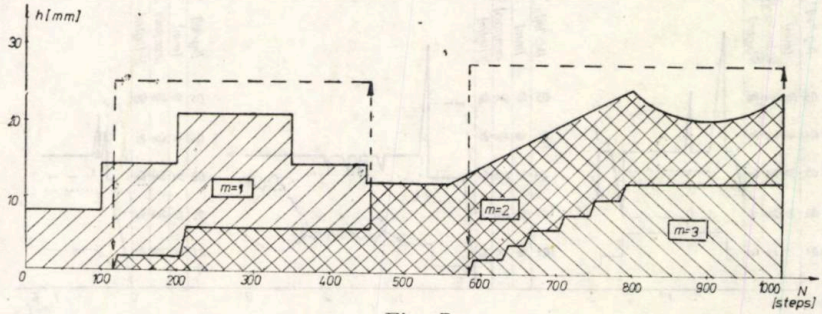


Fig. 7

Programs 01.—1 and 02.—2 offer a comparison between the behaviours of the machine for homogenous and non homogenous work pieces. As shown in figures 7 and 8, the number of machining cycles has raised from 3 to 5 in exemple 01—2, with a 10% additional machining time.

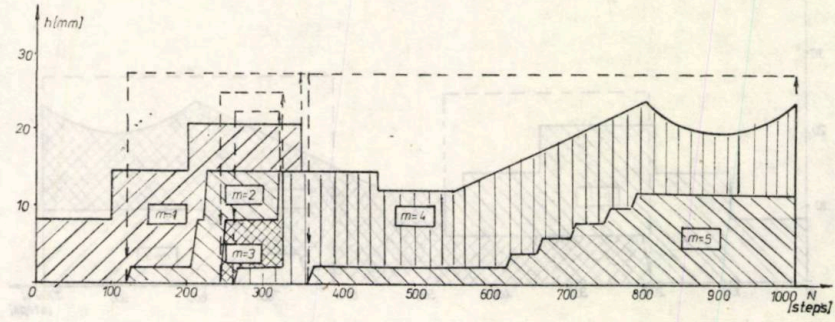


Fig. 8

Conclusions

The simulation of the adaptive control of any milling process allows the testing of the facilities and limits of an ACC system, before implementing a more or less expensive equipment.

The simulation algorithm offers the possibility to establish the structure of an ACC equipment, by determining the programmable values (initial and final port dimensions, feed and spindle speed), the measured process values (torque, deflection moment, mill position, feed rate and

optional main current and vibrations), the initial constraints (maximum admisible values for : cutting depth, torque and optional main current and vibrations). In this way a design of the system components, which assure the required data processing and computing becomes possible.

Such an equipment provides a controlled charging of the machine, in particular for heavy cut operations. This will cause, in certain limits, an increasing of the productivity, without overexceeding the imposed restrictions.

As resulted from the above analyse, the limit chärging of the machine can be obtained in several speed operating conditions, and sometimes important wears of the tool appear.

For a more efficient machine drive the use of an adyptive control, strategy which has to assure extremisation of an overall performance index in the conditions of the above mentioned constraints has to be taken into account.

BIBLIOGRAPHY

1. *Athans, M., Falb, P.*, Optimum control, New York, Mc. Graw-Hill Book Company, 1966.
2. *Mathias, R. A.*, En Effective Sytem for Adaptive Control of the Milling Process, ASTME Paper No MS 68, p. 968, p. 202—210.
3. *Milner, D. A.*, Adaptive Control of Feedrate in the Milling Process. Int. J of Mach Tool Des. Res. Vol. 14, 1974, Program Press.
4. *Sprînceană, N., Borangiu, Th. Dobreascu, R., Ionescu, Fl., Frankenfeld, C.* Simularea unui sistem de reglare adaptivă a mașinilor-unelte. Sesiunea de comunicări „Progrese în automatizări" Academia RSR, 1975.
5. *Duca, Z.* Bazele teoretice ale prelucrărilor pe mașini — unelte. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967.

Simularea comenzii adaptive a procesului de așchiere pe mașinile de frezat plan

Lucrarea prezintă un algoritm numeric de simulare a strategiei de comandă adaptivă cu restricții a unui proces de frezare.

Obiectul comenzii adaptive este de a menține încărcarea mașinii de frezat la un nivel constant prin schimbarea adîncimii de așchiere și a avansului. Folosind descrierea matematică a parametrilor așchierii, pot fi încercate prin simulare mai multe tipuri de procese de așchiere fără a se folosi mașina-unealtă reală.

Rezultatele prezintă avantajele și limitele metodei în comparație cu un sistem de comandă adaptivă optimală.

optional main current and vibrations), the initial constraints (maximum admissible values for : cutting depth, torque and optional main current and vibrations). In this way a design of the system components, which assure the required data processing and computing becomes possible.

Such an equipment provides a controlled charging of the machine, in particular for heavy cut operations. This will cause, in certain limits, an increasing of the productivity, without overexceeding the imposed restrictions.

As resulted from the above analyse, the limit charging of the machine can be obtained in several speed operating conditions, and sometimes important wears of the tool appear.

For a more efficient machine drive the use of an adyptive control, strategy which has to assure extremisation of an overall performance index in the conditions of the above mentioned constraints has to be taken into account.

BIBLIOGRAPHY

1. *Arians, M., Pala, P.* Optimum control. New York. Mc. Graw-Hill Book Company, 1966.
2. *Mathias, R. A.* En Effective Sytem for Adaptive Control of the Milling Process. ASTME Paper No MS 68. p. 968. p. 202–210.
3. *Milner, D. A.* Adaptive Control of Feedrate in the Milling Process. Int. J. of Mach Tool Des. Res. Vol. 14. 1974, Program Press.
4. *Sprinceană, N., Borangiu, Th. Dobrescu, R., Ionescu, Fl., Frankenfeld, C.* Simularea unui sistem de reglare adaptivă a mașinilor-unelte. Sesiunea de comunicări „Progrese în automatizări" Academia RSR, 1975.
5. *Duca, Z.* Bazele teoretice ale prelucrărilor pe mașini — unelte. Editura Didactică și Pedagogică. Bucureşti, 1967.

Simularea comenzii adaptive a procesului de așchiere pe mașinile de frezat plan

Lucrarea prezintă un algoritm numeric de simulare a strategiei de comandă adaptivă cu restricții a unui proces de frezare.

Obiectul comenzii adaptive este de a menține încărcarea mașinii de frezat la un nivel constant prin schimbarea adâncimii de așchiere și a avansului. Folosind descrierea matematică a parametrilor așchierii, pot fi încercate prin simulare mai multe tipuri de procese de așchiere fără a se folosi mașina-unealtă reală.

Rezultatele prezintă avantajele și limitele metodei în comparație cu un sistem de comandă adaptivă optimală.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C. Z.: 519.27: 62—52

DESPRE CONSISTENȚA ESTIMAȚIEI CELOR MAI MICI PATRATE

P. STOICA, ANCA STOICA*

În acest articol sînt investigate proprietățile de consistență ale estimatorului celor mai mici pàtrate aplicat sistemelor discrete, fără reacție.

De asemenea, pentru unele sisteme particulare, este prezentată o analiză detaliată a estimației celor mai mici pătrate

Introducere

Metoda de identificare a celor mai mici pătrate (cmp) este poate cea mai cunoscută procedură de estimare a parametrilor sistemelor discrete liniare descrise de ecuații cu diferențe. Totuși proprietățile de consistență ale estimației sînt confuz înțelese de o măre parte a cercetătorilor în domeniu [2], [3], [4].

Rezultatul principal al acestui articol este stabilirea foarte clară a faptului că necorelareă reziduurilor este o condiție suficientă pentru consistență, dar nu și necesară. În plus estimația cmmp este analizată în cazul unor sisteme particulare.

1. Formularea problemei

Fie sistemul stocastic discret descris prin

$$A(q^{-1})\, y(t) = B(q^{-1})\, u(t) + v(t) \quad v(t) = H(q^{-1})\, e(t) \tag{1}$$

unde :

$y(t)$ = ieșire $u(t)$ = intrare

$e(t)$ = zgomot alb de medie zero și dispersie λ^2.

$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_{na}\, q^{-na}$ — stabil

$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \ldots + b_{nb}\, q^{-nb}$

$H(q^{-1})$ = filtru stabil

q^{-1} = operator de întîrziere, adică $q^{-1}\, y(t) = y(t-1)$.

Acest articol a fost susținut în seminarul științific „Tehnici de reglare și identificare" al catedrei Automatică II.

Manuscris predat redacției la data de 28 februarie 1978.

* Asistent ing. Catedra automatică II ; Cercetător științific ing. la Institutul pentru Tehnică de Calcul.

Pentru a simplifica analiza se consideră că sistemul este în buclă deschisă ($u(t)$ și $e(s)$ sînt independente $\forall t, s$). În metoda cmmp modelul cu care se încearcă aproximarea procesului (1) este următorul

$$\hat{A}(q^{-1})y(t) = \hat{B}(q^{-1})u(t) + \varepsilon(t) \tag{2}$$

$\varepsilon(t) =$ reziduuri

$$\hat{A}(q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1 q^{-1} + \ldots + \hat{a}_{\hat{na}} q^{-\hat{na}}$$

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{b}_1 q^{-1} + \ldots + \hat{b}_{\hat{nb}} q^{-\hat{nb}}$$

Parametrii modelului (2) sînt căutați în domeniul compact

$$\Omega = \begin{cases} \hat{A}(z) \text{ cu toate zerourile în exteriorul cercului } |z| = 1 \\ \{\hat{b}_i\} < \infty \end{cases} \tag{3}$$

Reunim în vectorul $\hat{\theta}$ parametrii necunoscuți ai modelului

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \ldots \hat{a}_{\hat{na}}\ \hat{b}_1 \ldots \hat{b}_{\hat{nb}}]^T \tag{4}$$

Estimația cmmp a vectorului parametrilor (4) este

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta} W(\theta) \quad W(\theta) \triangleq \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \varepsilon^2(t) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} [y(t) - \varphi^T(t)\theta]^2$$

$$\varphi^T(t) \triangleq [-y(t-1) \ldots - y(t-\hat{na})\ u(t-1) \ldots u(t-\hat{nb})] \tag{5}$$

Derivînd funcția de pierdere $W(\theta)$ se obține

$$W_\theta = -\frac{2}{N}[\varphi(t)\, y(t) - \varphi(t)\, \varphi^T(t)\theta]$$

$$W_{\theta\theta} = \frac{2}{N}\varphi(t)\, \varphi^T(t) \tag{6}$$

Dacă $W_{\theta\theta} > 0$ atunci din (5) și (6) rezultă imediat relația cunoscută a estimatorului cmmp

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, \varphi^T(t)\right]^{-1} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, y(t) \tag{7}$$

Acum, $\hat{\theta}$ este o estimație consistentă a coeficienților polinoamelor $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ dacă

$$\lim_{N\to\infty} \hat{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{na} \\ 0 \\ \vdots \\ \hline b_1 \\ \vdots \\ b_{nb} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{8}$$

Deoarece $\hat{\theta}$ este o variabilă stocastică tipul de convergență trebuie specificat. În acest articol este utilizată convergența cu probabilitatea unu (cp1), care are unele avantaje practice asupra celorlalte tipuri de convergență [1].
Fie

$$n^* \triangleq \min (\widehat{na} - na, \widehat{nb} - nb)$$

Considerînd $n^* \geqslant 0$, condiție evident necesară pentru consistență, din (1) și (7) se obține

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{na} \\ 0 \\ \vdots \\ \hline b_1 \\ \vdots \\ b_{nb} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} + \left[\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, \varphi^T(t)\right]^{-1} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, v(t) \tag{9}$$

În consecință $\hat{\theta}$ este o estimație consistentă dacă și numai dacă

$$\lim_{N\to\infty} \left[\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, \varphi^T(t)\right]^{-1} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, v(t) = 0 \quad cp1 \tag{10}$$

Impunînd condiții slabe asupra lui $u(t)$*) și utilizînd rezultatele de ergodicitate stabilite în [6], (10) devine

$$[E\varphi(t)\,\varphi^T(t)]^{-1}\,E\varphi(t)\,v(t) = 0 \tag{11}$$

sau ținînd cont și de (6)

$$R \triangleq E\varphi(t)\,\varphi^T(t) > 0 \tag{12}$$

$$E\varphi(t)\;v(t) = 0 \tag{13}$$

Relațiile (12) și (13) exprimă condițiile necesare și suficiente pentru ca estimația cmmp să fie consistentă. În continuare ele sînt analizate pe rînd.

2. Analiza matriceală

Rezultatul principal privind relația (12) este teorema 1.

Teorema 1

a) Fie $u(t)$ un semnal persistent (*sp*) de ordin $\geqslant \widehat{nb}$ (pentru definiție v. Apendix-ul). Atunci $R > 0$.

b) Dacă $u(t)$ nu este *sp* de ordin $\geqslant \widehat{nb}$ atunci R este singular ($\geqslant 0$).

Demonstrație :

a) Fie $x(t)$ componenta lui $y(t)$ datorată intrării $u(t)$ iar $z(t)$ partea datorată zgomotului :

$$y(t) = x(t) + z(t)$$

$$A(q^{-1})\,x(t) \triangleq B(q^{-1})\,u(t)\;\; A(q^{-1})\,z(t) \triangleq v(t) \tag{14}$$

Atunci

$$R = E\begin{bmatrix} x(t-1) \\ \vdots \\ x(t-\widehat{na}) \\ u(t-1) \\ \vdots \\ u(t-\widehat{nb}) \end{bmatrix} [x(t-1) \ldots x(t-\widehat{na})\,u(t-1) \ldots u(t-\widehat{nb})] +$$

---

* Să fie de forma $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ unde $u_1(t)$ = zgomot alb filtrat

$u_2(t)$ = semnal deterministic periodic

Una din componente poate să lipsească.

$$+ E \begin{bmatrix} z(t-1) \\ \vdots \\ z(t-\hat{na}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} [z(t-1) \ldots z(t-\hat{na})\ 0 \ldots 0] \qquad (15)$$

Considerînd că $H(q^{-1})$ nu are nici un zero pe cercul unitar rezultă că $z(t)$ este *sp* de un ordin arbitrar de mare. Atunci, dacă $u(t)$ este *sp* de ordin $\geqslant \hat{nb}$, aplicînd lema 2 demonstrația primei părți a teoremei (suficiența) este terminată.

b) Dacă $u(t)$ nu este *sp* de ordin $\geqslant \hat{nb}$ atunci prin aplicarea lemei 1 rezultă imediat și asertiunea a doua a teoremei (necesitatea).

Consecința imediată a teoremei 1 este că $u(t) = sp$ de ordin $\geqslant \hat{nb}$ este o condiție necesară pentru consistență.

Pentru a completa analiza condițiilor în care estimația cmmp este consistentă mai rămîne să analizăm relația (13).

Este evident că $v(t)$ = zgomot alb ($H(q^{-1}) \equiv 1$) este o condiție *suficientă* pentru consistență. Mai mult, dacă se cere consistența estimației pentru orice $\hat{na}$, $\hat{nb}$ atunci $v(t)$ = zgomot alb este și o condiție necesară. Totuși este destul de clar că, în cazul în care problema consistenței este pusă pentru $\hat{na}$, $\hat{nb}$ fixați vor exista și zogomote $v(t)$ corelate care vor produce estimații ale cmmp consistente. Unele exemple în acest sens sînt date în Apendix.

3. Analiza operatorială

În continuare condițiile suficiente în care estimația cmmp este consistentă sînt stabilite utilizînd o abordare diferită de aceea din paragraful precedent.

Teorema 2 Dacă $n^* \geqslant 0$, $u(t) = sp$ de ordin $\geqslant \hat{nb}$ și $v(t)$ = zgomot alb atunci estimația cmmp este consistentă.

Demonstrație :

Funcția de pierdere (5) se poate pune sub forma

$$W(\bar{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} [\bar{A}(q^{-1})\, y(t) - \bar{B}(q^{-1})\, u(t)]^2 =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \left[\frac{\bar{A}(q^{-1})\, B(q^{-1}) - A(q^{-1})\, \bar{B}(q^{-1})}{A(q^{-1})}\, u(t) + \frac{\bar{A}(q^{-1})}{A(q^{-1})}\, e(t) \right]^2 \qquad (16)$$

Utilizînd teoria ergodică [6] şi faptul că $u(t)$ şi $e(s)$ sînt independente $\forall t, s$ se obţine

$$V(\bar{\theta}) \stackrel{\Delta}{=} \lim_{N\to\infty} W(\bar{\theta}) = \tag{17}$$

$$= E\left[\frac{\bar{A}(q^{-1})\,B(q^{-1}) - A(q^{-1})\,\bar{B}(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,u(t)\right]^2 + E\left[\frac{\bar{A}(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,e(t)\right]^2 \quad cp\ 1$$

Mai mult, deoarece $W(\bar{\theta})$ şi $V(\bar{\theta})$ sînt funcţii pătratice în $\bar{\theta}$ rezultă că în realizările (de măsură 1) în care $W(\bar{\theta})$ converge lă $V(\bar{\theta})$, convergenţa este uniformă. Se poate atunci demonstra [5] că minimul lui $W(\bar{\theta})$ (cel puţin pentru N suficient de mare) tinde cp 1 la minimul lui $V(\bar{\theta})$. Dar deoarece în afara compactului Ω considerat, (3), $W(\bar{\theta})$ este infinit, rezultă că

$$\min_{\bar{\theta}\in\Omega} V(\bar{\theta}) = \inf_{\bar{\theta}} V(\bar{\theta}) = Ee^2(t) \tag{18}$$

În consecinţă minimul $\hat{\theta}$ este dat de

$$\hat{A}(q^{-1}) = A(q^{-1}) \tag{19}$$

$$E\left[\frac{\hat{A}(q^{-1})\,B(q^{-1}) - A(q^{-1})\,\hat{B}(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,u(t)\right] = 0 \quad \text{cp1} \tag{20}$$

Deoarece $u(t)$ este sp de ordin $\geqslant \hat{nb}$ urmează din (20) că (v., de exemplu, [5])

$$\hat{B}(q^{-1}) = B(q^{-1}) \quad \text{q.e.d.} \tag{21}$$

În paragraful următor sînt analizate unele cazuri particulare interesante din punctul de vedere al aplicaţiilor.

4. Estimaţia CMMP pentru unele sisteme particulare

Sînt considerate următoarele două cazuri

a) $v(t)$ = proces autoregresiv, adică

$$H(q^{-1}) = \frac{1}{C(q^{-1})} \qquad C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \ldots + c_{nc}\,q^{-nc} \tag{22}$$

Dacă $n^* \geqslant nc$ şi $u(t) = sp$ de ordin $\geqslant \hat{nb}$ atunci aplicînd teorema 2 se obţine imediat

$$\hat{A}(q^{-1}) = A(q^{-1})\,C(q^{-1}) \quad \hat{B}(q^{-1}) = B(q^{-1})\,C(q^{-1}) \tag{23}$$

Forma particulară a estimației cmmp în această situație, (23) a fost exploatată, v. [5], [7], în sensul determinării din $\hat{A}(q^{-1})$ și $\hat{B}(q^{-1})$ a polinoamelor $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ și $C(q^{-1})$ utilizînd un test statistic pentru determinarea factorilor comuni.

b) $v(t)$ = zgomot de putere „mică", adică

$$S \triangleq Ee^2(t)/Eu^2(t) \to 0$$

Dacă $n^* = 0$ ($\widehat{na} = na$, $\widehat{nb} = nb$) și $u(t) = sp$ de ordin $\geqslant \widehat{na} + \widehat{nb}$ atunci estimația cmmp în cazul $S \to 0$ (zgomot neglijabil, este

$$\hat{A}(q^{-1}) = A(q^{-1}) + O(S) \quad \hat{B}(q^{-1}) = B(q^{-1}) + O(S) \tag{24}$$

Demonstrație: Fie

$$x \triangleq [\hat{a}_1 - a_1 \ldots \hat{a}_{na} - a_{na}\ \hat{b}_1 - b_1 \ldots \hat{b}_{nb} - b_{nb}]^T \tag{25}$$

Atunci prin scalarea funcției de pierdere se obține, după unele calcule simple

$$\widetilde{V}(x) = x^T \widetilde{R} x + Sh(x) \tag{26}$$

unde

$$\widetilde{R} = E \begin{bmatrix} \tilde{y}(t-1) \\ \vdots \\ \tilde{y}(t-na) \\ u(t-1) \\ \vdots \\ u(t-na) \end{bmatrix} [\tilde{y}(t-1) \ldots \tilde{y}(t-na)\ u(t-1) \ldots u(t-nb)] \tag{27}$$

$$A(q^{-1})\ \tilde{y}(t) = -B(q^{-1})\ u(t)$$

iar $h(x)$ nu interesează demonstrația. Derivînd (26)

$$\widetilde{V}_x(x) = 2\widetilde{R}x + O(S) \quad \widetilde{V}_{xx}(x) = 2\widetilde{R} + O(S) \tag{28}$$

Dar ipotezele făcute implică $R > 0$, [5]. În consecință teorema funcțiilor implicite [5] este aplicabilă și deci minimul lui (26) este

$$\hat{x} = O(S) \tag{29}$$

Q.E.D.

Observații:

i. Condiția impusă lui $u(t)$ în situația de mai sus este mai „tare" decît în cazurile anterioare

ii. Dacă $n^* < 0$ atunci $R \geqslant 0$ (pentru $S \to O$) și estimația cîmp nu există.

BIBLIOGRAFIE

1. *K. J. Åström*, Introduction to Stochastic. Control Theory, New York : Academic (1970).
2. *D. W. Clarke*, Generalized Least Squares Estimation of the Parameters of a Dynamic Model, lst IFAC symp on Identification in Automatic Control Systems, Prague (1967).
3. *P. Eykhoff*, System Identification – Parameter and State Estimation, London : Wiley (1974).
4. *S. Gentil, J. P. Sandraz, C. Foulard*, Different Methods for Dynamic Identification of an Experimental Paper Machine, 3 rd IFAC Symp on Identification in Automatic Control Systems, The Hague (1973).
5. *T. Söderström*, Automatica, vol. 10. pp 617 (1974).
6. *T. Söderström*, Problems of Control and Information Theory, vol. 4(2), pp. 131 (1975).
7. *P. Stoica*, Journal A, vol. 17 pp 151 (1976).

On The Consistency of the Least Squares Estimate

In this paper, the consistency properties of the least-squares estimator applied to open-loop , discrete-time systems are investigated.

A detalied analysis of the least-squares estimate for some particular systems is also presented.

APENDIX

A. *Semnale persistente*

$u(t)$ este un semnal persistent (*sp*) de ordin n dacă

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} u(t) \quad \text{şi} \quad r_u(k) \stackrel{\Delta}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} u(t)\, u(t+k)$$

există, iăr matricea simetrică

$$\begin{bmatrix} r_u(0) & r_u(1) \ldots r_u(n-1) \\ & r_u(0) \ldots r_u(n-2) \\ & \ldots r_u(0) \end{bmatrix}$$

este pozitiv definită.

Pentru unele proprietăţi ale *sp* v., de ex., [5].

B. Lema 1 Fie matricea simetrică

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

a) $A > 0$ dacă și numai dacă

$$A_{22} > 0 \text{ și } A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21} > 0$$

b). Dacă $A \geqslant 0$ și $A_{22} > 0$ atunci

$$A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21} \geqslant 0$$

Pentru demonstrație v., de ex., [5].

C. *Lema 2* Fie două matrici simetrice partiționate identic

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dacă $A \geqslant 0$, $A_{22} > 0$ și $B_{11} > 0$ atunci $A + B > 0$
Demonstrație :

$A \geqslant 0$ și $A_{22} > 0$ implică (lema 1) :

$$A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21} \geqslant 0 \text{ și deci}$$

$$A_{11} + B_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21} > 0$$

Aplicînd lema 1. a demonstrația este terminată.

D. *Contra exemple la neconsistența generală a estimației cmmp în cazul reziduurilor corelate.*
Fie sistemul

$$(1 + aq^{-1})\, y(t) = bq^{-1}u(t) + (1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + c_3 q^{-3})\, e(t) \quad (D1)$$

Se consideră următoarele două situații :
a) Fie $c_3 = 0$. Definim

$$r_{yv}(i) = Ev(t)\, y(t - i) \text{ și similar } r_v(i)$$

Atunci $r_{yv}(1) = r_v(1) - a r_v(2)$

Dar $r_v(1) = (c_1 + c_1 c_2)\lambda^2$

$r_v(2) = c_2 \lambda^2$

În consecință, dacă

$$c_1(1 + c_2) = a c_2 \quad (D2)$$

atunci $r_{yv}(1) = 0$ și deci estimația cmmp a părții deterministe a lui (*D*1) este consistentă pentru modele cu $\widehat{na} = 1$ $\widehat{nb} \geqslant 1$ (v. 13)).

b). Estimaţiile parametrilor lui (D1) vor fi consistente pentru modele cu $\widehat{na} = 1$ sau 2, $\widehat{nb} \geqslant 1$ dacă şi numai dacă

$$r_{yv}(1) = r_{yv}(2) = 0 \quad (D3)$$

După unele calcule simple (D3) este echivalent cu a cere parametrilor sistemului (D1) să satisfacă

$$\begin{aligned} c_1 + c_1c_2 + c_2c_3 &= 0 \\ c_2 + c_1c_3 - ac_3 &= 0 \end{aligned} \quad (D4)$$

Este destul de clar că există soluţii netriviale ale lui D2) sau (D4). Aceste soluţii sînt contraexemple la neconsistenţa generală a estimaţiei cmmp în situaţia $v(t)$ = zgomot corelat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 2

C.Z. 621—82

OPTIMIZAREA PARAMETRICĂ A SISTEMELOR ELECTROHIDRAULICE

ILIE CATANĂ *

Lucrarea se ocupă cu optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice folosind un criteriu integral pentru aprecierea globală a performanțelor. Utilizarea unei servovalve cu reacție statică de presiune a permis dimensionarea unui factor de amortizare corespunzător condițiilor rezultate din aplicarea criteriului de optimizare. Rezultatele obținute satisfac atit performanțele dinamice cit și rezerva de stabilitate necesară. Metoda prezentată oferă posibilitatea unei sinteze optime a sistemelor electrohidraulice din punct de vedere al stabilității și performanțelor dinamice.

Introducere

Cercetarea elementelor și sistemelor electrohidraulice în vederea determinării performanțelor tranzitorii și staționare implică cunoașterea modelelor matematice sub forma ecuațiilor diferențiale care să descrie univoc și cît mai complet caracteristicile fiecărui component sau ansamblu de componente interconectate funcțional. Dacă în prima etapă de dezvoltare a sistemelor hidraulice intuiția fizică a proiectantului a permis realizarea multor sisteme, astăzi exigența sporită privind condițiile de stabilitate, viteză de răspuns, precizie statică și dinamică, siguranță în funcționare, au redus la minimum posibilitatea realizării unor soluții intuitive. În acest context se pune problema proiectării pe cale analitică a sistemelor electrohidraulice de așa manieră încît să necesite cît mai puține modificări constructive la punerea lor în funcțiune. Rezolvarea cu succes a acestei probleme presupune elaborarea unor metode de investigație teoretică, și cercetare experimentală, de analiză și sinteză.

Cercetarea pe cale analitică a sistemelor electrohidrauluce pornind de la specificarea indicilor de performanță impuși parcurge trei etape importante :

— Stabilirea modelelor matematice pentru componentele și circuitele electrohidraulice aplicînd legile din mecanică, mecanica fluidelor și teoria circuitelor electrice și electronice, modele exprimate sub forma ecuațiillor diferențiale sau a funcțiilor de transfer.

— Prelucrarea matematică a modelelor obținute și determinarea comportării sistemelor în regim staționar și tranzitoriu.

— Optimizarea structurală și parametrică a sistemelor.

Primele două etape au făcut obiectul unor lucrări anterioare ale autorului [1, 2]. În cadrul celei de a treia etape se determină cea mai convenabilă configurație de sistem dintr-un anumit punct de vedere,

Manuscris predat redacției la data de 7 decembrie 1977.
* Asistent ing. Catedra de automatică I

apoi pentru o configuraţie dată se pune problema optimizării parametrice, adică a determinării parametrilor constructivi şi funcţionali care minimizează un criteriu de performanţă impus.

În ceea ce priveşte optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice problema se află abia la început. Există cîteva încercări menţionate în literatura de specialitate [3, 4], care se ocupă de aspecte particulare ale acestei probleme. Luarea în considerare a tuturor parametrilor

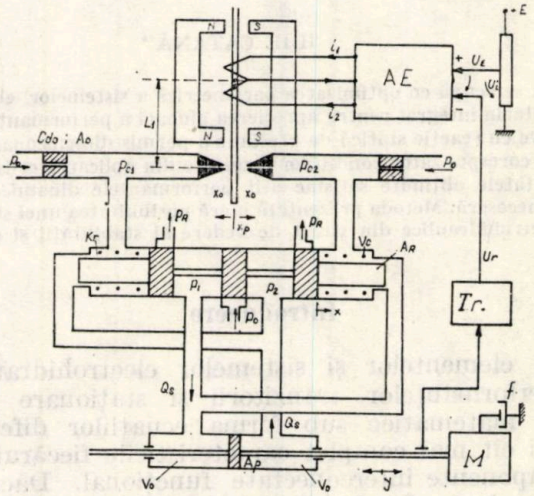


Fig. 1. Sistem electrohidraulic de poziţionare liniară

în vederea optimizării sistemului ar implica dificultăţi de calcul destul de mari şi uneori pentru anumite configuraţii de sistem ar fi chiar imposibil de realizat.

În lucrarea de faţă vom prezenta o metodă de optimizare comodă de aplicat sistemelor de gradul trei şi o vom aplica pentru optimizarea parametrică a sistemelor de poziţionare a sarcinilor inerţiale aşa cum se arată în figura 1.

Am folosit o servovalvă cu reacţie statică de presiune avînd în vedere posibilităţile pe care aceasta le oferă de a dimensiona un factor de amortizare corespunzător cerut de condiţia de stabilitate şi cea de funcţionare optimă.

1. Stabilirea modelului matematic al sistemului electrohidraulic.

Folosind dezvoltările matematice din lucrarea [2] obţinem schema funcţională a servovalvei cu reacţie statică de presiune din figura 2, unde am notat :

$$K_A = \frac{K_{p_0}^a K_1 L_1 \cdot A_c}{K_a K_e} \qquad (1)$$

este factorul de amplificare al amplificatorului hidraulic;

$$T_A = \frac{A_e^2}{K_{C_0}^a K_d} \tag{2}$$

constanta de timp;

$$K_S = \frac{A_R}{K_d} \tag{3}$$

factorul de transfer al reacţiei de presiune iar

$$K_d = K_r + K_B$$

Ecuaţia liniarizată de debit ce caracterizează în regim staţionar etajul de putere al servovalvei este dată de relaţia [6]:

$$Q_s = K_{Q_0} x - K_{C_0} p_s \tag{4}$$

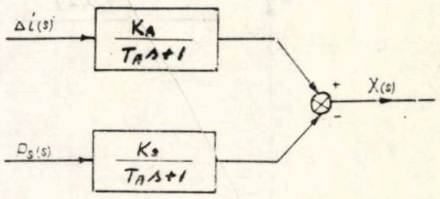


Fig. 2. Schema funcţională a servovalvei cu reacţie statică de poziţie.

unde $p_s = p_1 - p_2$ reprezintă presiunea la sarcină. Aplicînd ecuaţia de debit în regim dinamic celor două camere ale motorului hidraulic şi considerînd debitele din calea de reacţie neglijabil de mici obţinem:

$$Q_s = A_p \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \frac{V_0}{2E} \frac{\mathrm{d}\, p_s}{\mathrm{d}t} \tag{5}$$

Ecuaţia de echilibru dinamic al forţelor la servomotor şi sarcina inerţială cu frecare vîscoasă devine:

$$P_S A_p = M \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + f \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

Traductorul şi amplificatorul electronic care completează sistemul sînt elemente de tip proporţional caracterizat prin factorii de amplificare K_{tr} respectiv K_R.

În aceste condiţii relaţiile (4), (5), (6) şi schema funcţională din figura 2 ne permit să elaborăm o schemă funcţională pentru întregul sistem aşa cum se prezintă în figura 3.

Pentru un etaj de putere cu sertar avînd orificiile dreptunghiulare şi închidere ideală coeficientul debit-presiune K_{C_0} este extrem de mic în cazul ideal chiar zero în jurul punctului static de funcţionare din apropierea originii. Dacă ţinem cont de faptul că amplificatorul hidraulic are

o constantă de timp foarte mică față de alte întîrzieri din cadrul sistemului deci se poate neglija, atunci vom obține o schemă funcțională simplificată care ne permite să determinăm funcția de transfer a sistemului în circuit deschis astfel :

$$H(s) = \frac{K_v}{s\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1\right)} \tag{7}$$

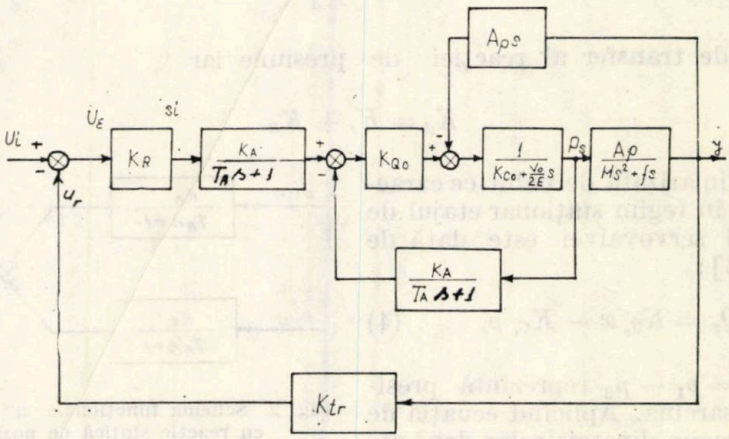


Fig. 3. Schema funcțională a sistemului de poziționare.

unde :

$$K_v = \frac{K_R K_A K_{Q_0} K_{tr}}{A_p} \tag{8}$$

reprezintă factorul total de amplificare de viteză ;

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4EA_p^2}{V_t M}} \tag{9}$$

pulsația naturală a oscilațiilor libere, iar

$$\zeta = \frac{K_{Q_0} \cdot K_s}{A_p} \sqrt{\frac{EM}{V_t}} + \frac{f}{4A_p} \sqrt{\frac{V_t}{ME}} \tag{10}$$

factorul de amortizare.

În absența reacției statice de presiune ($K_s = 0$) amortizarea sistemului este dată de prezența forțelor de frecare vîscoasă la sarcină și servomotorul hidraulic prinse în relația (10) cu ajutorul coeficientului f. Deși aceste forțe există ele au valori mici așa încît în sistemele cu sarcini inerțiale mari

contribuţia termenului al doilea din relaţia (10) la amortizarea sistemului devine neglijabilă. Trebuie să remarcăm faptul că pe seama acestui termen se obţin de obicei amortizări de ordinul de mărime 0,05—0,1 care sînt valori tipice pentru multe sisteme electrohidraulice. De aici rezultă importanţa deosebită a primului termen din relaţia (10) care este introdus de reacţia statică de presiune şi care poate fi dimensionat corespunzător cu valoarea factorului de amortizare cerut pentru *o* comportare stabilă, conform cu performanţele impuse sistemului.

2. Analiza stabilităţii sistemului electrohidraulic

Cu ajutorul modelului matematic exprimat de relaţia (7) vom determina condiţia de stabilitate absolută pe care trebuie să o satisfacă-parametrii funcţionali ζ, ω_n şi K_v. Funcţia de transfer a sistemului în circuit închis este dată de relaţia :

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{K_v}{\frac{s^3}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s^2 + s + K_v} \tag{11}$$

Aplicînd criteriul de stabilitate Hurwitz ecuaţiei caracteristice de gradul trei conform relaţiei (11) obţinem condiţia de stabilitate absolută

$$\frac{K_v}{\omega_n} < 2\zeta \tag{12}$$

Relaţia (12) reprezintă cea mai severă condiţie de stabilitate pentru sistemele electrohidraulice de conducere a sarcinlor inerţiale mari unde amortizările sînt extrem de mici iar pulsaţia oscilaţiilor libere rezultă de valori relativ mici. În astfel de sisteme valori tipice pentru ω_n sînt $5 \div 20$ rad/sec. Cu cît factorul de amortizare devine mai mare cu atît putem folosi amplificări mai mari în sistem fără să afectăm condiţia de stabilitate (12). Rezultă aşadar necesitatea de a realiza pe cale artificială o amortizare suplimentară în sistem aşa cum s-a făcut în exemplul analizat cu ajutorul reacţiei statice de presiune. Aceasta permite stabilirea pentru factorul total de amplificare valori într-un domeniu mai larg şi deci obţinerea unei comportări dinamice corespunzătoare cu respectarea condiţiei de stabilitate (12).

3. Optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice folosind criterii integrale patratice.

Determinarea optimă a parametrilor constructivi şi funcţionali pentru un sistem electrohidraulic vizează obţinerea acelui sistem care satisface cel mai bine criteriile de performanţă. Stabilitatea este performanţa fundamentală pentru orice sistem aşa încît trebuie satisfăcută întotdeauna. Pe lîngă aceasta se urmăreşte satisfacerea performanţelor legate de regimul staţionar şi tranzitoriu. O caracteristizare globală a

funcționării sistemelor se obține cu ajutorul unui indice de performanță exprimat sub forma unei funcționale liniare.

În cele ce urmează am folosit pentru caracterizarea sistemului o funcțională exprimată sub forma integralei :

$$J_0 = \int_0^\infty \varepsilon^2(t)\, dt \tag{13}$$

Dintre toate seturile de valori ale parametrilor pentru sistemele care satisfac condiția (12) de stabilitate se alege acelea care minimizează valoarea funcțională (13).

Pentru sistemul descris de funcția de transfer (11) semnalul de eroare la o intrare de forma treaptă unitară este dat de :

$$\varepsilon(s) = [1 - H_0(s)]\frac{1}{s} = \frac{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1}{\frac{1}{\omega_n^2}s^3 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s^2 + s + K_v} \tag{14}$$

Calculul integralei (13) devine extrem de laborios în domeniul timpului așa încît au fost dezvoltate procedee matematice adecvate care conduc la un calcul echivalent în domeniul frecvențelor [6] :

$$J_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty |\varepsilon(j\omega)|^2\, d\omega \tag{15}$$

Pentru cazul cînd transformata Laplace a semnalului de eroare se scrie sub forma :

$$\varepsilon(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0} \tag{16}$$

în lucrare [6] a fost calculată valoarea acestei integrale după cum urmează :

$$J_0 = \frac{b_2^2 C_0 C_1 + (b_1^2 - 2 b_0 b_2) C_0 C_3 + b_0^2 C_2 C_3}{2 C_0 C_3 (C_1 C_2 - C_0 C_3)} \tag{17}$$

Aplicînd relația (17) în cazul analizat și ținînd cont de (14) și (16), obținem :

$$J_0 = \frac{1}{2K_v} + \frac{2\zeta^2}{2\zeta\,\omega_n - K_v} \tag{18}$$

Așa cum era de așteptat indicele de performanță J_0 a rezultat ca o funcție de parametrii funcționali caracteristici pentru sistemul electrohidraulic

din figura 1, adică :

$$J_0 = f(\xi, \omega_n, K_v) \tag{19}$$

Avînd în vedere condiţia de stabilitate (12) această funcţie este definită pentru acele valori ale parametrilor care verifică condiţia :

$$K_v - 2\zeta\,\omega_n < 0 \tag{20}$$

fapt care face pozitivă valoarea lui J_0 întodeauna. La limita de stabilitate cînd $23\,\omega_n = K_V$ valoarea lui J_0 devine infinit de mare ceea ce concordă foarte bine cu înterpretarea geometrică a integralei (13).

Reprezentarea grafică a relaţiei (18) luînd ca parametru K_v, pentru un ω_n dat şi respectînd condiţia (20) s-a făcut în figura 4.

Valoarea minimă a indicelui de performanţă ; J_0 exprimat de relaţia (18) se obţine atunci cînd sînt satisfăcute condiţiile :

$$\frac{\partial J_0}{\partial \zeta} = 0 \quad \text{şi} \quad \frac{\partial J_0}{\partial K_v} = 0 \tag{21}$$

Rezolvînd sistemul (21) obţinem condiţiile de optim :

$$\zeta = 0{,}5 \qquad K_v = \frac{1}{2}\,\omega_n \tag{22}$$

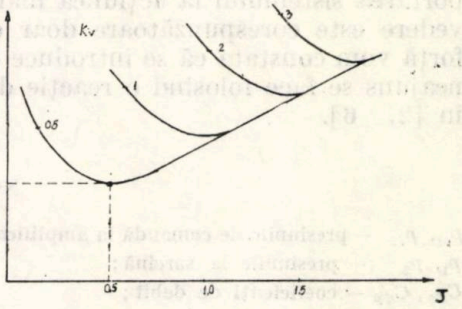


Fig. 4. Variaţia indicelui de performanţă în funcţie de parametrii sistemului.

Pentru această valoare a factorului de amortizare condiţia de stabilitate devine :

$$\frac{K_v}{\omega_n} < 1 \tag{23}$$

iar din condiţia de comportare optimă conform cu criteriul pătratic ales rezultă :

$$\frac{K_v}{\omega_n} = 0{,}5 \tag{24}$$

Rezultatele obţinute (23) şi (24) exprimă un fapt excepţional de important pentru sistemele de poziţionare electrohidraulice şi anume că optimizarea parametrică conduce la valori care satisfac cu o rezervă foarte bună condiţia de stabilitate absolută.

Concluziii

Metoda prezentată oferă posibilitatea optimizării parametrice a a sistemelor electrohidraulice de poziţionare avînd structura din figura 1.

Avînd în vedere că pulsaţia oscilaţiilor libere din sistem ω_n exprimată de relaţia (9) reprezintă o mărime dată pentru o configuraţie de

sistem şi o sarcină impusă, conform cu relaţia (22) rezultă şi valoarea factorului total de amplificare care asigură comportarea optimă în raport cu indicele de performanţă J_0. Folosind mai departe relaţia (8) putem determina apoi valoarea factorului de transfer al regulatorului electric de tip proporţional utilizat. Evident relaţia (8) permite o distribuire a amplificării pe diferite componente care trebuie făcută ţinînd cont de prezenţa neliniarităţilor din sistem atunci cînd vrem să completăm analiza considerînd şi efectele neliniare.

În legătură cu prima condiţie (22) trebuie să remarcăm deosebita importanţă pe care o prezintă posibilitatea unui factor de amortizare reglabil. Avem astfel la dispoziţie un mijloc de a fixa valoarea amortizării pentru a satisface condiţia de stabilitate iar în cadrul acesteia a condiţiei de comportare optimă.

În lucrarea de faţă am menţionat o metodă nedisipativă de energie pentru reglarea amortizării sub forma reacţiei statice de presiune. Comportarea sistemului la acţiunea mărimii de intrare din toate punctele de vedere este corespunzătoare doar dacă facem analiza la perturbaţia de forţă vom constata că se introduce o eroare de poziţie. Eliminarea acestui neajuns se face folosind o reacţie dinamică de presiune aşa cum se arată în [2, 6].

NOTAŢII

p_{c1}, p_{c2} — presiunile de comandă la amplificatorul hidraulic;
p_1, p_2 — presiunile la sarcină;
C_{d0}, C_{dp} — coeficienţi de debit;
K_r — constanta de elasticitate a arcurilor de centrare a sertarului de putere;
K_B — constanta forţelor Bernoulli;
K_d — constanta echivalentă de elasticitate;
L_1 — lungimea paletei;
A_R — aria suprafeţei de reacţie de presiune;
A_p — aria pistonului motorului hidraulic;
K_s — factorul de transfer al reacţiei de presiune;
K_p^0 — factorul de amplificare în presiune al amplificatorului hidraulic;
K_C^p — coeficientul debit-presiune;
K_{Q0} — factorul de amplificare în debit al etajului de putere;
K_{C0} — coeficientul debit-presiune la sertar;
V_0 — volumul jumătăţii cilindrului motorului hidraulic;
V_t — volumul total al motorului hidraulic;
E — modulul de elasticitate al fluidului de lucru;
f — coeficientul forţelor de frecare vîscoasă la sarcină şi motorul hidraulic;
M — masa sarcinii;
H — funcţia de transfer a sistemului deschis;
H_0 — funcţia de transfer a sistemului închis.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Catană*, Stadiul actual şi tendinţele cercetărilor teoretice şi experimentale asupra componentelor şi circuitelor electrohidraulice, Referat în cadrul tezei de doctorat IPB iulie 1976.

2. *I. Catană*, Metode de analiză şi sinteză a circuitelor electrohidraulice, Referat în cadrul tezei de doctorat IPB octombrie 1976.
3. *M. Guillan*, Hydraulic Control Systems London 1969.
4. *J. L. Shearer*, Control Enginering nr. 4, 1956.
5. *S. Florea, I. Catană*, Echipamente de automatizare hidraulice şi pneumatice IPB, 1977.
6. *A. Netushil*, Theory of automatic control Moscova, 1973.

The Parametrical Optimization ef the Electrohydraulic Systems

The paper is dealing with the parametrical optimization of the electrohydraulic systems, by using an integral form criterium for the transient performances analysis.

By implementation of a pressure static feedback to the hydraulic servovalve, the achieving to a proper optimum value of the damping ratio is possible.

This value is obtained corresponding to the above mentioned optimization criterium.

This original method, applied for the first time at the hydraulic control systems design, offers the opportunity of an optimum synthesis from the stability and dynamic performances viewpoint for this kind of problems.

I. P. „Informația" c. — 331

40.480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathematiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqués"., „Buletinul Politehnicii din Bucureşti", и Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIES ELECTROTEHNICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SÉRIE ELECTROTECHNIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les echanges de publications et les abonnamants est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1979 MAR 16

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XL NUMĂRUL 3 ANUL 1978,
IULIE—SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teodorescu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1979 MAR 14

Sumar

MATEMATICA

V. Prepeliță
Criterii de accesibilitate pentru sisteme dinamice cu derivate parțiale . . . 3

FIZICA

G. C. Moisil
Teorema imaginilor electrice pe sistemul film-strat de tranziție-substrat 9

Luminița Daniello, D. Iordache, Al. Lupașcu
On the Physical Characterization of the Dispersion Properties of the Radio-frequency Ferrimagnetic Materials 19

ELECTROTEHNICA

G. Hortopan, D. Nicolescu, N. Olariu
Regimul dinamic al barelor parcurse de curent 27

N. Galan
Cîmpul electromagnetic produs de o bobină circulară parcursă de curent alternativ în plăcile plane anizotrope 41

C. Marinov
On Nonlinear Network Equations 47

D. Stanciu
Despre reacția indusului în pompele electromagnetice de curent continuu . 57

ELECTRONICA

Ș. Bîrcă-Gălățeanu, I. Ionescu
Wide-band R C Amplifiers with *MFM* and *MFMD* Response 63

ENERGETICA

Marilena Ungureanu, D. Cristescu
Variația nivelului perturbator cu condițiile meteorologice 75

AUTOMATICA

I. Dumitrache, S. Dumitriu, Fl. Munteanu
Automatic Control of a Biochemical Fermentation Process 83

I. Catană
Utilizarea reacției dinamice de presiune la stabilizarea sistemelor electro-hidraulice 89

P. Stoica
Probleme ale modelului în identificarea sistemelor 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z.: 517.942

CRITERII DE ACCESIBILITATE PENTRU SISTEME DINAMICE CU DERIVATE PARTIALE

V. PREPELIȚĂ *

Se dau condițiile necesare și suficiente pentru accesibilitatea completă a unei clase de sisteme dinamice liniare cu derivate parțiale.

1. Sisteme liniare cu derivate parțiale

Considerăm spațiile vectoriale $X = R^n$, $U = R^m$, $Y = R^p$, numite respectiv *spațiul stărilor, intrărilor și ieșirilor.* Funcțiile $u : R^2 \to U$ și $y : R^2 \to Y$ se numesc *funcții de intrare,* respectiv *de ieșire.*

Definiția 1.1. Se numește *sistem liniar cu derivate parțiale* ansamblul $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ cu ecuațiile de stare și ieșire:

$$\frac{\partial^2 x(s,t)}{\partial s\, \partial t} = F_1 \frac{\partial x(s,t)}{\partial t} + F_2 \frac{\partial x(s,t)}{\partial s} - F_1 F_2 x(s,t) + G u(s,t) \qquad (1.1)$$

$$y(s,t) = H\, x\, (s,t) \qquad (1.2)$$

unde F_1 și F_2 sînt matrici permutabile de ordin n, G și H matrici $n \times m$, respectiv $p \times n$.

Aceste sisteme corespund sistemelor discrete cu mai mulți indici [1], [5] și [6].

Definiția 1.2. Starea $x_0 \in X$ se numește *stare inițială a sistemului* Σ dacă sînt verificate condițiile

$$x(s,0) = e^{F_1 s} x_0,\ x(0,t) = e^{F_2 t} x_0, \quad \forall\ s,\ t \geqslant 0 \qquad (1.3)$$

În [7] s-a demonstrat

Teorema 1.1. Starea sistemului Σ *care corespunde stării inițiale* x_0 *și funcției de intrare* $u(v, w)$ *este*

$$x(s,t) = e^{F_1 s + F_2 t}\, x_0 + \int_0^s \int_0^t e^{F_1(s-v) + F_2(t-w)}\, G\, u(v,w)\, dv\, dw \qquad (1.4)$$

Manuscris predat redacției la data de 6 aprilie 1978.
* Lector dr. Catedra de Matematici I.

2. Accesibilitate

Fie $\Sigma = (F_1, F_2; G; -)$

Definiția 2.1. Starea $x \in X$ este *accesibilă* dacă $\exists\ (s, t) \in R^2$ și funcția de intrare $u : [0, s] \times [0, t] \to U$ încît starea care corespunde stării inițiale $x_0 = 0$ și funcției de intrare u este $x = x(s, t)$.

Din teorema 1.1. obținem

Propoziția 2.1. Starea x este accesibilă $\Leftrightarrow$ există funcția de intrare u astfel încît

$$x = \int_0^s \int_0^t e^{F_1(s-v)+F_2(t-w)} G\, u(v, w)\, dv\, dw \tag{2.1}$$

Vom numi mulțimea A a stărilor accesibile *mulțimea de accesibilitate* a sistemului Σ.

Propoziția 2.2. Mulțimea de accesibilitate este subspațiu vectorial al lui X

Demonstrație. Fie $a, b \in R$, $x_1, x_2 \in A$; presupunem că x_1 și x_2 sînt accesibile respectiv cu funcțiile de intrare $u_1 : [0, s_1] \times [0, t_1] \to U$ și $u_2 : [0, s_2] \times [0, t_2] \to U$. Fie $s = \max(s_1, s_2)$, $t = \max(t_1, t_2)$. Definim funcțiile de intrare

$$\bar{u}_i(v, w) = \begin{cases} u_i(v - s + s_i, w - t + t_i) & \text{dacă } (v, w) \in [s - s_i, s] \times [t - t_i, t] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$i = 1,2$$

Atunci starea care corespunde intrării $a\bar{u}_1 + b\bar{u}_2$ este, cf. (2.1), cu schimbările de variabile $\bar{v} = v - s + s_i$, $\bar{w} = w - t + t_i$, $i = 1,2$:

$$\int_0^s \int_0^t e^{F_1(s-v)+F_2(t-w)} G[a\,\bar{u}_1(v, w) + b\bar{u}_2(v, w)]\, dv\, dw =$$

$$= a \int_0^{s_1} \int_0^{t_1} e^{F_1(s_1-\bar{v})+F_2(t_1-\bar{w})} G\, u_1(\bar{v}, \bar{w})\, d\bar{v}\, d\bar{w} +$$

$$+ b \int_0^{s_2} \int_0^{t_2} e^{F_1(s_2-\bar{v})+F_2(t_2-\bar{w})} G\, u_2(\bar{v}, \bar{w})\, d\bar{v}\, d\bar{w} = ax_1 + bx_2$$

deci $ax_1 + bx_2 \in A$.

Propoziția 2.3. Subspațiul A este invariant în raport cu Σ.

Demonstrație. Fie $x_1 \in A$; atunci există o funcție de intrare u_1 care duce originea în x_1. Fie x_2 starea în care este dus sistemul din starea inițială x_1 cu o funcție de intrare u_2. Considerăm intrarea

$$u(v, w) = \begin{cases} u_1(v, w) & \text{dacă } (v, w) \in [0, s_1] \times [0, t_1] \\ u_2(v - s_1, w - t_1) & \text{dacă } (v, w) \in [s_1, s_1 + s_2] \times [t_1, t_1 + t_2] \setminus \{(s_1, t_1)\} \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Din formulele (1.4) (pentru x_2) şi (2.1) (pentru x_1) rezultă că funcţia de intrare u duce sistemul din origine în x_2, deci şi $x_2 \in A$.

Definiţia 2.2. Sistemul Σ se numeşte *complet accesibil* dacă orice stare din X este accesibilă (deci dacă $A = X$).

În cele ce urmează vom da criterii de accesibilitate completă analoge celor de la sistemele dinamice liniare clasice, descrise de sisteme de ecuaţii diferenţiale [2], [3], [4]. Aceste rezultate se pot extinde la sisteme cu derivate parţiale de ordin $N > 2$. Prin dualitate se pot reformula criterii de observabilitate completă.

Definiţia 2.3. Se numeşte *matrice de controlabilitate* a sistemului Σ matricea

$$C_\Sigma = [G \vdots FG_1 \vdots \ldots \vdots F_1^{n-1}G \vdots \ldots \vdots F_1^i F_2^j G \vdots \ldots \vdots F_2^{n-1}G \vdots F_1 F_2^{n-1} \vdots \ldots \vdots F_1^{n-1}F_2^{n-1}G] \tag{2.2}$$

Teorema 2.1. Sistemul Σ este complet accesibil $\Leftrightarrow$

$$\text{rang } C_\Sigma = n \tag{2.3}$$

Demonstraţie. Presupunem rang $C_\Sigma < n$; atunci $\exists a \in X$ încît $a' C_\Sigma = 0$, de unde, folosind şi teorema Hamilton-Cayley, obţinem $a' F_1^i F_2^j G = 0$ $\forall i, j \geqslant 0$ şi apoi

$$a' e^{F_1 s} e^{F_2 t} G = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \cdot \frac{s^i}{i!} \cdot \frac{t^j}{j!} a' F_1^i F_2^j G = 0$$

Atunci, cf. (2.1), orice stare accesibilă x se află în hiperplanul $a'x = 0$ deci $A \neq X$; Σ nu este complet accesibil.

Reciproc, dacă X nu este complet accesibil, A este subspaţiu vectorial al lui X diferit de X, deci $\exists\, a \in R^n$ încît $a'x = 0$ $\forall\, x \in A$. Fie x starea corespunzătoare stării iniţiale nule şi funcţiei de intrare

$$u(v, w) = G' e^{F_1'(s-v) + F_2'(t-w)} a\,; \quad (v, w) \in [0, s] \times [0, t].$$

Înlocuind în formula (2.1) obţinem

$$O = a' x = \int_0^s \int_0^t \left\| G' e^{F_1'(s-v) + F_2'(t-w)} a \right\|^2 dv\, dw$$

deci $a' e^{F_1(s-v) + F_2(t-w)} G = 0 \quad \forall\, v \in [0, s], \forall\, w \in [0, t]$

Derivăm succesiv această relaţie în raport cu v sau w în punctele $v = s$, $w = t$; rezultă $a' F_1^i F_2^j G = 0 \quad \forall\, i, j \geqslant 0$, de unde $a' C_\Sigma = 0$ şi deci rang $C_\Sigma < n$.

Din demonstrație rezultă și o altă formulare :

Teorema 2.2. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ *din condiția :* $\exists\, a \in X$ *și* $s_1, s_2, t_1, t_2, s_1 < s_2, t_1 < t_2$ *încît* $a' e^{F_1 s + F_2 t} G = 0$ *pentru* $(s, t) \in [s_1, s_2] \times [t_1 t_2]$, *rezultă* $a = 0$.

Teorema 2.3. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow \forall s_1, s_2, t_1, t_2$ *cu* $0 \leqslant s_1 < s_2$, $0 \leqslant t_1 < t_2$, *matricea*

$$W(s_1, s_2; t_1, t_2) = \int_{s_1}^{s_2} \int_{t_1}^{t_2} e^{F_1 s + F_2 t} G\, G'\, e^{F_1' s + F_2' t}\, ds\, dt$$

este pozitiv definită.

Demonstrație. Evident, $W(s_1, s_2; t_1, t_2)$ este cel puțin semipozitiv definită. Presupunem că nu este pozitiv definită, deci $\exists\, a \in X$ încît $a' W(s_1, s_2; t_1, t_2)\, a = 0$, adică

$$O = \int_{s_1}^{s_2} \int_{t_1}^{t_2} \left\| e^{F_1' s + F_2' t}\, G' a \right\|^2 ds\, dt = 0, \text{ de unde } a'\, e^{F_1 s + F_2 t} G = 0$$

$\forall (s, t) \in [s_1, s_2] \times [t_1, t_2]$. Conform teoremei 2.3, Σ nu este complet accesibil

Implicația reciprocă se demonstrează ca în teorema 2.1.

Teorema 2.4. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ *nu există nici un vector nenul* $x \in R^n$ încît

$$x'(z_1 I - F_1)^{-1} (z_2 I - F_2)^{-1} G = 0 \quad \forall\, z_1, z_2 \in C \tag{2.4}$$

Demonstrație. Relația (2.4) este echivalentă cu

$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} x' F_1^i F_2^j G\, z_1^{-i-1} z_2^{-j-1} = 0$, care, conform teoremei Hamilton Cayley, este echivalentă cu $x'\, C_\Sigma = 0$. Deci condiția din enunț este echivalentă cu (2.3).

Teorema 2.5. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ $\forall\, a \in C \setminus \sigma(F_1)$ *distincte pentru* $i = 1, \ldots, n$ *și* $b \in C \setminus \sigma(F_2)$, *distincte pentru* $j = 1, \ldots, n$, *matricea*

$$M = [(a_1 I - F_1)^{-1} (b_1 I - F_2)^{-1} G \ldots (a_i I - F_1)^{-1} (b_j I - F_2)^{-1} G \ldots$$
$$\ldots (a_n I - F_1)^{-1} (b_n I - F^{-1} G] \tag{2.5}$$

are rangul n

Demonstrație. Presupunem că există a_i și b_j ca în enunț, încît rang $M < n$. Atunci $\exists x \in R^n$ încît $x'\, M = 0$, adică $x'(a_i I - F_1)^{-1} \times (b_j I - F_2)^{-1} G = 0 \quad \forall\, i, j \in \{1, \ldots, n\}$. Putem scrie $x' (z_1 I - F_1)^{-1} \times (z_2 I - F_2)^{-1} G = [\det (z_1 I - F_1)\, (z_2 I - F_2)]^{-1}\, B(z_1, z_2)$
unde $B(z_1, z_2)$ este matrice $1 \times m$ cu elemente polinoame de grad cel mult $n - 1$ în z_1 și z_2. Aceste polinoame au n rădăcini $z_1 = a_i$ și n rădă-

cini $z_2 = b_j$, deci sînt identic nule. Conform teoremei 2.4, Σ nu este complet accesibil.

Reciproc, dacă Σ nu este complet accesibil, conform teoremei 2.4, $\exists\, x \neq 0$ încît $x'(z_1 I - F_1)^{-1}(z_2 I - F_2)^{-1} G = 0$, deci $\forall\, a_i, b_j$, $x' M = 0$, deci rang $M < n$.

Analog se demonstrează:

Teorema 2.6. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow \exists\, a_i \in C$, $b_i \in C$, $i = 1, \ldots, n$ *încît rang* $M = n$.

Definiția 2.4. Două sisteme $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ și $\bar{\Sigma} = (\bar{F}_1, \bar{F}_2; \bar{G}; \bar{H})$ sînt *izomorfe* dacă există o matrice nesingulară R astfel încît

$$\bar{F}_1 = R^{-1} F_1 R,\ F_2 = R^{-1} F_2 R;\ \bar{G} = R^{-1} G;\ \bar{H} = HR \tag{2.6}$$

Teorema 2.7 Sistemul $\Sigma = (F_1, F_2; G; -)$ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ *nu este izomorf cu un sistem* $\bar{\Sigma} = (\bar{F}_1, \bar{F}_2; \bar{G}; -)$ *de forma*

$$\bar{F}_1 = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{21} \\ 0 & F_{31} \end{bmatrix} \quad \bar{F}_2 = \begin{bmatrix} F_{12} & F_{22} \\ 0 & F_{32} \end{bmatrix} \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} G_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

cu $q < n$; q *fiind ordinul matricilor* F_{11}, F_{12} *și numărul liniilor matricii* G

Demonstrație. Dacă Σ nu este complet accesibil $A \neq X$. Conform propoziției 2.2., A este subspațiu al lui X; fie $e_1, \ldots, e_q$ o bază a lui A, pe care o completăm la o bază a lui X. Dacă scriem în această bază $\forall\, x \in X$ sub forma $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ cu $x_1 \in R^q$, $x \in A \Leftrightarrow x_2 = 0$. Deoarece A este invariant în raport cu Σ (propoziția 2.3) va rezulta pentru starea inițială $x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ 0 \end{bmatrix}$ $\dfrac{\partial^2 x_2}{\partial s\, \partial t} = 0$ $\forall s, t \geqslant 0, \forall\, u$ funcție de intrare; de aici rezultă forma (2.7) a matricilor $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{G}$.

Reciproc, dacă Σ este izomorf cu Σ, din (2.7), conform (2.6)

$$C_\Sigma = RC_\Sigma = R \begin{bmatrix} G_1 & F_1 G_1 & \ldots & F_1^{n-1} F_2^{n-1} G_1 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

deci rang C_Σ = rang $C_\Sigma \leqslant q < n$ și Σ nu este complet accesibil.

Teorema 2.8 Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ *cel mai mic subspațiu care conține coloanele matricii* G *și este invariant în raport cu* F_1 *și* F_2 *este* X.

Demonstrație. Subspațiul S din enunț este $sp\,(G, F_1 G, \ldots, F_1^i F_2^j G, \ldots)$. Ținînd seama de teorema Hamilton—Cayley, $S = X \Leftrightarrow$ dim $S = n \Leftrightarrow$ rang $C_\Sigma = n$.

Teorema 2.9 Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow$ *nu există nici un vector propriu comun matricilor* F_1', F_2', *ortogonal matricii* G.

Demonstrație. Presupunem că există $x \in R^n$ cu proprietățile din enunț: $\exists\, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$ încît $x' F_1 = \lambda_1 x'$, $x' F_2 = \lambda_2 x'$, $x'G = 0$. Atunci, $\forall\, i, j \geqslant 0$, $x' F_1^i F_2^j G = \lambda_1^i \lambda_2^j x'G = 0$ de unde $x' C_\Sigma = 0$, deci rang $C_\Sigma < n$ și Σ nu este complet accesibil.

Reciproc, dacă rang $C_\Sigma < n$, $\exists\, x \in X, x \neq 0$ încît $x' C_\Sigma = 0$ deci subspațiul $S_0 = \{x \in X \mid x' C_\Sigma = 0\}$ conține elemente nenule. Arătăm că S_0 este invariant în raport cu F_1' și F_2'. Fie $x \in S_0$; din $x' C_\Sigma = 0$ rezultă $x' F_1^i F_2^j G = 0$
$\forall\, i, j \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ și, folosind teorema Hamilton - Cayley $x' F_1^m F_2^j = 0$, de unde $x' F_1 C_\Sigma = 0$, adică $F_1' x \in S_0$. Analog $F_2' x \in S_0$.

Atunci S_0 conține un vector propriu x_1 al lui F_1', care corespunde unei valori proprii λ_1. Considerăm subspațiul $S_1 = \{x \in X \mid F_1' x = \lambda_1 x\}$; dacă $x \in S_1$, F_1 și F_2 fiind permutabile, rezultă $F_1' F_2' x = F_1' F_1' x = \lambda_1 F_2' x$, deci $F_2' x \in S_1$ adică S_1 este invariant în raport cu F_2. Atunci subspațiul $S_0 \cap S_1$ conține un vector propriu x_2 al lui F_2', care, fiind în S_1 este și vector propriu al lui F_1; din $x_2 \in S_0$ rezultă $x_2' C = 0$, deci în particular $x' G = 0$.

Teorema 2.10. Σ *este complet accesibil* $\Leftrightarrow \forall \lambda_1, \lambda_2 \in C$,

$$\text{rang } [G \vdots \lambda_1 I - F_1 \vdots \lambda_2 I - F_2] = n \tag{2.8}$$

Demonstrație. Într-adevăr, $\exists\ \lambda_1, \lambda_2 \in C$ încît rangul matricii (2.8) să fie mai mic decît $n \Leftrightarrow \exists\, x \in X$ încît $x' G = 0$, $\lambda_1 x' = F_1 x'$, $\lambda_2 x' = F_2 x'$, ceea ce, conform teoremei 2.9 este echivalent cu faptul că Σ nu este complet accesibil.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Attasi*, Introduction d'une classe de systèmes linéaires récurrents à deux indices, C.R. Acad. Sc. Paris, 277, p. 1135, 5 dec. 1973.
2. *R. W. Brockett*, Finite Dimensional Linear Systems, John Willey, 1970.
3. *R. E. Kalman, P. L. Falb, M. A. Arbib*, Topics in Mathematical System Theory, Mc. Graw-Hill, 1969.
4. *V. M. Popov*, Hiperstabilitatea sistemelor automate. Editura Academiei R.S.R. 1966.
5. *V. Prepeliță*, Systèmes linéaires à N indices, C. R. Acad. Sc. Paris, 279, p. 387, 2 sept. 1974.
6. *V. Prepeliță*, Aplications entrée-sortie à plusieurs indices, Revue Française d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationelle, 10, nr. 11, J3, nov. 1976.
7. *V. Prepeliță*, Une classe de systèmes dynamiques aux dérivées partielles, Bull. Math., de la Soc. Sci. Math. de la R.S.R., Tome 21 (69), nr. 3—4, 1977.

Reachability Criteria for Partial Differential Dynamical Systems

Necessary and sufficient conditions for complete reachability of a class of linear dynamical systems described by partial differential equations are given.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

FIZICĂ

C.Z.: 539.23
620.197.5

TEOREMA IMAGINILOR ELECTRICE PE SISTEMUL FILM — STRAT DE TRANZIȚIE — SUBSTRAT

GEORGE C. MOISIL *

Folosindu-se metoda perturbațiilor staționare se stabilește teorema imaginilor electrice cînd unul din medii consistă din sistemul : film omogen — strat de tranziție neomogen — substrat omogen.

Introducere

Este binecunoscut faptul că la suprafața unui solid de o natură oarecare, se află întotdeauna un film superficial, între film și substratul masiv existînd un strat de tranziție. Cu toate acestea, în multe lucrări referitoare la optica suprafețelor, prezența stratului de tranziție este pur și simplu ignorată, fapt care conduce de cele mai multe ori la neconcordanțe între rezultatele experimentale și interpretarea teoretică bazată pe modelul filmului format dintr-un simplu strat omogen. Modelele mai realiste admit o structură a filmului formată din mai multe straturi paralele, omogene, separate prin suprafețe de discontinuitate plane. Teoria filmelor cu structuri multistrat a fost dezvoltată de numeroși autori (vezi de exemplu [1, 2, 3]) metodele matriciale [4, 5] fiind cele mai convenabile în cazul cînd se beneficiază de asistența unui calculator [6]. Cele mai comode sînt modelele formate din două straturi, în acest caz compararea cu datele experimentale reușind destul de ușor [7, 8]. Au fost de asemenea studiate și condițiile în care un film dielectric format din două straturi poate fi aproximat printr-un film constînd dintr-un singur strat [9, 10].

Un alt mod de rezolvare a problemei propagării cîmpului electromagnetic în medii care prezintă neomogenități sub forma unui strat foarte subțire, cum este cel de tranziție, constă în substituirea acestor neomgenități printr-o repartiție continuă superficială de multipoli oscilanți. Strachan [11] introduce această metodă pentru studiul straturilor foarte subțiri pe care le echivalează cu o repartiție continuă de dipoli oscilanți. Sivuhin [12, 13, 14] utilizînd o metodă asemănătoare zonelor lui Fresnel, arată că un strat de tranziție poate fi înlocuit, în prima aproximație, printr-o repartiție superficială de dipoli electrici oscilanți, iar în a doua aproximație peste această repartiție se suprapune și una de cuadrupoli electrici oscilanți. Pe baza teoriei propagării undelor electromagnetice

Manuscris predat redacției la data de 3 aprilie 1978.

* Prof. dr. Catedra de fizică.

în medii neomogene, autorul a putut arăta, formal, că un strat de tranziție este echivalent cu o suprapunere de multipoli (dipoli, cuadrupoli, octupoli, ...) aproximarea fiind cu atît mai exactă, cu cît ordinul multipolilor luați în considerare este mai înalt [15].

Rezolvarea analitică a problemei propagării cîmpului electromagnetic în sistemul film-strat de tranziție-substrat este departe de a fi banală, dacă se renunță la ipoteza omogenității stratului de tranziție și se admite că în interiorul stratului proprietățile de material suferă o variație continuă. Indicații interesante asupra perturbației produse de prezența unui astfel de strat, pot fi în schimb obținute prin rezolvarea unei probleme mai simple și anume prin cercetarea modificării în acest caz a imaginilor electrice produse pe un astfel de sistem în regim electrostatic.

Într-o lucrarea anterioară [16] s-a studiat această problemă, prin echivalarea neomogenității, introduse de stratul de tranziție, cu o repartiție continuă de dipoli electrici, calculîndu-se expresia potențialului electric. Termenii de perturbație a potențialului se exprimă în funcție de un șir de coeficienți fenomenologici, care constituie caracteristici ale stratului de tranziție. Din nefericire, metoda folosită nu permite stabilirea unei corelări a acestor coeficienți fenomenologici cu legea de variație de-a lungul stratului a proprietăților de material.

În nota de față, ne propunem să calculăm influența stratului de tranziție asupra potențialului electrostatic, folosind o expresie explicită a dependenței $\varepsilon(z)$ a permitivității sistemului de-a lungul sistemului film-strat de tranziție-substrat. În acest scop se folosește metoda perturbațiilor staționare, descrisă în altă lucrare [17], limitîndu-ne la aproximația de ordinul I.

1. Punerea problemei

Fie $z = 0$ planul de separare dintre două medii dielectrice (1) și (2) ambele fiind considerate semiinfinite izotrope și liniare (vezi fig. 1). În mediul (1), într-un punct de cotă $z = h$, situat chiar pe axa z, se află o sarcină electrică Q, cuasipunctiformă, care creează în ambele medii potențialul electrostatic $V(r, z)$ Simetria problemei, recomandă folosirea coordonatelor cilindrice $z \in [-\infty, \infty)$ și $r \in [0, \infty)$, coordonata unghiulară ne mai intervenind. În timp ce mediul (1) este omogen, avînd permitivitatea constantă ε_1, mediul (2) este continuu neomogen permitivitatea acestuia variind cu z, după legea

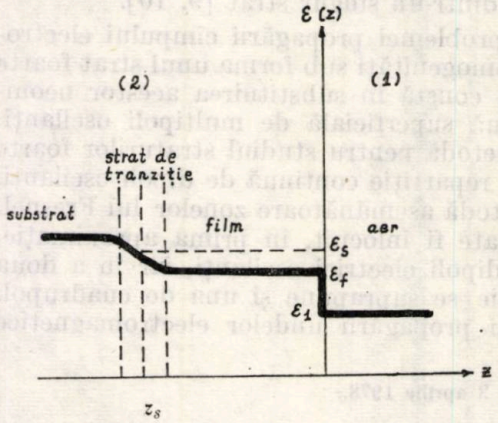


Fig. 1

$$\varepsilon_2(z) = \varepsilon_s + \frac{2\alpha}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{z_s - z}{\beta} \quad (1)$$

$\varepsilon_s, z_s, \alpha$ și β, sînt constante cu următoarea semnificație : ε_s este permi-

tivitatea medie a stratului de tranziție; $z = z_s < 0$, este ecuația acelui plan în care permitivitatea are chiar valoarea medie ε_s; α este un parametru care specifică abaterea permitivității substratului față de permitivitatea medie ε_s deoarece $\varepsilon_s(-\infty) = \varepsilon_s + \alpha$; în sfîrșit β ne dă grosimea efectivă a stratului de tranziție întrucît în punctele din mediul (2) pentru care $|z_s - z| > \beta$, permitivitatea tinde rapid spre aceea a substratului, respectiv a filmului.

Fiind vorba de un mediu neomogen, forma generală a ecuației satisfăcută de potențial va fi:

$$\nabla^2 V + \nabla \ln \varepsilon \nabla V = -\tau \tag{2}$$

unde $\tau(r, z)$ este o funcție de poziție de tipul unei densități volumice. Considerînd neomogenitatea mediului ca o perturbație, vom putea pune

$$(\nabla^2 + \lambda \hat{S}) V = -\tau \tag{3}$$

unde operatorul

$$\lambda \hat{S} = \nabla \ln \varepsilon \nabla \tag{4}$$

iar λ un parametru mic. Vom dezvolta funcțiile V și τ în raport cu parametrul λ

$$V = V^\circ + \lambda V^{\mathrm{I}} + \lambda^2 V^{\mathrm{II}} + \ldots \tag{5}$$

$$\tau = \tau^\circ + \lambda \tau^{\mathrm{I}} + \lambda^2 \tau^{\mathrm{II}} + \ldots \tag{6}$$

sau, în ipoteza că perturbația produsă de stratul de tranziție este mică și că ne putem limita la aproximația de ordinul întîi

$$V = V^\circ + \lambda V^{\mathrm{I}} \tag{7}$$

$$\tau = \tau^\circ + \lambda \tau^{\mathrm{II}} \tag{8}$$

Introducînd (7) și (8) în (3) această ecuație se despică în două ecuații

$$\nabla^2 V^\circ = -\tau^\circ \tag{9}$$

$$\nabla^2 V^{\mathrm{I}} = -(\hat{S} V^\circ + \tau^{\mathrm{I}}) \tag{10}$$

Soluția V°, a ecuației (9), ne dă potențialul produs de sarcina Q în absența stratului de tranziție, în timp ce soluția V^{I} a ecuației (10) dă corecția de ordinul I care trebuie adusă potențialului V° ca urmare a prezenței perturbației.

Pentru obținerea soluției V° a problemei neperturbate, observăm mai întîi că în acest caz permitivitatea celui de-al doilea mediu are valoarea constantă

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_s$$

În cele două medii potențialul V_1^0, respectiv V_2^0 satisface ecuațiile tip Poisson

$$\nabla^2 V_1^0 = -\frac{Q}{\varepsilon_1}\left\{\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z) + \psi_1^0(r,0)\,\delta(z)\right\} \tag{11}$$

$$\nabla^2 V_2^0 = -\frac{Q}{\varepsilon_s}\,\psi_2^0(r,0)\,\delta(z) \tag{12}$$

unde ψ_1^0 și ψ_2^0 sînt funcții care urmează a fi determinate și care exprimă densitatea superficială de sarcină de pe planul $z = 0$. Integrînd cele două ecuații și punînd pe planul $z = 0$ condițiile de continuitate ale potențialului și ale componentei normale a inducției electrice, rezultă în final [18] binecunoscuta teoremă a imaginilor electrice :

$$V_1^0 = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_1}\left\{\frac{1}{[(h-z)^2 + r^2]^{1/2}} + \frac{R}{[(h-z)^2 + r^2]^{1/2}}\right\} \tag{13}$$

$$V_2^0 = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_s}\,\frac{T}{[(h-z) + r^2]^{1/2}} \tag{14}$$

unde R și T sînt coeficienții de reflexie și de transmisie

$$R = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_s}{\varepsilon_1 + \varepsilon_s} \tag{15}$$

$$T = \frac{2\varepsilon_s}{\varepsilon_1 + \varepsilon_s} \tag{16}$$

2. Calculul corecției de ordinul I

Pentru calculul corecțiilor λV_1^{I} și λV_2^{I} este necesară rezolvarea ecuațiilor :

$$\nabla^2 V_1^{\mathrm{I}} = -\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_1\,\lambda}\,\psi_1^{\mathrm{I}}(r,0)\,\delta(z) \tag{17}$$

$$\nabla^2 V_2^{\mathrm{I}} = -\left\{\hat{S}\,V_2^0 + \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_2(0)\,\lambda}\,\psi_2^{\mathrm{I}}(r,0)\,\delta(z)\right\} \tag{18}$$

Folosind tehnica de calcul dată în lucrarea [18], se obține următoarea soluție a ecuației (17) :

$$\lambda\,V_1^{\mathrm{I}} = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_1}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-kz\,\mathrm{sgn}\,z}\,J_0(kr)\,F_1^{\mathrm{I}}(k)\,\mathrm{d}k \tag{19}$$

funcţia $F_1^I(k)$ urmînd a fi determinată prin condiţiile de continuitate pe planul $z = 0$. Pentru obţinerea corecţiei λV_2^I, observăm mai întîi că, ţinînd seama de (1) şi (4), după efectuarea calculelor se obţine :

$$\hat{S} V_2^0 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_s\lambda} G(r, z_s - z) \tag{20}$$

unde punînd $h_0 = h - z_s = h + |z_s|$

$$G(r, z_s - z) = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha\beta TQ}{\varepsilon_s + \operatorname{arc\,tg}(z_s - z)/\beta} \frac{h_0 + z_s - z}{[\beta^2 + (z_s - z)^2][(h_0 + z_s - z)^2 + r^2]^{3/2}} \tag{21}$$

$G(r, z_s - z)$ este, pînă la constanta multiplicativă $(4\pi)^{-1}$, densitatea volumică de sarcină indusă de Q în mediul al doilea ca urmare a perturbării permitivităţii acestui mediu datorată existenţei stratului de tranziţie. Pentru a uşura integrarea ecuaţiei (18) este indicat să punem :

$$G(r, z_s - z) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty G(\rho, \xi)\, \delta(\rho - r)\, \delta(\xi - (z_s - z))\, d\rho\, d\xi \tag{22}$$

Întrucît $\delta(\rho - r)$ şi $\delta(\xi - (z_s - z))$ se pot exprima prin integrala Fourier-Bessel, respectiv integrala Fourier :

$$G(r, z_s - z) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty k J_0(kr)\, dk \int_0^\infty \rho J_0(k\rho)\, d\rho \int_{-\infty}^\infty G(\rho, \xi)\, d\xi \int_{-\infty}^\infty e^{i[\xi - (z_s - z)]q}\, dq \tag{23}$$

Exprimînd şi în cel de-al doilea termen al membrului drept al ecuaţiei (18) funcţia $\delta(z)$ printr-o integrală Fourier obţinem :

$$\psi_2^I(r, 0)\, \delta(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty k J_0(kr)\, dk \int_0^\infty \rho\, \psi_2^I(\rho) J_0(k\rho)\, d\rho \int_{-\infty}^\infty e^{izq}\, dq \tag{24}$$

Pentru integrarea ecuaţiei (18) vom aplica la stînga, în ambii membri ai acestei ecuaţii, operatorul ∇^{-2}, observînd că în coordonate cilindrice şi în condiţiile de simetrie ale problemei

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{25}$$

Ţinînd seama că

$$\nabla^2 \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{k J_0(kr)\, e^{ixq}}{k^2 + q^2}\, dk\, dq = -\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty k\, J_0\,(kr)\, e^{ixq}\, dq \tag{26}$$

şi

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{ixq}}{k^2 + q^2}\, dq = \frac{\pi}{k}\, e^{-kx\,\mathrm{sgn}\,x} \tag{27}$$

rezultă

$$\lambda V_2^{\mathrm{I}} = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_s} \int_0^\infty [F_2^{\mathrm{I}}\,(k)\, e^{kz\,\mathrm{sgn}\,z} - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_f}\, \Gamma(kz)] J_0\,(kr)\, dk \tag{28}$$

unde

$$F_2^{\mathrm{I}}\,(k) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho\, \psi_2^{\mathrm{I}}\,(\rho)\, J_0\,(k\rho)\, d\rho \tag{29}$$

$$\Gamma(k, z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho\, J_0\,(k\rho)\, d\rho \int_{-\infty}^\infty G(\rho, \xi) e^{-k[\xi - (z_s - z)\,\mathrm{sgn}[\xi - (z_s - z)]}\, d\xi \tag{30}$$

Menţionăm că, în timp ce $\Gamma(k, z)$ este o funcţie cunoscută de k şi z, $F_2^{\mathrm{I}}\ (k)$ urmează a fi determinată împreună cu $F_1^{\mathrm{I}}\ (k)$ prin aplicarea condiţiei de continuitate, pe planul $z = 0$, a potenţialului, respectiv a componentei normale a inducţiei electrice pe acest plan. Ţinînd seama de (19) şi (25) prima condiţie se scrie :

$$F_1^{\mathrm{I}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_s}\, F_2^{\mathrm{I}} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f}\, \Gamma\,(k, 0) \tag{31}$$

Notînd $\varepsilon_f = \varepsilon_2(0)$, permitivitatea filmului în vecinătatea planului $z = 0$, cea de-a doua condiţie este :

$$\varepsilon_1 \frac{\partial V_1^{\mathrm{I}}}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \varepsilon_f \frac{\partial V_2^{\mathrm{I}}}{\partial z}\bigg|_{z=0} \tag{32}$$

După efectuarea derivatelor rezultă :

$$-F_1^{\mathrm{I}} = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_s}\, [F_2^{\mathrm{I}} + \Gamma_2(k, 0) - \Gamma_1(k, 0)] \tag{33}$$

unde

$$\Gamma_1(k, z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho\, J_0\,(k\rho)\, d\rho \int_{z - z_s}^\infty G\,(\rho, \xi)\, \mathrm{e}^{-k|\xi - (s - z)|}\, \mathrm{d}\xi \tag{34}$$

$$\Gamma_2(k\,z)=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\rho\,J_0(k\rho)\,\mathrm{d}\rho\int_{-\infty}^{z_s-z}G\,(\rho,\,\xi)\,e^{-k\,|\,\xi-(z_s-z)|}\,\mathrm{d}\xi \tag{35}$$

și deci

$$\Gamma\,(kz)=\Gamma_1(k,\,z)+\Gamma_2\,(k,z) \tag{36}$$

Membrul stîng al ecuației (33) este afectat de semnul minus, deoarece în domeniul (1) sgn$z=1$, iar primul termen din membrul drept este afectat de semnul plus, deoarece în mediul (2) sgn $z=-1$. În ceea ce privește semnul celorlalți doi termeni din membrul drept, observăm că

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial z}=-\frac{\partial}{\partial(z_s-z)}\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\rho J_0\,(k\rho)\,d\rho\int_{-\infty}^{\infty}G\,(\rho,\,\xi)e^{-k[\xi-(z_s-z)]\mathrm{sgn}[\xi-(z_s-z)]}\,\mathrm{d}\xi$$

$$=-\lim_{\eta\to 0}\frac{k}{2}\int_0^{\infty}\rho\,J_0\,(k\rho)\,\mathrm{d}\rho\int_{-\infty}^{z_s-z-\eta}G\,(\rho,\,\xi)\,e^{-k|\xi-(z_s-z)|}\,d\xi\,+$$

$$+\lim_{\eta\to 0}\frac{k}{2}\int_0^{\infty}\rho\,J_0\,(k\rho)\,d\rho\int_{z_s-z-\eta}^{z_s-z+\eta}G\,(\rho,\,\xi)\,e^{-k[\xi(z_s-z]\,\mathrm{sgn}\,[\xi-(z_s-z)]}\,d\,\xi+$$

$$+\lim_{\eta\to 0}\frac{k}{2}\int_0^{\infty}\rho J_0\,(k\rho)\,d\rho\int_{z_s-z+\eta}^{\infty}G(\rho,\,\xi)e^{-k|\xi-(z_s-z)\,|}\,d\xi$$

$$=k[\Gamma_1\,(k,\,z)\,-\,\Gamma_2(k,\,z)] \tag{37}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (31) și (33) putem determina expresiile funcțiilor $F_1^{\mathrm{I}}\,(k)$ și $F_2^{\mathrm{I}}\,(k)$ și ținînd seama de (36) obținem:

$$F_1^{\mathrm{I}}(k)=-\frac{2\,\varepsilon_1}{(\varepsilon_1+\varepsilon_f)}\,\Gamma_2(k,\,0) \tag{38}$$

$$F_2^{\mathrm{I}}(k)=-\frac{2\varepsilon_s}{\varepsilon_1+\varepsilon_f}\,\Gamma_2(k,\,0)+\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_s}\,\Gamma\,(k,\,0) \tag{39}$$

Introducînd (38) în (19) și (39) în (28) și ținînd seama că în mediul (1) sgn$z=1$, iar în mediul (2) sgn$z=-1$, rezultă următoarele expresii pentru corecțiile aduse potențialului în aproximația de ordinul I:

$$\lambda V_1^{\mathrm{I}}=-\frac{Q}{4\pi}\,\frac{2}{\varepsilon_1+\varepsilon_f}\int_0^{\infty}e^{-kz}\,J_0(kr)\,\Gamma_2(k,\,0)\,dk \tag{40}$$

$$\lambda V_2^{\mathrm{I}}=\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_s}\int_0^{\infty}\left\{-\frac{2\varepsilon_s}{\varepsilon_1+\varepsilon_f}\,\Gamma_2(k,\,0)\,e^{k|z|}+\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_s}\,[\Gamma(k,\,0)\,e^{-k|z|}-\right.$$

$$\left.-\,\Gamma\,(k,\,z)]\right\}J_0\,(kr)\,dk \tag{41}$$

3. Discuţii

Influenţa diverşilor parametri asupra corecţiilor λV_1^I şi λV_2^I poate fi determinată efectuînd integralele din (40) şi (41) cu ajutorul unui calculator. Este însă posibil să se tragă unele concluzii calitative numai din studiul funcţiilor care intervin în aceste expresii. Astfel, privitor la corecţia λV_1^I se pot observa următoarele :

(a) Coeficientul de transmisie $2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_f)$ este dependent de permitivitatea ε_f a filmului în vecinătatea frontierei dintre cele două medii, corecţia adusă potenţialului V_1 fiind cu atît mai mare cu cît ε_f este mai mic.

(b) Din expresia integrandului din (40), se vede că în punctul de observaţie $r = 0$, $z = 0$, corecţia este maximă scăzînd odată cu creşterea coordonatelor r şi z.

(c) Dependenţa perturbaţiei de caracteristicile stratului de tranziţie este dată în primul rînd de următorul factor din integrandul din (40), particularizat pentru $z = 0$ şi $r = 0$:

$$\int_{z_s}^{\infty} \frac{\alpha\beta\ \sigma}{\varepsilon_s}\ g(\rho, \xi)\ e^{-k|\xi - z_s|}\ dk \tag{42}$$

unde

$$g(\rho, \xi) = \frac{h_0 + \xi}{(\beta^2 + \xi^2)\ [(h_0 + \xi)^2 + \rho^2]^{3/2}} \tag{43}$$

Funcţia $g(\rho, \xi)$ atinge valorile cele mai mari în jurul valorii $\xi = z_s$, în timp ce pentru valori mari ale lui ξ, tinde către zero ca ξ^{-4}, astfel că integrandul din (42) are valori semnificative numai în jurul punctului $\xi = z_s$. În acelaşi timp însă, valorile cele mai mari ale lui $g(\rho, \xi)$ sînt cele situate în jurul punctului $\xi = z_s$, pentru care factorul exponenţial este egal cu unitatea ceea ce conduce la o scădere puternică a perturbaţiei cu adîncimea stratului de tranziţie.

(d) Ecartul $\alpha = \varepsilon_s - \varepsilon_f$ dintre permitivitatea medie a stratului de tranziţie şi permitivitatea filmului afectează de asemenea corecţia potenţialului, aceasta fiind proporţională cu α.

(e) Pentru valorile semnificative ale lui $g(\rho, \xi)$ integrandul din (41) variază practic cu $1/\beta$, deci perturbaţia este cu atît mai mare, cu cît stratul de tranziţie este mai îngust, deci cu cît saltul de la ε_f la ε_s este mai brusc.

(f) Efectul permitivităţii stratului de tranziţie este dat de factorul $T/\varepsilon_s = 2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_s)$ şi se vede că perturbaţia potenţialului este cu atît mai slabă cu cît ε_s este mai mare. Concluziile de mai sus stabilite în cazul electrostatic este probabil să fie valabile, cu suficientă plauzibilitate şi în cazul reflexiei luminii pe sistemul film-strat de tranziţie-suport. Tratarea analitică a problemei în acest caz întîmpină dificultăţi mari, deoarece trebuie să se ţină seama de reflexia simultană a undei electrice şi a celei magnetice, de faptul că aceste unde fiind transversale trebuie considerată şi starea lor de polarizare şi, în sfîrşit, fiindcă în cazul optic mărimile de material sînt complexe.

În ceea ce privește corecția potențialului în mediul (2), observăm că în imediata vecinătate a planului $z = 0$

$$\Gamma(k, 0)\, e^{k|z|} - \Gamma(k, z) \approx 0$$

astfel că

$$\lambda\, V_2^{\mathrm{I}} \approx -\frac{Q}{4\pi}\,\frac{2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_f}\int_0^{\infty} \Gamma_2(k, 0)\, e^{-k|z|}\, J_0(kr)\, dk \qquad (44)$$

rezultat de altfel în acord cu condiția de continuitate a potențialului pe planul $z = 0$. Discuția asupra formulei (44) este aceeași cu cea efectuată asupra formulei (40).

Prezenta teorie a imaginilor electrice pe sistemul-strat de tranziție-suport prezintă interes și pentru calculul forței imagine exercitate asupra unui electron care în procesul de emisie autoelectronică părăsește o suprafață metalică acoperită cu un film superficial și un strat de tranziție, teoria lui Nordheim [19] urmînd a fi reconsiderată în sensul celor discutate mai sus.

BIBLIOGRAFIE

1. *O. S. Heavens*, Optical Properties of thin Films, Butherwort Sci. Publ. London, 1965.
2. *H. Mayer*, Physik dünner Schichten, Wiss. Verlag. M. B. H. Stuttgart, 1950.
3. *H. Wolter*, in Handbuch der Physik, Vol. 24, Ed. S. Flügge Springer-Verlag, Berlin 1956.
4. *F. Abéles*, Ann. Phys., *3*, 504, (1948).
5. *F. Partovi*, J. Opt. Soc. Am. *52*, 918 (1962).
6. *P. C. S. Hayfield* și *G. W. T. White* în „The Symposium on the Ellipsometry", Washington 1963. Nat. Bur. Stds. Misc. Publ. *256* p. 157 (1964).
7. *W. Harvey și J. Kruger*, Electrochem. Acta *16* 2017 (1971).
8. *C. J. dell'Oca* și *L. Young*, J. Electrochem. Soc. *16*, 331 (1969).
9. *H. Yokota et al.* Surf. Sci. *16*, 265 (1969).
10. *H. Yokota et al.* Surf. Sci. *16*, 275 (1969).
11. *C. S. Strachan*, Proc. Cambridge Phil. Soc. *29* (1) 116 (1933).
12. *D. V. Sivuhin*, J. E. T. F. *18*, 976 (1948).
13. *D. V. Sivuhin*, J. E. T. F. *21*, 367 (1951).
14. *D. V. Sivuhin* J. E. T. F *30*, 374 (1956).
15. *G. C. Moisil*, Bul. Inst. Pol. „Gh. Gheorghiu-Dej" *30*, 31 (1968).
16. *G. C. Moisil* Bul. Inst. Pol. „Gh. Gheorghiu-Dej", *33*, 39 (1971).
17. *G. C. Moisil* Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ. *20*, p. 273, Buc. (1975).
18. *G. C. Moisil*, Controlul electric al coroziunii rețelelor subterane § 3.2. Ed. Ac. R.S.R., Buc. (1973).
19. *L. W. Nordheim*, Proc. Roy. Soc. A *121*, 626 (1928).

The Theorem of Electrical Images for the System Film — Transition Layer-Substrate

The stationary perturbation method is used for establishing the theorem of electrical images when one of the two media is the system : homogenous film — nonhomogenous transition layer — homogenous substrate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

C.Z.: 538.221

ON THE PHYSICAL CHARACTERIZATION OF THE DISPERSION PROPERTIES OF THE RADIOFREQUENCY FERRIMAGNETIC MATERIALS

LUMINIȚA DANIELLO, D. IORDACHE, AL. LUPAȘCU*

The dependence of the upper frequency limit(f_{max}) and of the critical frequency (f_{cr}) on the initial relative permeability (μ_{ri}), for different types of uniparametric technological series of ferrimagnetic materials, were studied in this work. The sign and the magnitude order of the curvature corresponding to the found parabolic correlations $\log f_{max} = F(\log)$ and $\log f_{cr} = F(\log \mu_{ri})$ are in agreement with the predictions of the Naito' s model [Trans. IECE, 59C, 297(1976)], which confirms the advantages of the description of the permeability dispersion by the parameters (K_0, f_0, γ, K_1, f_1, β) of this model.

1. Basic Considerations

The dispersion properties of the ferrimagnetic materials, in the frequency range of practical interest, are usually described ([1]— [3]) by the resonance frequency f_0 of the Weiss domain walls and by the damping coefficient γ $\left(\text{or by the relaxation frequency } f_{rel} = \frac{f_0^2}{\gamma}\right)$. The experimental studies in this frequency range [4] — [8], show that while the frequency dependence $\chi'(f)$ of the real part of the complex magnetic susceptibility is usually satisfactorily expressed by the classical equation :

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{\chi_0 f_0^2}{f_0^2 + i\gamma f - f^2}, \tag{1}$$

the disagreement between the calculated and the experimental values of the loss angle tangent ($\mathrm{tg}\delta_m$) is often considerably higher than the standard measurement errors.

Satisfactory descriptions for frequencies higher than the Larmor frequency $f_M = \varkappa_i \gamma M_s$ corresponding to the saturation magnetization, were given by Sandy [9] and Schlöman [10]. However, the only description that leads to correct estimates for the real part of the susceptibility, in the whole frequency range of practical interest $f < f_M$ and at the same time, to satisfactory estimates for $\mathrm{tg}\,\delta_m$, in the domain of not very low losses, is that given by Naito [4].

Manuscript received 28 Mars 1978.
* Asistent phys.; Conf. dr. phys.; Asistent ing. Department of Physics.

According to the Naito's model, the oscillation of the walls of the magnetization domains and the motion of spin rotation simultaneously contribute to the radiofrequency magnetization processes, the susceptibility being given by :

$$\chi = \frac{K_0 f_0^2}{f_0^2 + i\gamma f - f^2} + \frac{K_1}{1 + (if/f_1)^\beta}. \tag{2}$$

Here, K_0 and K_1 are the contributions of the wall oscillation and of the spin rotation motion, respectively, to the static real susceptibility, f_1 is the frequency for which the imaginary part of the complex susceptibility due to the motion of spin rotation (the second term in (2), with circular Cole-Cole diagram) shows a maximum, and β is a non negative constant less than unity.

Recently, for the low loss frequency range, Naito [6] has given a satisfactory description of the frequency dependence of tg δ_m as a polinomial of f/f_r, f_r representing the frequency for which the imaginary part of the total susceptibility is maximum. In paper [8] a such satisfactory description was shown to be possible by a simpler theoretical model, based on the hypothesis of a frequency dependence of the damping coefficient of the form :

$$\gamma = \gamma_1 \cdot f^n. \tag{3}$$

From the above statements it is evident that, in order to obtain an accurate description of the dispersion of the ferrimagnetic materials, it is necessary to known in advance a number of characteristic parameters (at least K_0, K, f_0, γ, f_1, β, γ_1, n). Because of the difficulty of the determination of all these parameters and owing to the fact that the theory of the susceptibility dispersion is not properly developed at present for the ferrimagnetic materials, the monographs and the ferrimagnetic materials catalogues use, for the description of the dispersion properties, the parameters : the maximum f_{max} and the critical f_{cr} frequency, defined as the frequencies for which tg $\delta_m = 0{,}02$, and tg $\delta_m = 0{,}1$, respectively.

The determination of all the above specified physical parameters is considerably simplified when some of them are correlated [6].

Apart from the correlations between the permeability dispersion characteristic parameters, it can be found some correlations connecting these parameters with those of the global magnetization, particularly to the initial relative permeability, μ_{ri}. For this, the present work studies the correlations $f_{max} = F(\mu_{ri})$ and $f_{cr} = F(\mu_{ri})$.

As f_{max}, f_{cr}, μ_{ri} simultaneously depend on many independent parameters (the magnetization of saturation, the anizotropy constants, the parameters of the magnetization domain walls, etc.), it is to be expected to obtain coherent sequences of (f_{max}, μ_{ri}), (f_{cr}, μ_{ri}) representative points only for uniparametric series, for example in the case of the typized technological series of magnetic materials.

In principle, the shape of the graphical representations f_{max}, $f_{cr} = F(\mu_{ri})$ corresponding to the different technological series could be arbitrary; in fact, however, the basic physical parameters will be so techno-

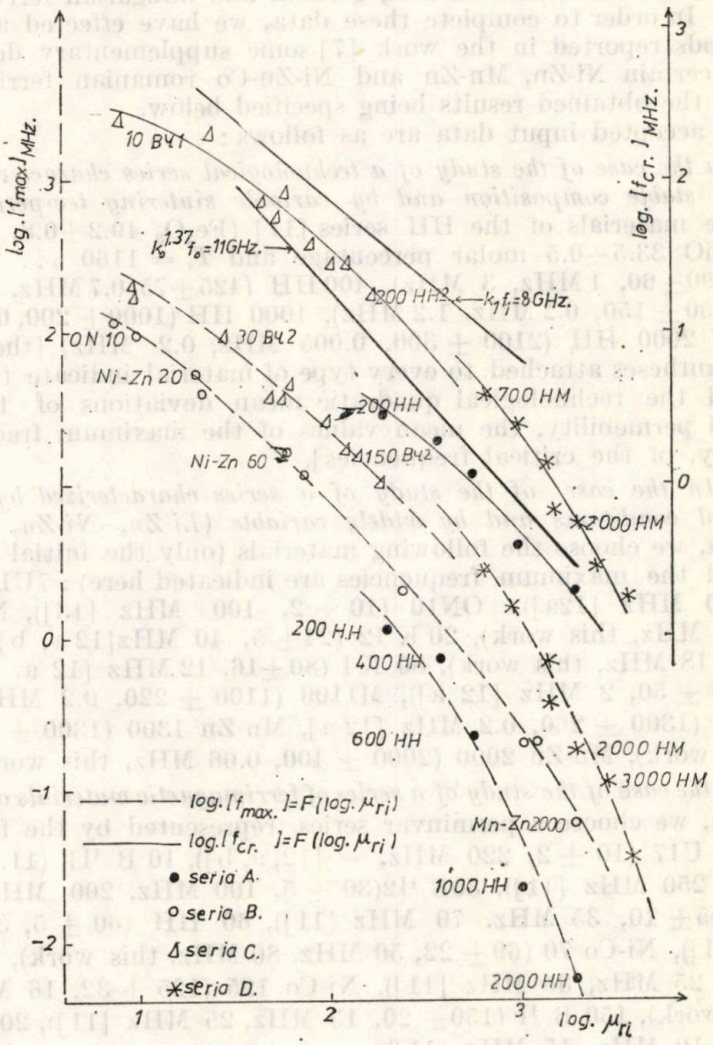


Fig. 1

logically modified that —it is to be expected — the graphical representations f_{max}, $f_{cr} = F(\mu_{ri})$ will be „paralel" to the curve of the theoretical limit performances, to a certain distance depending on the used materials, on the investments made in the technological lines, and on others parameters.

2. Magnetodispersive data used for the study of the f_{max}, $f_{cr} = F(\mu_{ri})$ correlations

Our study of the f_{max}, $f_{cr} = F(\mu_{ri})$ correlations is based on the reported performances of certain russian, german and hungarian ferrimagnetic materials. In order to complete these data, we have effected also — by the methods reported in the work [7]-some supplementary determinations for certain Ni-Zn, Mn-Zn and Ni-Zn-Co romanian ferrimagnetic materials, the obtained results being specified below.

The accepted input data are as follows :

a. *In the case of the study of a technological series characterized by a practically stable composition and by variable sintering temperature*, we choose the materials of the HH series [11] (Fe_2O_3 49.2±0.8, NiO 17 · 1±1.1, ZnO 33.5±0.5 molar percentage and T_s = 1160 ... 1295°C) : 200 HH (190±60, 1 MHz, 3 MHz), 400 HH (425±75, 0.7 MHz, 2, MHz), 600 HH (650± 150, 0.2 MHz, 1.2 MHz), 1000 HH (1000± 200, 0.02 MHz 0.4 MHz), 2000 HH (2100 ± 300, 0.005 MHz, 0.2 MHz) [the figures in the parantheses attached to every type of material indicate the mean values and the technological quadratic mean deviations of the relative initial permebility, the mean values of the maximum frequencies, respectively, of the critical frequencies].

b. *OIn the case of the study of a series characterized by typized technological conditions and by widely variable (Li-Zn, Ni-Zn, Mn-Zn) composition*, we choose the following materials (only the initial permeabilities and the maximum frequencies are indicated here) : 7U15 (7.5± ± 1.5, 120 MHz [12a]), ON10 (10 ± 2, 100 MHz [13]), Ni-Zn 20 (20 ± 4,55 MHz, this work), 20 K 12 (24± 5, 40 MHz[12 a, b]), Ni-Zn 60 (60±5, 18 MHz, this work), 80 K l (80±16, 12 MHz [12 a, b]), 300 M 11 (250 ± 50, 2 MHz [12 a]), M1100 (1100 ± 220, 0.2 MHz [13]), 1100 N 22 (1300 ± 260, 0.2 MHz [12 a], Mn-Zn 1300 (1300 ± 250, 0.2 MHz, this work), Mn-Zn 2000 (2000 ± 400, 0.06 MHz, this work).

c. *In the case of the study of a series of ferrimagnetic materials of special composition*, we choose a perminvar series, represented by the following materials : U17 (10 ± 2, 220 MHz, — [12, a, b]), 10 B Ч1 (11.5 ± 2.5, 200 MHz, 250 MHz [11]), 30B Ч2(30 ± 5, 100 MHz, 200 MHz [11]), 50B Ч2 (55± 10, 35 MHz, 70 MHz [11]), 60 HH (60 ± 5, 35 MHz, 55 MHz [11]), Ni-Co 70 (69± 22, 50 MHz, 80 MHz, this work), 100B Ч (100 ± 20, 25 MHz, 35 MHz [11]), Ni-Co 125 (125 ± 32, 16 MHz, 25 MHz, this work), 150 B Ч (150± 20, 15 MHz, 25 MHz [11]), 200 HH 2 (200 ± 30, 10 MHz, 15 MHz [11]).

d. *In the case of the study of a series of ferrimagnetic materials obtained by special technologies*, we choose the HM series (programmed depressurization during the cooling) : 700 HM (700 ± 150, 2 MHz, 4 MHz), 1000 HM 3 (1000±200, 1.5 MHz), 1500 HM 3 (1500±300, 0.7 MHz, 1.5 MHz), 1500 HM2 (1450 ± 250, 0.3 MHz, 0.7 MHz), 2000 HM (2100 ± 400, 0.15 MHz, 0.6 MHz), 3000 HM (3100 ± 400, 0.1 MHz, 0.3 MHz), 4000 HM (4150 ± 650, 0.03 MHz, 0.2 MHz) [11].

3. Results

Because of the wide range of the values of the initial permeabilities and of the characteristic frequencies corresponding to the considered materials (see also Table 1), it is necessary to use logarithmic plots, as well as logarithmic correlations.

The sequences of representative points in the plot (log f, log μ_{ri}), show — for the various series of ferrimagnetic materials — a monotonical decreasing of the absolute values and a stable sign of the curvature when the permeability decreases. This indicates that the analitical representation of the experimental results is of the form :

$$\log f = a \log^2 \mu_{ri} + b \log \mu_{ri} + c. \tag{4}$$

In order to determine the normal parameters, a, b, c corresponding to the various technological series, the computation methods presented in paper [7] were used. The obtained values of the normal parameters a, b, c, the ratio R of the extremal values of the characteristic frequencies for the respective series, the values of the slope m and of the curvature K of the log $f_c = F(\log \mu_{ri})$ graphical representations, at the ends of the frequency range corresponding to each series, as well as the values of the maximum relative error $E_{\max}\left(\frac{\Delta f_c}{f_c}\right)$ and the mean square error $\sigma\left(\frac{\Delta f_c}{f_c}\right)$ are given in table 1.

The analysis of the obtained results shows that :

a) Although the range of the values of the characteristic parameters are — for each of the studied series — very large (R is much higher than unity), and between the materials of a same series there are sometimes sensible differences in composition (the case of the b, c, and d series) or of the technological processus (the d series), the disagreement between the characteristic frequency values calculated from (4) and the experimental values is, practically, of the same order of magnitude as the standard experimental errors.

b) The plots of all evidentiated correlations preserve some common characteristics : the monotonical increasing of the absolute value and the stable sign of the curvature, when the permeability increases.

c) The plots of the obtained correlations, for the different technological series studied, have —practically — the same shape but considerably differ by the value of the permeability (this difference sometimes exceeds an order of magnitude).

4. Interpretation of the obtained results

The above presented results can be interpreted on the basis of the specific „limit laws". Unfortunately, „limit laws", for the technical characteristic frequencies ($f_{\max}$, f_{cr}) were not reported so far.

Tabelul 1

The Characteristic Parameters of the Deduced Parabolic Magnetodispersive Correlations of the Type: $\log \{f_c\}_{MHz} = a.\ \log^2 \mu_{ri} + b.\ \log \mu_{ri} + c$

The defining features of the correlations		THE NORMAL PARAMETERS						The error characteristics	
The group of the ferrimagnetic materials	The type of the dispersive parameters considered	R	a	b	c	$\frac{d(\log \{f_c\}_{MHz})}{d(\log \mu_{ri})}$	K	$\sigma\left(\frac{\Delta f}{f}\right)$	$E_{max}\left(\frac{\Delta f}{f}\right)$
„a" group (Ni — Zn ferrites T_s series	f_{max}	67	−1.0	+2.9	−1.19	−1.7 ... −3.7	−0.261 ... −0.039	0.47	0.60
	f_{cr}	15	−0.30	+0.45	+1.06	−0.93 ... −1.53	−0.236 ... −0.098	0.23	0.342
„b" group (usual technology)	f_{max}	8.10^3	−0.28	−0.16	+2.28	−0.63 ... −2.01	−0.330 ... −0.049	0.146	0.305
„c" group Ni-Zn-Co ferrites (Perminvar)	f_{max}	22	−0.21	−0.35	+2.81	−0.78 ... −1.33	−0.210 ... −0.93	0.18	0.32
	f_{cr}	20	−0.29	−0.01	+2.76	−0.61 ... −1.38	−0.368 ... −0.120	0.19	0.363
„d" group (programmed depressurization)	f_{max}	200	−0.87	+3.2	−1.70	−1.77 ... −3.10	−0.208 ... −0.051	0.31	0.45
	f_{cr}	20	$\cong 0$	−1.68	+5.38	$\cong -1.68$	$\cong 0$	0.28	0.593

These ,,technical'' frequencies, determined in respect of the ,,physical'' ones (f_0, γ, f_1) from the equations :

$$f_c^{\beta}\left[\sin\left(\beta\frac{\pi}{2}\right) - A\cdot\cos\left(\beta\frac{\pi}{2}\right)\right] = A\cdot f_1^{\beta},$$
$$B\cdot f_c^2 + \gamma\cdot f_c - B\cdot f_0^2 = 0,\ A + B = C, \tag{5}$$

(where for $C = 0{,}02$: $f_c = f_{max}$, and for $C = 0{,}10$: $f_c = f_{cr}$), though smaller, are of the same order of magnitude as the ,,physical'' characteristic frequencies f_0, γ (the frequency f_1 being, usually, an order of magnitude greater). For this reason, we must check the compatibility of the obtained results with the limit laws corresponding to the frequencies f_0 and f_1. Among the limit laws of this type, reported so f ar, [14], [4] — [6], those indicated by Naito [6] :

$$K_0^{1,37}\cdot f_0 = 11 \text{ GHz (implicit în fig. 7, p. 302, [6])}, \tag{6}$$

$$K_1\cdot f_1 = 8 \text{ GHz}, \tag{7}$$

were retained as the most useful for a detailed analysis.

According to the classical theoretical considerations [2], [3], [15], and to the detailed calculations of Naito [6], the relative contribution $\frac{K_1}{K_0 + K_1}$ of the motion of spin rotation to the total static magnetic susceptibility increases — for a given technological series — with the characteristic frequency. Hence, a predominance of the limit law (7) for relatively high characteristic frequencies (low values of the permeability) and of the limit law (6) for relatively low characteristic frequencies, is to be expected.

Since the slope of the limit law (7) : — 1, is larger than that of the limit law (6) : — 1,37, a negative curvature of the plots $\log f_0 = F(\log\mu_{ri})$ is to be expected, this fact being confirmed by the results obtained in this work. Moreover, the value of the curvature corresponding — in the studied range — to the ensemble of the limit laws (6) and (7) : — 0,078, is comparable with the ones obtained for the plots $\log f_c = F(\log \mu_{ri})$ (table 1).

Conclusions

The main results and conclusions of the present study are the following :

I. the plots of the ($\log f_{max}$, $\log \mu_{ri}$) and ($\log f_{cr}$, $\log \mu_{ri}$) sequences are — for the same technological series — approximately parallel (due to optimization necessities) with the contour formed by the specific limit laws,

II consequently, the values of the characteristic frequencies can be obtained, for every technological series, with a 10 ... 40% accuracy, starting exclusively from the initial permeability values, by parabolic correlations of the type : $\log f_c = a \cdot \log^2 \mu_{ri} + b \cdot \log \mu_{ri} + c$, which is of practical interest,

III the sign and the order of magnitude of the $\log f_c = F(\log \mu_{ri})$ curvature, deduced from the experimental results, agrees with those obtained from Naito's model of the permeability dispersion [4] — [6], which qualitatively confirms this model.

REFERENCES

1. *S. Chikazumi*, Physics of Ferromagnetism, J. Wiley Sons, New-York, 1964.
2. *V. S. Vonsovski* Magnetizm, Izd. Nauka, Moskva, 1971.
3. *A. G. Gurevitch* Magnitni Rezonans v Ferritah i Antiferromagnetikah, Izd. Nauka, Moskva, 1973.
4. *Y. Naito*, Electronics and Communications in Japan, 56 C, 118 (1973).
5. *S. Sato and Y. Naito*, Trans. ICCE, 58C, 421 (1975).
6. *Y. Naito*, Trans. IECE, 59C, 297 (1976).
7. *D. Iordache, L. Daniello, M. Stan and I. Belciu*, Bul. Inst. Polit. Buc., 39, 33 (1977).
8. *D. Iordache, L. Daniello, A. Lupașcu, I. Socol and D. Popescu*, St. Cerc. Fizică (to be published).
9. *F. Sandy and J. J. Green*, Journ Appl. Phys., 38, 1413 (1967).
10. *E. Schlöman*, Journ. Appl. Phys., 41, 204 (1970) ; E. Schlöman, Journ. de Physique Colloque, Cl, p. 443 (march 1971).
11. *N. N. Scholtz, and K. A. Piskarev*, Ferriti dlia radiotchastot, Izd. Energia, Moskva, 1966.
12. a. Siferrit — und Surufer-Material, Siemens Halske, Ausgabe 1965 ;
    b. ibidem, Ausgabe 1975/76.
13. *** Soft-Magnetic Ferrite Products, Elektroimpex, Budapest, 1965.
14. *J. L. Snoek*, Physics, 14, 207 (1948).
15. *J. Smit and H. P. J. Wijn*, Ferrites, J. Wiley Sons, New-York, 1959.

Asupra caracterizării fizice a proprietăților de dispersie ale materialelor ferimagnetice de radiofrecvență.

Dependențele limitei superioare a frecvenței de lucru (f_{max}) și frecvenței critice (f_{cr}) de permeabilitatea relativă inițială (μ_{ri}), pentru diferite tipuri de serii tehnologice uniparametrice, au fost studiate în această lucrare. Semnul și ordinul de mărime al curburii corespunzînd corelațiilor parabolice constatate $\log f_{max} = F(\log \mu_{ri})$ și $\log f_{cr} = F(\log \mu_{ri})$ sînt în concordanță cu prevederile obținute pe baza modelului Naito [Trans. IECE, 59C, 297 (1976)], fapt care confirmă avantajele descrierii dispersiei permeabilității prin parametrii (K_0, f_0, γ, K_1, f_1, β) ai acestui model.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.:621.317.7

REGIMUL DINAMIC AL BARELOR PARCURSE DE CURENT

G. HORTOPAN, D. NICOLESCU, N. OLARIU *

Lucrarea se ocupă cu studiul solicitărilor dinamice în barele parcurse de curent electric în cazul scurtcircuitelor în instalații de curent continuu.

S-a utilizat o metodă de calcul analitic al coeficienților de forță și solicitare, calculele efectuîndu-se pentru bare rezemate și (sau) încastrate pe izolatori.

De asemeni s-a determinat variația acestor coeficienți în funcție de frecarea vîscoasă definită printr-un factor de amortizare atît pentru barele simplu rezemate cît și pentru cele dublu încastrate. Un exemplu numeric ilustrează metoda de calcul folosită.

Introducere

Autorii își propun studiul solicitărilor dinamice în barele parcurse de curent electric în cazul scurtcircuitelor în instalații de curent continuu și curent alternativ.

Pentru proiectarea instalațiilor parcurse de curenți intenși este importantă cunoașterea acestor solicitări pentru dimensionarea și poziționarea izolatoarelor suport.

Solicitările dinamice sînt sensibil mai mari decît cele statice, iar în cazul instalațiilor de curent alternativ pot apare și fenomene de rezonanță care pot duce la solicitări deosebit de mari.

În prima etapă am utilizat metoda de calcul analitic pentru sisteme de bare parcurse de curent continuu. Aceste calcule s-au efectuat pentru conductoare electrice rezemate și (sau) încastrate cu izolatori Într-o etapă ulterioară se va trata și cazul instalațiilor de curent alternativ.

1. Metoda de calcul

Conductoarele electrice sub formă de funie, bare cu secțiune transversală finită și izolatoarele ce susțin conductoarele sînt sisteme mecanice elastice, în măsura în care nu sînt supuse la solicitări ce depășesc limita de elasticitate.

Aceste sisteme oscilează pe frecvențe proprii, în regim tranzitoriu, cînd sînt excitate cu forțe electrodinamice.

Conductoarele electrice cu secțiune finită sînt considerate bare elastice încastrate sau rezemate la extremități.

Manuscris predat redacției la data de 2 iunie 1978.

* Prof. dr. doc. ing. Catedra de măsuri și aparate electrice; studenți anul IV Facultatea de Electrotehnică.

Comportarea barelor excitate cu forţe electrodinamice este descrisă în acord cu figura 1 de următoarea ecuaţie diferenţială [1]

$$m\,dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2\delta m\,dx\frac{\partial y}{\partial t} + EI\,dx\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F(t)\frac{dx}{l} \tag{1}$$

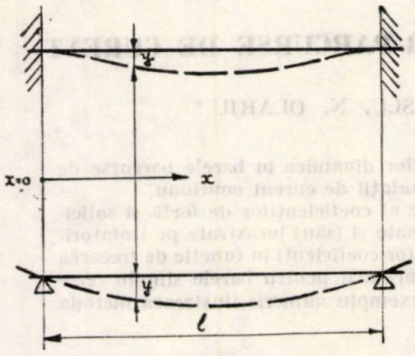


Fig. 1. Relativ la ecuaţia diferenţială a barei elastice.

unde :

$m\,dx\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ — reprezintă forţa de inerţie pentru elementul dx cu masa m pe unitatea de lungime.

$2\delta m\,dx\,\frac{\partial y}{\partial t}$ — reprezintă forţa de frecare vîscoasă ce rezultă prin deplasarea masei mdx cu viteza $\partial y/\partial t$ şi factorul de amortizare δ.

$EI\,dx\,\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$ — reprezintă forţa rezistentă elastică

$F(t)$ — reprezintă forţa electrodinamică totală considerată uniform repartizată în lungul barei.

Notînd cu :

$$b^2 = \frac{EI}{m} \tag{2}$$

$$f(t) = \frac{F(t)}{ml} \tag{3}$$

ecuaţia (1) se scrie sub forma :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2\delta\frac{\partial y}{\partial t} + b^2\frac{\partial^3 y}{\partial x^4} = f(t) \tag{4}$$

Forţa electrodinamică poate avea următoarele expresii :

$$F(t) = \begin{cases} CI^2 \text{ — pentru c.c.} & (5) \\ C\hat{I}^2(e^{-\lambda t} - \cos\omega t)^2 \text{ — c.a. monofazat} & (6) \\ C\hat{I}^2\frac{\sqrt{3}}{2}[(e^{-\lambda t} - \cos\omega t)^2 - \sin^2\omega t] \text{ — c.a. trifazat} & (7) \end{cases}$$

Soluţionarea ecuaţiei (4) se face utilizînd metoda separării variabilelor [2], [3]

Căutăm o soluţie de forma :

$$y(x, t) = T(t)\, X(x) \tag{8}$$

În acest scop considerăm :

$$f(t) = A(t) \cdot X(x) \tag{9}$$

Introducînd (8) şi (9) în ecuaţia (4) rezultă :

$$T''(t) \cdot X(x) + 2\delta\, T'(t)\, X(x) + b^2\, T(t)\, X^{IV}(x) = A(t)\, X(x) \tag{10}$$

Prin separarea variabilelor obţinem :

$$\frac{T''(t)}{b^2 T(t)} + \frac{2\delta T'(t)}{b^2 T(t)} - \frac{A(t)}{b^2 T(x)} = -\frac{X^{IV}(x)}{X(x)} = -k \tag{11}$$

Din (11) rezultă două ecuaţii diferenţiale

$$X^{IV}(x) - k^4 X(x) = 0 \tag{12}$$

$$T''(t) + 2\delta T'(t) + b^2 k^4 T(t) = A(t) \tag{13}$$

Soluţia ecuaţiei (12) este :

$$X(x) = C_1 \operatorname{ch} kx + C_2 \operatorname{sh} kx + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx \tag{14}$$

Coeficienţii C_1, C_2, C_3, C_4 se determină punînd condiţiile pe frontieră [4] :

a) Pentru bara încastrată condiţiile pe frontieră sînt :

$$X(0) = X(l) = 0 \tag{15}$$

$$X'(0) = X'(l) = 0 \tag{16}$$

de unde rezultă ecuaţia de valori proprii :

$$\cos kl = \frac{1}{\operatorname{ch} kl} \tag{17}$$

Soluţia ecuaţiei pentru fiecare valoare proprie este :

$$X_n(x) = (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)(\operatorname{ch} k_n x - \cos k_n x) -$$

$$- (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)(\operatorname{sh} k_n x - \sin k_n x) \tag{18}$$

Valorile proprii ce satisfac relaţia (17) sînt :

$$\begin{aligned} k_1 l &= 4{,}73004 \\ k_3 l &= 10{,}9956 \\ k_5 l &= 17{,}2785 \\ &\vdots \\ k_n l &= (2n+1)\frac{\pi}{2}, \text{ pentru } n > 7 \end{aligned} \tag{19}$$

b) Pentru bara simplu rezemată, momentul de încovoiere şi deplasarea fiind nule rezultă următoarele condiţii pe frontieră :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{\substack{x=0 \\ x=l}} = 0 \tag{21}$$

$$(y)_{\substack{x=0 \\ x=l}} = 0 \tag{22}$$

Se obţine :

$$X(x) = \sin kx \tag{23}$$

şi ecuaţia de valori proprii

$$\sin kl = 0 \tag{24}$$

de unde rezultă valorile proprii :

$$k_n l = n\pi \qquad n = 1,\ 3,\ 5\ \ldots \tag{25}$$

Soluţia generală a ecuaţiei (12) pentru bara rezemată este :

$$X(x) = \sum_1^\infty \sin k_n x \tag{26}$$

Deoarece soluţiile ecuaţiei (12) date de relaţiile (20) sau (26) sînt serii ortogonale şi conform [4], $f(t)$ se poate dezvolta în serie după şirul de funcţii $X_n(x)$ astfel :

$$f(t) = \sum_1^\infty A_n(t)\, X_n(x) \tag{27}$$

unde :

$$A_n(t) = \frac{\int_0^l f(t) \cdot X_n(x)\, dx}{\int_0^l X_n^2(x)\, dx} = f(t) \frac{\int_0^l X_n(x)\, dx}{\int_0^l X_n^2(x)\, dx} \tag{28}$$

Pentru determinarea funcției $T(t)$ se observă că în ecuația (13), k ia o infinitate de valori și deci pentru o anumită valoare proprie obținem ecuația :

$$T_n''(t) + 2\delta T_n'(t) + b^2 k_n^4 T(t) = A_n(t) \tag{29}$$

Soluția acestei ecuații este [5] :

$$T_n(t) = \frac{e^{-\delta t}}{\omega_{en}} \int_0^t e^{\delta \tau} A_n(\tau) \sin \omega_{en}(t - \tau)\, d\tau \tag{30}$$

unde :

$$\omega_{en} = \sqrt{\omega_{0n}^2 - \delta^2} \qquad \text{pulsație proprie} \tag{31}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_{en} \qquad \text{frecvență proprie} \tag{32}$$

$$\omega_{0n} = k_n^2 b = k_n^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{33}$$

Soluția generală a ecuației (4) este :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cdot X_n(x) \tag{34}$$

Solicitarea dinamică a barelor este caracterizată de coeficienți de forță și solicitare.

Se definește coeficientul de forță :

$$C_F = \frac{F_{din}}{F_{st}} \tag{35}$$

unde :

F_{din} — forța tăietoare dinamică
F_{st} — forța tăietoare statică

Se definește coeficientul de solicitare :

$$C_\sigma = \frac{\sigma_{din}}{\sigma_{st}} \tag{36}$$

unde :

σ_{din} — solicitarea dinamică
σ_{st} — solicitarea statică

Forța tăietoare statică se calculează cu relațiile cunoscute din rezistența materialelor în punctele de încastrare sau de sprijin ($x = 0$ și $x = l$)

$$F_{st} = \frac{F(t)}{2} \tag{37}$$

$$F_{din} = EI\left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right)_{\substack{x=0\\x=l}} \tag{38}$$

$$\sigma_{st} = \frac{F(t)\cdot l}{8W} \quad \text{— pentru bara rezemată} \tag{39}$$

$$\sigma_{st} = \frac{F(t)\cdot l}{12W} \quad \text{— pentru bara încastrată} \tag{40}$$

$$\sigma_{din} = \frac{EI}{W}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{x=\frac{l}{2}} \quad \text{— pentru bara rezemată} \tag{41}$$

$$\sigma_{din} = \frac{EI}{W}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{\substack{x=0\\x=l}} \quad \text{— pentru bara încastrată} \tag{42}$$

Deci coeficienţii de forţă şi solicitare sînt :

$$C_F = \frac{2EI}{F(t)}\left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right)_{\substack{x=0\\x=l}} \tag{43}$$

$$C_\sigma = \frac{8EI}{F(t)\cdot l}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{x=\frac{l}{2}} \quad \text{— pentru bara rezemată} \tag{44}$$

$$C_\sigma = \frac{12EI}{F(t)\cdot l}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{\substack{x=0\\x=l}} \quad \text{— pentru bara încastrată} \tag{45}$$

2. Aplicaţie la bara simplu rezemată

În acest caz, conform relaţiilor (3) şi (5) avem :

$$f(t) = \frac{CI^2}{m\cdot l} \tag{46}$$

Cu ajutorul relaţiilor (28) şi (23) se calculează :

$$A_n(t) = \frac{CI^2}{ml}\cdot\frac{\int_0^l \sin k_n x\, dx}{\int_0^l \sin k_n x\, dx} = \frac{CI^2}{m\cdot l}\cdot\frac{2[1-(-1)^n]}{n\cdot\pi} \tag{47}$$

În acord cu relația (30) se calculează funcția :

$$T_n(t)=\frac{CI^2}{m\cdot l}\,\frac{2[1-(-1)^n]}{n\pi\omega_{en}}\,e^{-\delta t}\int_0^t e^{\delta\tau}\sin\omega_{en}(t-\tau)\,d\tau \tag{48}$$

În ipoteza amortizării nule $\delta \to 0$ și $\omega_{en} \to \omega_{on}$ se obține [5]

$$T_n(t)=\frac{CI^2}{m\cdot l}\,\frac{2[1-(-1)^n](1-\cos\omega_{on}t)}{n\,\pi\,\omega_{on}^2} \tag{49}$$

Deplasarea $y(x, t)$ conform relației (34) este :

$$y(x,t)=\frac{2CI^2}{\pi\,m\cdot l}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n](1-\cos\omega_{on}t)\sin k_n x}{n\,\omega_{on}^2} \tag{50}$$

Pentru a calcula solicitarea dinamică este necesar ca în prealabil să se calculeze derivata a II-a a deplasării în raport cu x :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=-\frac{2CI^2}{\pi\,ml}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n](1-\cos\omega_{on}t)\,k_n^2\sin k_n x}{n\,\omega_{on}^2} \tag{51}$$

În această expresie se introduce :

$$k_n=\frac{n\,\pi}{l}$$

$$\omega_0^2=k_n^4\frac{EI}{m} \tag{51'}$$

$$t=\frac{\pi}{\omega_{on}}\qquad\text{— pentru care solicitarea este maximă}$$

și se obține :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{x=\frac{l}{2}}=-\frac{4CI^2l}{EI\,\pi^3}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n]}{n^3}\sin\frac{n\,\pi}{2} \tag{52}$$

Efectuînd calculele se obține :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{x=\frac{l}{2}}=-\frac{8CI^2l}{EI\,\pi^3}\left(1-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{5^3}-\frac{1}{7^3}+\frac{1}{9^3}\cdots\right) \tag{53}$$

$$C_\sigma=\frac{8EI}{CI^2l}\cdot\frac{8CI^2l\cdot 0.96949}{EI\,\pi^3}\approx 2 \tag{54}$$

Deci în absența amortizării solicitarea este de două ori mai mare ca solicitarea statică. În cazul considerării amortizării solicitarea este mai mică, conform tabelului 1 și figurii 2.

Tab. 1

$\delta[s^{-1}]$	0,5	1	5	10	15
C_σ	1,98	1,9613663	1,8224674	1,6747257	1,5502548
C_F	1,9172388	1,9021516	1,7908289	1,6719817	1,5712279

3. Aplicație la bara încastrată

Cu ajutorul relațiilor (20) și (28) și ținînd seama de (46) se obține :

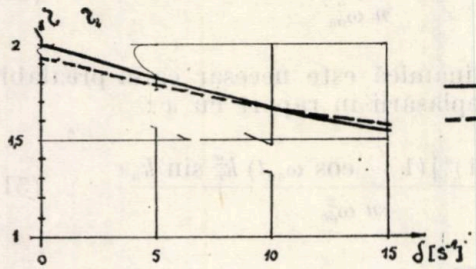


Fig. 2. Influența amortizării asupra coeficienților de forță și solicitare la bara rezemată.

$$A_n(t) = \frac{CI^2}{ml} \frac{\int_0^l X_n(x)\,dx}{\int_0^l X_n^2(x)\,dx} = \frac{CI^2}{ml} \cdot K_n \tag{57}$$

unde

$$K_n = \frac{I_{1n}}{I_{2n}} \text{ (anexa 2).} \tag{58}$$

$$I_{1n} = \int_0^l X_n(x)\,dx = -\frac{(-1)^n - 1}{\frac{k_n}{2}} \cdot \operatorname{th} k_n l \cdot \operatorname{sh} k_n \cdot l \tag{59}$$

$$I_{2n} = \int_0^l X_n^2(x)\,dx = \frac{1}{2k_n}\Big[(\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)^2 \Big(\operatorname{sh} k_n l \cdot \operatorname{ch} k_n l - 2 \operatorname{sh} k_n l \cos k_n l - 2 \operatorname{ch} k_n l \sin k_n l + \frac{1}{2} \sin 2k_n l + 2k_n l\Big) + (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)^2 \Big(\operatorname{sh} k_n l \operatorname{ch} k_n l - 2 \operatorname{ch} k_n l \sin k_n l + 2 \operatorname{sh} k_n l \cos k_n l - \frac{1}{2} \sin 2 k_n l\Big) - (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)(\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)(\operatorname{ch} 2k_n l - 4 \operatorname{sh} k_n l \sin k_n l - \cos 2 k_n l)\Big] \tag{60}$$

Conform relației (30) rezultă :

$$T_n(t) = \frac{e^{-\delta t}}{\omega_{en}} \int_0^t e^{\delta\tau} f(\tau)\, K_n \sin \omega_{en}(t - \tau)\, d\tau \tag{61}$$

sau ținînd seama de (46) se obține :

$$T_n(t) = \frac{e^{-\delta t}}{\omega_{en}} \frac{CI^2}{ml} K_n \int_0^t e^{\delta\tau} \sin \omega_{en}(t - \tau)\, d\tau \tag{62}$$

Integrantul relației este :

$$I_n = \int_0^t e^{\delta\tau} \sin \omega_{en}(t - \tau)\, d\tau =$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_{en}}{\delta}\right)^2} \left[-\frac{1}{\delta} \sin \omega_{en} t + \frac{\omega_{en}}{\delta^2} (e^{\delta t} - \cos \omega_{en} t) \right] \tag{63}$$

Deci :

$$T_n(t) = \frac{e^{-\delta t}}{\omega_{en}} \frac{CI^2}{ml} K_n \cdot I_n(t) \tag{64}$$

Deplasarea $y(x, t)$ conform (34), ținînd seama de relația (64) este :

$$y(x, t) = \frac{e^{-\delta t} CI^2}{ml} \sum_1^\infty \frac{1}{\omega_{en}} K_n I_n(t)\, X_n(x) \tag{65}$$

Se pune problema determinării momentului de timp la care solicitarea este maximă. Pentru aceasta determinăm maximele în timp ale expresiei (65), deci ale produsului $e^{-\delta t} I(t)$

Primul maxim rezultă la

$$t = \frac{\pi}{\omega_{en}} \tag{66}$$

Coeficientul de solicitare se calculează cu relația (45) în care :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{x=0} = \frac{CI^2}{ml} e^{-\delta t} \sum_1^\infty \frac{1}{\omega_{en}} K_n I_n(t) \cdot 2k_n^2 (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l) \tag{67}$$

Introducînd (66) în (67) și efectuînd calculele rezultă conform (45)

$$C_\sigma|_{x=0} = \frac{12EI}{CI^2 l} \cdot \frac{CI^2}{EI} \cdot l^3 \sum_1^\infty \frac{1}{(k_n l)^4} K_n (1 + e^{-\frac{\pi\delta}{\omega_{en}}}) \cdot 2k_n^2 (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)$$

Deci :

$$C_\sigma|_{x=0} = 24 \sum_1^\infty \frac{1}{(k_n l)^2} K_n \cdot A_{1n}(1 + e^{-\frac{\pi\delta}{\omega_{en}}}) \tag{68}$$

Similar se obţine relaţia pentru coeficientul de forţă

$$C_F|_{x=0} = -4 \sum_1^\infty \frac{1}{k_n l} K_n \cdot A_{2n}(1 + e^{-\frac{\pi\delta}{\omega_{en}}}) \tag{69}$$

În relaţiile (68) şi (69) am utilizat notaţiile :

$$A_{1n} = \text{sh } k_n 1 - \sin k_n 1 \tag{70}$$

$$A_{2n} = \text{ch } k_n 1 - \cos k_n 1 \tag{71}$$

Pentru amortizare nulă obţinem :

$$C|_{x=0} = 1{,}9977744 \tag{72}$$

$$C|_{x=0} = -1{,}938852 \tag{73}$$

În cazul în care luăm în considerare amortizarea coeficienţii de forţă şi de solicitare scad, obţinînd valorile din tabelul 2 şi figura 3.

Tabelul 2

$\delta[s^{-1}]$	0,5	1	10	15
C_σ	1,9868136	1,9793688	1,85502	1,7931768
C_F	−1,8958936	−1,8899668	−1,7908904	−1,7414792

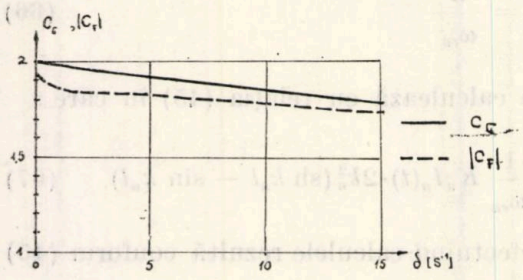


Fig. 3. Influenţa amortizării δ asupra coeficienţilor de forţă şi solicitare la bara încastrată

Concluzii

Din calculele analitice efectuate, se observă că solicitările dinamice ale barelor parcurse de curent electric din instalaţiile de curent continuu sînt sensibil mai mari decît solicitările statice.

Astfel s-a obţinut că solicitarea dinamică, în absenţa amortizării, atît pentru bara rezemată pe izolatori cît şi

pentru bara încastrată, este de două ori mai mare decît solicitarea statică. De asemenea, tot în ipoteza amortizării nule, s-a constatat că forța dinamică este 1,9184 ori mai mare decît forța statică în cazul barelor rezemate și de 1,94 ori mai mare în cazul barelor încastrate la ambele capete.

În realitate regimul dinamic al barelor parcurse de curent este un regim amortizat. Dependența coeficienților de solicitare și de forță, în cazul excitației treaptă de curent, de amortizare, este dată de relațiile (68) și (69) relații scrise la momentul de timp pentru care solicitarea este maximă. Tot din aceste relații se observă că solicitările depind de parametrii sistemului de bare (material, distanța de ancorare, secțiune, și modul de dispunere), prin intermediul frecvenței proprii de oscilație :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k_n^4 \frac{EI}{m} - \delta^2}$$

Dispunerea pe lat sau pe cant a barelor influențează valoarea coeficienților de forță și solicitare. Astfel, la aceeași amortizare, acești coeficienți sînt sensibil mai mici în cazul așezării pe lat. Tot pentru acest mod de așezare al barelor odată cu creșterea amortizării coeficienții de solicitare și de forță scad mai rapid decît în cazul dispunerii pe cant.

În consecință, pentru a avea o imagine cît mai aproape de realitate asupra solicitărilor dinamice la care sînt supuse barele parcurse de curent, se impune cunoașterea cît mai precisă a valorii amortizării pentru un anumit material cît și determinarea parametrilor de care aceasta depinde.

În acest scop ne propunem să găsim pe cale experimentală valorile amortizării ce trebuiesc considerate în calcule în cazul diferitelor sisteme de bare. Pentru aceasta vrem să determinăm dependența $y = f(\delta)$ pe baza calculelor, folosind metoda expusă, iar apoi prin măsurarea săgeții în cazul considerat să identificăm amortizarea din curba $y = f(\delta)$.

Ne propunem să studiem în continuare fenomenele de rezonanță în instalațiile de curent alternativ, determinînd variația în timp și în funcție de frecvența proprie de oscilație a coeficienților de solicitare și de forță în cazul scurtcircuitului bipolar și tripolar. Acest studiu este necesar pentru dimensionarea și poziționarea izolatoarelor suport cît și evitarea fenomenelor de rezonanță.

ANEXA 1

Calculul coeficientului de solicitare și a coeficientului de forță la bara simplu rezemată luînd în considerare amortizarea

În relația (48) valoarea integralei este :

$$\int_0^t e^{\delta\tau} \sin \omega_{en}(t-\tau)d\tau = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega_{en}}{\delta}\right)^2}\left[-\frac{1}{\delta}\sin \omega_{en}t + \frac{\omega_{en}}{\delta^2}(e^{\delta t} - \cos \omega_{en}t)\right]$$

Rezultă :

$$T_n(t) = \frac{CI^2}{ml}\,\frac{2[1-(-1)^n]}{n\pi\omega_{en}}\,\frac{1}{1+\left(\frac{\omega_{en}}{\delta}\right)^2}\left[-\frac{e^{-\delta t}}{\delta}\sin\omega_{en}t+\frac{\omega_{en}}{\delta^2}(e^{\delta t}-\cos\omega_{en}t)\right]$$

Pentru momentul de timp $t=\frac{\pi}{\omega_{en}}$ (solicitarea maximă) rezultă :

$$T_n(t)=\frac{CI^2}{ml}\,\frac{2[1-(-1)^n]}{n\pi\,\omega_{en}}\,\frac{\omega_{en}}{\omega_{en}^2+\delta^2}(1+e^{-\delta\frac{\pi}{\omega_{en}}})$$

Dar :

$$\omega_{en}^2=\omega_{on}^2-\delta^2\Rightarrow\omega_{en}^2+\delta^2=\omega_{on}^2$$

$$T_n(t)=\frac{CI^2}{ml}\,\frac{2[1-(-1)^n]}{n\,\pi\omega_{on}^2}(1+e^{-\delta\frac{\pi}{\omega_{en}}})$$

Conform relaţiei (34) deplasarea este :

$$y\left(x,\frac{\pi}{\omega_{on}}\right)=-\frac{2CI^2}{\pi\,ml}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n]}{n\omega_{on}^2}(1+e^{-\delta\frac{\pi}{\omega_{en}}})\sin k_nx$$

$$\frac{\partial^2y}{\partial x^2}=-\frac{2CI^2}{\pi\,ml}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n]}{n\,\omega_{on}^2}(1+e^{-\delta\frac{\pi}{\omega_{en}}})k_n^2\sin k_nx$$

Din (51′) şi (44) rezultă :

$$C_\sigma\Big|_{x=\frac{l}{2}}=\frac{8EI}{CI^2l}\cdot\frac{2CI^2l}{EI\,\pi^3}\sum_1^\infty\frac{[1-(-1)^n]}{n^2}(1+e^{-\delta\frac{\pi}{\omega_{en}}})\cos n\pi$$

Calculele s-au făcut pentru sistemul de bare din figura 4.

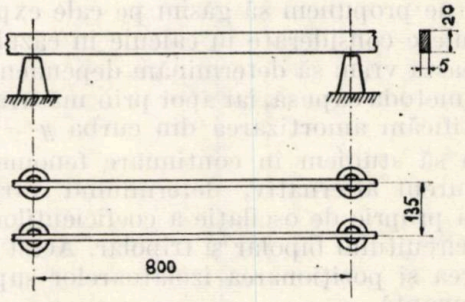


Fig. 4. Sistemul de bare considerat în aplicaţia numerică.

$\omega_{on}=(k_nl)^2\cdot 9{,}4377218$

$\omega_{en}=\sqrt{\omega_{on}^2-\delta^2}$

$k_nl=n\pi$ pentru n impar

$$C_\sigma=\frac{32}{\pi^3}\left[(1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e1}}})-\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e3}}}}{3^3}+\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e5}}}}{5^3}-\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e7}}}}{7^3}+\dots\right]$$

$$C_F=\frac{8}{\pi^2}\left[(1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e1}}})+\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e3}}}}{3^2}+\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e5}}}}{5^2}+\frac{1+e^{-\frac{\delta\pi}{\omega_{e7}}}}{7^2}+\dots\right]$$

ANEXA 2

Demonstrarea relațiilor (59) și (60).

$$X_n(x) = (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)(\operatorname{ch} k_n x - \cos k_n x) - (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)(\operatorname{sh} k_n x - \sin k_n x)$$

$$I_{1n} = \int_0^l X_n(x)\,dx = (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)\int_0^l (\operatorname{ch} k_n x - \cos k_n x)\,dx -$$

$$- (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)\int_0^l (\operatorname{sh} k_n x - \sin k_n x)\,dx$$

$$I_{1n} = \frac{1}{k_n}\left[(\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)^2 - (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)(\operatorname{ch} k_n l + \cos k_n l - 2)\right]$$

Efectuînd calcule se obține:

$$I_{1n} = \frac{1}{k_n}\left[-2\operatorname{sh} k_n l \sin k_n l + 2\operatorname{ch} k_n l - 2\cos k_n l\right]$$

Din ecuația de valori proprii

$$\cos k_n l = \frac{1}{\operatorname{ch} k_n l}$$

se pot demonstra relațiile:

$$\sin^2 k_n l = \operatorname{th}^2 k_n l \Rightarrow \sin k_n l = (-1)^n \operatorname{th} k_n l$$

se obține:

$$I_{1n} = -\frac{2}{k_n}\left[(-1)^n - 1\right]\operatorname{th} k_n l \cdot \operatorname{sh} k_n l$$

$$I_{2n} = \int_0^l X_n^2(x)\,dx$$

$$I_{2n} = (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)^2 \int_0^l (\operatorname{ch} k_n x - \cos k_n x)^2\,dx +$$

$$+ (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)^2 \int_0^l (\operatorname{sh} k_n x - \sin k_n x)^2\,dx -$$

$$- 2(\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)(\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)\int_0^l (\operatorname{sh} k_n x - \sin k_n x)(\operatorname{ch} k_n x - \cos k_n x)\,dx$$

$$I_{2n} = (\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)^2 \cdot \alpha + (\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l)^2 \cdot \gamma -$$

$$- 2(\operatorname{sh} k_n l - \sin k_n l)(\operatorname{ch} k_n l - \cos k_n l) \cdot \beta$$

unde :

$$\alpha = \int_0^l (\mathrm{ch}^2 k_n x - 2\mathrm{ch}\, k_n x \cos k_n x + \cos k_n x)\, dx$$

$$\alpha = \frac{1}{4k_n} [\mathrm{sh}\, 2k_n l + \sin 2k_n l - 4(\mathrm{sh}\, k_n l \cos k_n l + \mathrm{ch}\, k_n l \sin k_n l)] + k_n l$$

$$\beta = \int_0^l (\mathrm{ch}\, k_n x - \cos k_n x)(\mathrm{sh}\, k_n x - \sin k_n x)\, dx$$

$$\beta = \frac{1}{4k_n} [\mathrm{ch}\, 2k_n l - \cos 2k_n l] - \mathrm{sh}\, k_n l \sin k_n l$$

$$\gamma = \int_0^l (\mathrm{sh}^2 k_n x - 2\,\mathrm{sh}\, k_n x \sin k_n x + \sin^2 k_n x)\, dx$$

$$\gamma = \frac{1}{4k_n} [\mathrm{sh}\, 2k_n l - \sin 2\, k_n l - 4\, (\mathrm{ch}\, k_n l \sin k_n l - \mathrm{sh}\, k_n l \cos k_n l)]$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Hortopan Gh.*, Aparate electrice E.D.P. — 1972 — ediția a II-a.
2. *Tsanakas D.*, Beitrag zur Berechung der elektromagnetischer Kurzschlußkräfte und der dynamischen Beanspruchung von Schaltanlagen. Dissertation T. H. Darmstadt — 1976.
3. *Mavromaras, D., Sieber P.* Zur Berechung der Beanspruchung von Sammeschinen und Stützisolatoren im Kurzschlußfall În Elektrozitatswirtschaft vol. 65, 1966, nr. 8, p. 251—.
4. *V. I. Smirnov*, Curs de matematici superioare vol. II. Traducere din limba rusă E.T. — 1954.
5. *Hortopan Gh.*, Aparate electrice, notițe de curs ediția a III-a.
6. *Lehman, W.*, Elektrodynamische Beanspruchung paralleler Leiter. In ETZ — A 76, nr. 14, 1955.
7. *Sieber, P.* Über den Einfluß von Rezonanzerscheinungen auf die mechanische Kurzschlu ßfestigkeit von bigestteifen stromleitern În AEG Mitteilungen, 1959, nr. 617, p. 322.

Le régime dynamique des barres électriques

On étudie les efforts dynamiques aux quels sont soumises les barres parcourues par le courant continu.

Les coefficients de l'effort et de la solicitation sont calculés pour les barres posées sur les extrémités et pour celles incastrées.

La variation des ces coefficients, avec le frottement intern du materiel, est calculée pour un cas concret.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

C.Z.:621.3.04

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC PRODUS DE O BOBINĂ CIRCULARĂ PARCURSĂ DE CURENT ALTERNATIV ÎN PLĂCILE PLANE ANIZOTROPE

NICOLAE GALAN *

În lucrare se studiază distribuția cîmpului electromagnetic în plăcile plane anizotrope dispuse în cîmpul magnetic cu simetrie axială. Se stabilește expresia componentei axiale a potențialului magnetic vector pentru un model generalizat.

Rezultatele obținute sînt particularizate pentru cazul plăcilor plane încălzite prin inducție.

Introducere

Studiul cîmpului electromagnetic în plăcile plane dispuse paralel cu planul bobinei circulare parcursă de curent alternativ prezintă interes în practica încălzirii prin inducție, în studiul traductoarelor inductive în diferite dispozitive din tehnica spațială, [1], [2], [3], [4].

Încălzirea prin inducție are largi aplicații în industria constructoare de mașini, în industria metalurgică; suprafețele sau corpurile de încălzit au forme variate ceea ce conduce la o mare diversitate de inductoare, [1], [2].

În multe cazuri încălzirea prin inducție a pieselor plane se face cu inductoare de formă circulară realizate dintr-o spiră sau mai multe spire dispuse în același plan, figura 1.

În unele cazuri plăcile sînt neomogene din punct de vedere magnetic, fapt care conduce la permeabilități diferite după direcții diferite. Pentru a lua în considerare aceste aspecte se va considera un model mai general, care prin particularizări să conducă la situațiile de interes practic.

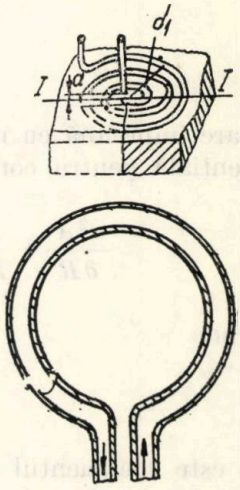


Fig. 1. Inductor din spire circulare.

1. Determinarea potențialului magnetic vector.

Pentru determinarea potențialului magnetic vector se va considera modelul idealizat din figura 2, în care placa 3 este neomogenă și cîmpul magnetic cu simetrie axială poate fi caracterizată prin două permeabilități magnetice μ_r și μ_z după direcțiile r și respectiv z, placa este dispusă pe un material de permeabilitate μ_1, inductorul este de formă circulară și este parcurs de curent alternativ de pulsație ω.

Manuscris predat redacției la data de 26 iunie 1978
* Conf. dr. ing. Catedra de mașini electrice.

Potențialul magnetic vector are numai o singură componentă diferită de zero în sistemul de coordonate cilindric, $A_0 = A$.

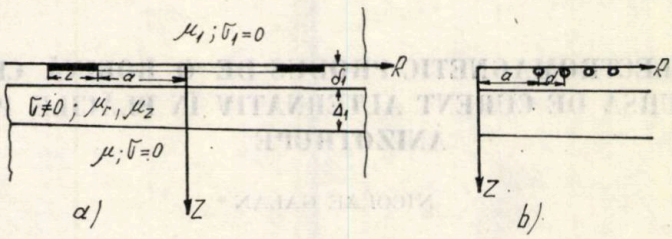


Fig. 2. Schiță explicativă pentru calculul cîmpului electromagnetic : a) inductor cu lățimea L ; b) inductor format din mai multe spire.

În cazul mediilor neomogene din punct de vedere magnetic se pot scrie relațiile :

$$B_r = \mu_r H_r = -\frac{\partial A}{Z\,\partial}$$

$$B = \mu_z H_z = \frac{1}{R}\frac{\partial (A\,R)}{\partial R} \tag{1}$$

$$E_z = -j\omega A = J/\sigma_z$$

care împreună cu relația rot $H = J$ conduc la următoarea ecuație diferențială pentru componenta axială A a potențialului magnetic vectori

$$\frac{\partial^2 A}{\partial R} + \frac{I}{R}\frac{\partial A}{\partial R} + \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} - A\left(\frac{1}{R^2} - k^2\right) = 0 \tag{2}$$

unde

$$k^2 = j\,\omega\,\sigma\,\mu_z\,a^2\,; \quad \alpha = \sqrt{\mu_r/\mu_z} \tag{3}$$

α este coeficientul de anizotropie care caracterizează mediile anizotrope, dispuse în cîmpul magnetic cu simetrie axială.

Dacă inductorul este format din n spire, dispuse în același plan uniform repartizate pe lățimea L, atunci acestea se pot echivala cu o densitate de curent de suprafață $J_s = n\,I/L$. Potențialul magnetic A_0 al unui astfel de inductor se poate pune sub forma :

$$A_0 = \frac{\mu_0 I}{2}\int_0^\infty J_1(s) J_1(s\,r)\,K(s, p)\,e^{-s|z|}\,ds \tag{4}$$

unde

$$K(s, p) = \frac{p}{J_1(s)} \int_1^p y\, J_1(sy)\, dy \tag{5}$$

și reprezintă factorul de bobinaj al inductorului, iar lim $K(s, p) \to 1$, (s-a notat $s = a\lambda$; a fiind raza spirei interioare).

Factorul de bobinaj al inductorului poate fi calculat și în cazul în care considerăm conductoarele dispuse discret, astfel se obține:

$$K(s, p) = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} (1 + k\,d)\, J_1(s(1 + k\,d)}{J_1(s)}\,;\; d = \frac{d_1}{a} = \frac{p}{n-1} \tag{6}$$

Soluția ecuației diferențiale (2) pentru zona 3 se poate pune sub forma:

$$A_3 = \mu_0 I \int_0^\infty \frac{s}{\beta D} J_1(sr)\, J_1(s)\, K(s, p) \Big[\operatorname{ch}\beta(z - \delta - \Delta) - h \frac{s}{\beta} \operatorname{sh}\beta (z - \delta - \Delta) \Big] ds \tag{7}$$

unde

$$D = \frac{s}{\beta} (h_1 + h_r h) \operatorname{ch}\beta\Delta \operatorname{ch} s\delta + \left[h_1 h_r + h \left(\frac{s}{\beta} \right)^2 \right] \operatorname{sh}\beta\, \Delta\, \operatorname{sh} s\delta +$$

$$+ \frac{s}{\beta} (1 + h_1 h_r h) \operatorname{ch}\beta\Delta \operatorname{sh} s\delta + \left[h_r + h_1 h \left(\frac{s}{\beta} \right)^2 \right] \operatorname{sh}\beta\Delta \operatorname{ch} s\delta \tag{8}$$

$$z = Z/a\,;\; r = R/a\,;\; p = L/a\,;\; \delta = \delta_1/a\,;\; \Delta = \Delta_1/a\,;\; h_r = \mu_0/\mu_r$$

$$\beta = \alpha \sqrt{s^2 + j\, m^2}\;\; ;\; m^2 = \omega\, \sigma\, \mu_z\, a^2\;\; ;\; h_1 = \mu_0/\mu_1\,;\; h = \mu_r/\mu$$

Din relațiile (7) și (8) rezultă că parametrul β influențează în mod sensibil distribuția cîmpului magnetic și a densității de curent în zona 3; anizotropia materialului α influențează în mare măsură parametrul β la frecvențe mici, la frecvențe mari se poate face aproximația:

$$\beta \cong \alpha \sqrt{jm^2} = \sqrt{j\omega\sigma\mu_r a^2} \tag{9}$$

rezultă că la frecvențe mari permeabilitatea magnetică în direcția axei z are o influență neglijabilă asupra distribuției cîmpului magnetic în raport cu permeabilitatea μ_r.

Aceasta se explică prin faptul că datorită fenomenului de refulare netă la frecvențe mari, reluctanța magnetică a zonei active prin care se închid liniile cîmpului magnetic este determinată în principal de μ_r, (fig. 3), iar pentru grosimi Δ_1 mari influența mediului feromagnetic este neglijabilă.

Cu ajutorul expresiei (7) se pot studia mai multe cazuri particulare care prezintă interes practic.

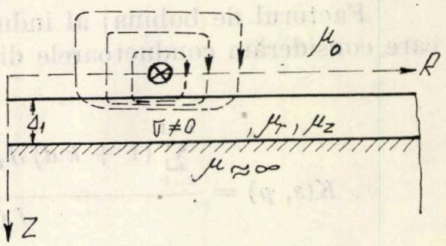


Fig. 3. Liniile cîmpului magnetic la frecvențe înalte.

2. Încălzirea prin inducție a pieselor plane.

La încălzirea prin inducție interesează distribuția densității de curent în piesă și puterea electromagnetică transmisă piesei. Ultima relație din (1) permite studiul densității de curent cînd este cunoscut potențialul magnetic vector.

Pentru calculul puterii aparente S transmisă piesei se va utiliza teorema lui Poynting aplicată pentru suprafața plană $z = \delta$, în acest caz se obține :

$$S = 2\pi \int_0^\infty \left[E_z H_r \right] R \, dR = 2\pi \alpha^2 k^2 \frac{I^2}{a\sigma} \int_0^\infty \left[A \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right) \right]_{z=} r \, dr \qquad (10)$$

unde s-a notat $A = A_3/\mu_0 I$

Pentru cazul cînd $h_1 = 1$ și $h = 0$, adică piesa este dispusă pe un, material feromagnetic cu $\mu \approx \infty$, iar inductorul nu are circuit magnetic rezultă pentru potențialul magnetic vector următoarea expresie :

$$A_3 = \mu_0 I \int_0^\infty \frac{s \, e^{-s\delta} J_1(sr) \, J_1(s) \operatorname{ch} \beta (z - \delta - \Delta)}{s \operatorname{ch} \beta\Delta + \beta h_r \operatorname{sh} \beta\Delta} \, ds \qquad (11)$$

Din (10) și (11) rezultă puterea aparentă S și puterea activă $P = Re\{S\}$ transmisă plăcii dispusă pe un material feromagnetic.

În figura 4 se prezintă variația puterii active P și a puterii reactive $Q = Im\{S\}$ în funcție de grosimea plăcii, pentru diferite frecvențe.

Atît puterea activă cît și puterea reactivă sînt exprimate în unități relative. S-a luat ca mărime de referință

$$P_0 = 2\pi \frac{I^2}{a\sigma} \int_0^\infty \left[\int_0^\infty s \, e^{-s\delta} J_1(sr) J_1(s) \, ds \right]^2 r \, dr \qquad (12)$$

Curbele trasate permit o evaluare a frecvenței sursei de alimentare pentru grosimi date a plăcilor ce urmează a fi încălzite prin inducție, precum și la parametrii impuși tratamentului termic.

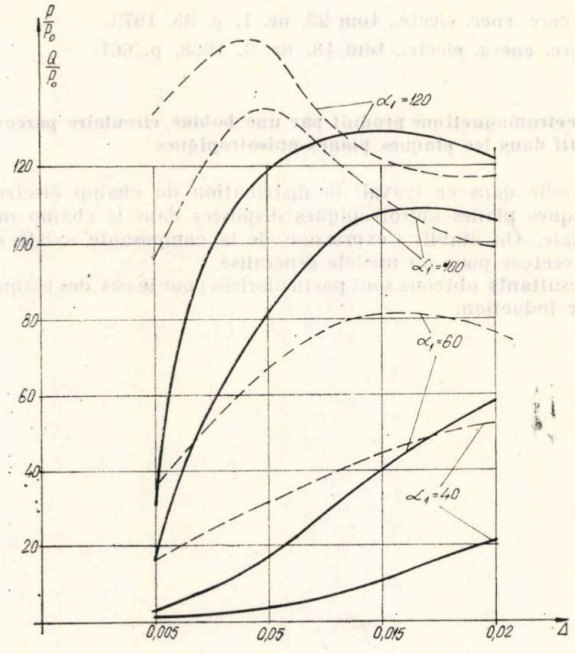


Fig. 4. Curbele P/P_0, $Q/P_0 = f(\triangle)$ pentru $\alpha_1 = \text{const.} =$

$$= \sqrt{\frac{\alpha\sigma\mu_r a^2}{2}}, \alpha = 1; \quad \text{——} \quad \frac{p}{p'} = f(\triangle)$$

$$\text{– – –} \quad \frac{\delta}{p} = f(\triangle)$$

Concluzii

În lucrare se stabilește ecuația diferențială a componentei axiale a potențialului magnetic vector pentru medii anizotrope din punct de vedere magnetic dispuse în cîmpuri magnetice cu simetrie axială. Se deduce expresia componentei axiale a potențialului magnetic vector corespunzătoare mediului anizotrop pentru un model generalizat.

Relațiile stabilite se particularizează pentru cazul plăcilor plane încălzite prin inducție, analizîndu-se variația puterii active și reactive funcție de grosimea $\triangle$ a plăcii și de fregvență.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gunter Nenkowsky*, Inductionserwarmung, VEB Verlag Technik Berlin, 1970.
2. *M.G. Lozinskii*, Promîșlennoe primenenie inducționogo nagreva, Izdatestvo Akademii Nauk SSSR, Moskva, 1958.

3. *Smir Basu, K. D. Srivastava,* Electromagnetic Forces on a Metal Disk in Alternationg Magnetic Field, IEEE Trans. PAS — 88, nr. 8, nr. 8, p. 1281—1285, 1969.
4. *P. G. Simpson,* Induction Heating, New York — Toronto — London, 1960, Mc Graw Hill Book Company.
5. *C. Flueraşu,* St. cerc. ener. electr., tom 23, nr. 1, p. 35, 1973.
6. *N. Galan,* St. cerc. energ. electr., tom 18, nr. 3, 1968, p. 661.

Le champ electromagnetique produit par une bobine circulaire parcourue de courant alternatif dans les plaques planes anisotropiques

On étudie dans ce travail la distribution du champ électromagnétique dans les plaques planes anisotropiques disposées dans le champ magnétique à symétrie axiale. On établit l'expression de la composante axiale du potentiel magnétique vecteur pour un modèle généralisé.

Les résultants obtenus sont particularisés pour le cas des plaques planques chauffées par induction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

C.Z.:621.3.04

ON NONLINEAR NETWORK EQUATIONS

CORNELIU MARINOV *

State-variable equations are obtained that describe nonlinear networks including nonlinear capacitors, inductors and semiconductor diodes and transistors.

Introduction

In nonlinear network theory the network of the type presented in Fig. 1 is mostly studied.

The linear part of the network is a resistive multiport containing independent voltage — and current-sources. The nonlinear part of the network consists of : P bipolar NPN and/or PNP transistors, referred to as j-th element of circuit ($j = 1, . P$) ; Q semiconductor diodes, referred to as k-th element of circuit ($k = 2P + 1, \ldots 2P + Q$) ; R nonlinear capacitors with index l varying from $2P + Q + 1$ to $2P + Q + R$ and S nonlinear inductances with index m varying from $2P + Q + R + 1$ to $2P + Q + R + S = N$.

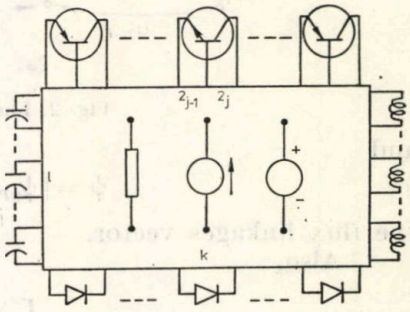


Fig. 1. Nonlinear network under study

The semiconductor devices are described by the dynamic response large signal model as proposed by Gummel, [1], and presented in Fig 2 for the j-th transistor and k-th diode. These models include frequency independent parameters and standard circuit elements ; the resistances of conducting layers are included in the resistive multiport.

The following notations are used for the current vector :

$$i = \begin{bmatrix} i^1 \\ \ldots \\ i^2 \end{bmatrix}$$

$$i^1 = \left[[i_1, \ldots, i_{2P}, i_{2P+Q}, i_{2P+Q+1}, \ldots, i_{2P+Q+R} \right]^{tr}$$

$$i^2 = [\, i_{2P+Q+R+1}, \ldots, i_N]^{tr}$$

Manuscript received 20 Mars 1978.

* Lecturer dr. eng., Chair of Electrical Engineering.

and analogously for the voltage vector u; then, the capacitors charges

$$q = [q_1, \ldots, q_{2P}, q_{2P+1}, \ldots, q_{2P+Q}\, q_{2P+Q+1}, \ldots\, q_{2P+Q+R}]^{tr}$$

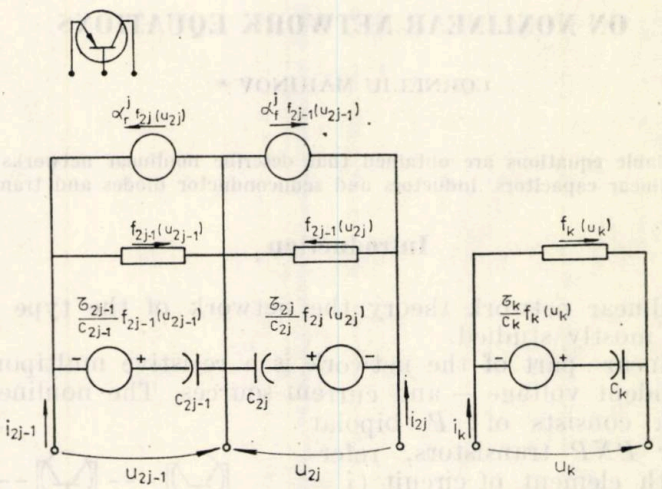


Fig. 2. Large signal models.

and

$$\psi = [\psi_{2P+Q+R+1}, \ldots, \psi_N]^{tr}$$

the flux linkages vector.

Also,

$$x = \begin{bmatrix} u^1 \\ \ldots\ldots \\ i^2 \end{bmatrix} \; ; \; y = \begin{bmatrix} i^1 \\ \ldots\ldots \\ u^2 \end{bmatrix}$$

The equations corresponding to the models presented in Fig. 2 are :

$$\begin{aligned} i_{2j-1} &= f_{2j-1}(u_{2j-1}) - \alpha_r^j f_{2j}(u_{2j}) + \frac{d}{dt} q_{2j-1} \\ i_2 &= \alpha_f^j f_{2j-1}(u_{2j-1}) + f_{2j}(u_{2j}) + \frac{d}{dt} q_{2j} \qquad (1) \\ i_k &= f_k(u_k) + \frac{d}{dt} q_k \\ i_l &= \frac{d}{dt} q_l \\ u_m &= \frac{d}{dt} \psi_m \end{aligned}$$

so that it can be written :

$$y = TF(x) + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q \\ \dots \\ \psi \end{bmatrix} \tag{2}$$

where :

$$F(x) = [f_1(u_1), \dots, f_{2P+Q}(u_{2P+Q}), 0, \dots 0]^{tr} \tag{3}$$

$$T = \bigoplus_{j=1}^{P} \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_r^j \\ -\alpha_l^j & 1 \end{bmatrix} \oplus I_Q \oplus O_{R+S} \tag{4}$$

I_Q is the $Q \times Q$ unity matrix and O_{R+S} is the $(R+S) \times (R+S)$ zero matrix.

Additional equations for the models presented in Fig. 2 as well as nonlinear equations describing the capacitors and inductors are :

$$\begin{aligned} q_{2j-1} &= C_{2j-1}\, u_{2j-1} + \tau_{2-1} f_{2j-1}(u_{2j-1}) \\ q_{2j} &= C_{2j}\, u_{2j} + \tau_{2j} f_{2j}(u_{2j}) \\ q_k &= C_k\, u_k + \tau_k f_k(u_k) \\ q_l &= f_l(u_l) \\ \psi_m &= f_m(i_m) \end{aligned} \tag{5}$$

or :

$$\begin{bmatrix} q \\ \dots \\ \psi \end{bmatrix} = \Gamma\left(\begin{bmatrix} u^1 \\ \dots \\ i^2 \end{bmatrix}\right) \tag{6}$$

so that (2) is written as :

$$y = TF(x) + \frac{d}{dt}\,\Gamma(x) \tag{7}$$

It is known, [2], that any resistive linear active multiport allows a hybrid matrix description of the form :

$$y = -Hx + B(t) \tag{8}$$

where $B(t)$ characterizes the sources and represents the passive multiport. Under such circumstances (7) leads to :

$$\frac{dz}{dt} = -TF(\Gamma^{-1}(z)) - H\,\Gamma^{-1}(z) + B(t) \tag{9}$$

where $\Gamma(x) = z$ and the functions $f_i (i = 1, \ldots N)$ are supposed such that Γ^{-1} exists.

Equation (9) was derived by Sandberg, [3], by using the above given procedure. The quantities H and $B(t)$ can be computed from equation (8) in specific cases, if x and y have imposed particular values satisfying Kirchoff's equations. (It is to be noted that in [2] only the existence of H and $B(t)$ matrices is proved).

It is of greatest interest to obtain general expresions of H and $B(t)$ matrices; in that case the dependence of the solutions of equation (9) — reffered to as „normal form" in the following — upon the network structure can be studied.

In the following, equation (9) is derived again by using a „normal tree" (Bryant [4] and Stern [5]); the difference consist in obtaining now general expressions for H and $B(t)$ as well.

Normal form of Dynamic equations

The following suppositions are first considered:

a) The network graph has no loops including only independent voltage-sources with values that contradict KVL.

b) Current-source branches as well as inductance branches may be all chosen as chords (that is, there are not cut-sets of current-sources or inductances).

c) Capacitor branches may be all chosen as tree-branches (that is, there are not loops of capacitors).

The normal tree is the tree containing a maximum number of capacitor branches and a minimum number of inductance branches, Following the suppositions (v) and (c), this normal tree contains al the capacitors as well as resistive branches (including independent or controlled current — and voltage-sources) until the tree in completed.

Once the normal tree constructed, the branch set is partitioned in the following subsets: S_g (resistive chords), S_Υ (inductive chords, including all inductances), S_s (capacitive tree branches, including all capacitors), S_r (resistive tree branches), the notations being those used in [5].

Each subset defined above is double indexed as follows: S_{g1} is the set of nonlinear resistances in transistor models, S_{g2} is the set of nonlinear resistances in diode models, S_{g3} is controlled current-sources in transistor models, S_{g4} is the set of resistive branches with independent voltage-sorces (or without these) in multiport, S_{g5} is the set of branches with independent current-sources in the multiport, S_Υ is the set of inductances connected to ports, S_{s1} is the set of linear capacitors in transistor models, S_{r2} is the set of linear capacitore in diode models, S_{s3} is the set of capacitors connected to ports, S_{s3} is the set of capacitors connected to ports, S_{r1} is the set of controlled voltage-source in transistor models, S_{r2} is the set of controlled voltage-soures in diode models, S_{r3} is the set of branches with independent voltage-sources (or whithout these) in the multiport, chosen as tree-branches.

In Fig. 3 the proposed notations, current-and voltage reference directions and the inner loops in the models are presented; the reference directions of the loops are the same as those of the currents in corresponding chords, and the tree-branches are thick linned.

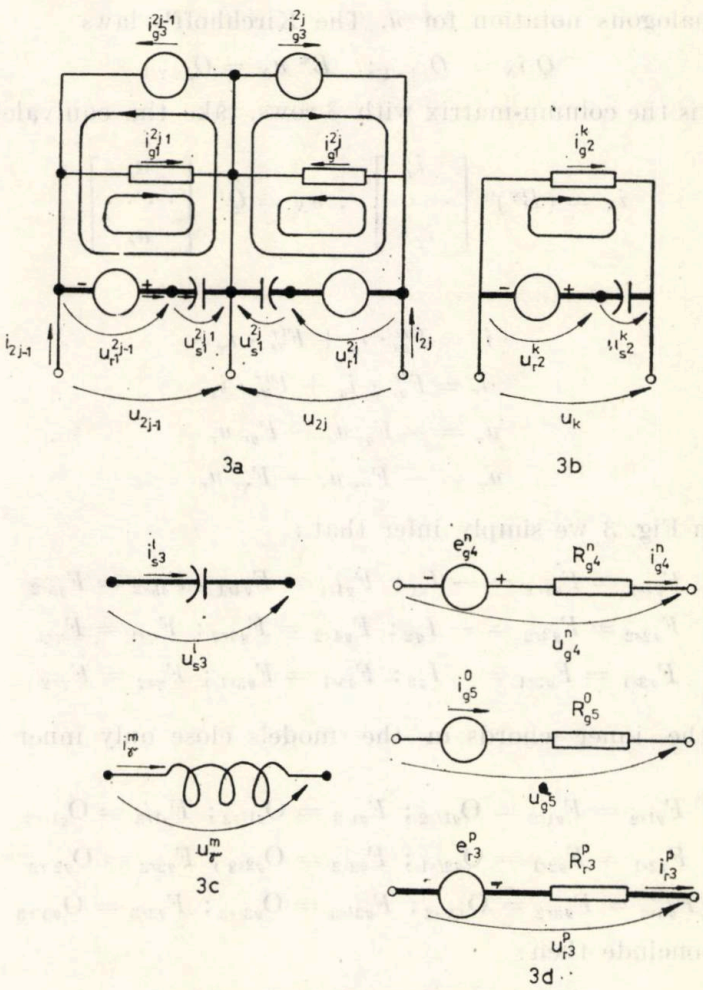


Fig. 3 Notations and reference

The incidence matrices B^* and Q in Kirchhoff's laws take the forms: (see [5])

$$B^* = \begin{array}{c} \\ g \\ \gamma \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} g & \gamma & s & r \end{array} \\ \left|\begin{array}{c|c|c|c} I_g & & F_{gs} & F_{gr} \\ \hline & I_\gamma & F_{\gamma s} & F_{\gamma r} \end{array}\right| \end{array} = [I_{g+\gamma} \mid A] ;$$

$$Q = [-A^{tr} \mid I_{s+r}]$$

Let i_N be :

$$i_N = \left[\begin{array}{ccccc} i_g^{tr} & \vdots & i_\gamma^{tr} & \vdots & i_s^{tr} \quad i_r^{tr} \end{array} \right]^{tr}$$

and an analogous notation for u. The Kirchhoff's laws

$$Q\, i_N = O_{s+r|1}\,; \quad B^*\, u_N = O_{g+\gamma|1}$$

where $O_{\delta|1}$ is the column-matrix with δ rows, take the equivalent forms :

$$i_N = (B^*)^{tr} \left[\begin{array}{c} i_g \\ \cdots \\ i_\gamma \end{array} \right]\,; \; u_N = Q^{tr} \left[\begin{array}{c} u_s \\ \cdots \\ u_r \end{array} \right]$$

whence

$$i_s = F_{gs}^{tr} \cdot i_g + F_{\gamma s}^{tr} \cdot i_\gamma \tag{10}$$

$$i_r = F_{gr}^{tr} \cdot i_g + F_{\gamma r}^{tr} \cdot i_\gamma \tag{11}$$

$$u_g = - F_{gs}\, u_s - F_{gr}\, u_r \tag{12}$$

$$u_\gamma = - F_{\gamma s}\, u_s - F_{\gamma r}\, u_r \tag{13}$$

From Fig. 3 we simply infer that :

$$\begin{aligned} &F_{g1s1} = F_{g1r1} = - I_{g1}\,; \; F_{g4s1} = F_{g4r1}\,; \; F_{g5s2} = F_{g5r2} \\ &F_{g2s2} = F_{g2r2} = - I_{g2}\,; \; F_{g4s2} = F_{g4r2}\,; \; F_{\gamma s1} = F_{\gamma r1} \\ &F_{g3s1} = F_{g3r1} = \quad I_{g3}\,; \; F_{g5s1} = F_{g5r1}\,; \; F_{\gamma s2} = F_{\gamma r2} \end{aligned} \tag{14}$$

and, as the inner chords in the models close only inner loops, we have :

$$\begin{aligned} &F_{g1s2} = F_{g1r2} = O_{g1/s2}\,; \; F_{g1s3} = O_{g1/s3}\,; \; F_{g1r3} = O_{g1/r3} \\ &F_{g2s1} = F_{g2r1} = O_{g2/s1}\,; \; F_{g2s3} = O_{g2s3}\,; \; F_{g2r3} = O_{g2/r3} \\ &F_{g3s2} = F_{g3r2} = O_{g3/s2}\,; \; F_{g3/s3} = O_{g3/s3}\,; \; F_{g3r3} = O_{g3/r3} \end{aligned} \tag{15}$$

We conclude then :

$F_{gs} =$

	s_1	s_2	s_3
g_1	$- I_{g1}$		
g_2		$- I_{g2}$	
g_3	I_{g3}		
g_4	F_{g4s1}	F_{g4s2}	F_{g4s3}
g_5	F_{g5s1}	F_{g5s2}	F_{g5s3}

$F_{gr} =$

	r_1	r_2	r_3
g_1	$- I_{g1}$		
g_2		$- I_{g2}$	
g_3	I_{g3}		
g_4	F_{g4s1}	F_{g4s2}	F_{g4r3}
g_5	F_{g5s1}	F_{g5s2}	F_{g5r3}

so that equation (10) becomes :

$$\frac{d}{dt}q=F_{gs}^{tr}\,i_g+F_{\gamma s}^{tr}\,i_\gamma=\begin{bmatrix}-I_{g1}\\ \cdots\cdots\\ O_{s2/g1}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g1}\end{bmatrix}i_{g1}+\begin{bmatrix}O_{s1/g2}\\ \cdots\cdots\\ -I_{g2}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g2}\end{bmatrix}i_{g2}+\begin{bmatrix}I_{g3}\\ \cdots\cdots\\ O_{s2/g3}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g3}\end{bmatrix}i_{3g}+$$

$$+F_{g4s}^{tr}\,i_{g4}+F_{g5s}^{tr}\,I(t)+F_{\gamma s}^{tr}\,i_\gamma$$

where $i_{g5}=I(t)$ is the the known vector of the current-sources.

At the same time,

$$\begin{bmatrix}-I_{g1}\\ \cdots\cdots\\ O_{s2/g1}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g1}\end{bmatrix}i_{g1}+\begin{bmatrix}O_{s1/g2}\\ \cdots\cdots\\ -I_{g2}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g2}\end{bmatrix}i_{g2}+\begin{bmatrix}I_{g3}\\ \cdots\cdots\\ O_{s2/g3}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/g3}\end{bmatrix}i_{g3}=\begin{bmatrix}-i_{g1}+i_{g3}\\ \cdots\cdots\\ -i_{g2}\\ \cdots\cdots\\ O_{s3/1}\end{bmatrix}=-\widetilde{T}\widetilde{F}(u)$$

where the following notations are used:

$$\widetilde{T}=\bigoplus_{i=1}^{P}\begin{bmatrix}1-\alpha_r^i\\ -\alpha_f^i \quad 1\end{bmatrix}\oplus I_Q\oplus O_R$$

$$\widetilde{F}(u)=[f_1(u_1),\ldots,f_{2P+Q}(u_{2P+Q})]^{tr}$$

and the relations (1) are taken into account.

Noting that $i_\gamma=i^2$ we obtain :

$$\frac{dq}{dt}=-\widetilde{T}\cdot\widetilde{F}(u)+F_{g4s}^{tr}\,i_{g4}+F_{g5s}^{tr}\,I(t)+F_{\gamma s}^{tr}\,i^2 \tag{16}$$

The equation (13) become :

$$\frac{d}{dt}\psi=-F_{\gamma s}\,u_s-F_{\gamma r}\,u_r=-F_{\gamma s1}\,(u_{s1}+u_{r1})-F_{\gamma s2}\,(u_{s2}+u_{r2})-$$

$$-F_{\gamma s3}\,u_{s3}-F_{\gamma r3}u_{r3}=-F_{\gamma s1}\,[u_1,\ldots,u_{2P}\,]^{tr}-$$

$$-F_{\gamma s2}\,[u_{2P+1},\ldots,u_{2P+Q}]^{tr}-F_{\gamma s3}\,[u_{2P+Q+1},\ldots,u_{2P+Q+R}]^{tr}-$$

$$-F_{\gamma r3}\,u_{r3}$$

or

$$\frac{d}{dt}\psi=-F_{\gamma s}\,u^1-F_{\gamma r3}\,u_{r3} \tag{17}$$

From equations (11), (12) we have :

$$i_{r\,3}=F_{gr3}^{tr}\,i_g+F_{\gamma r3}^{tr}\,i^2$$

$$u_{g4}=-F_{g\,1s}\,u_s-F_{g4s1}\,u_{r1}-F_{g4s2}\,u_{r2}-F_{g4r3}\,u_{r3}$$

whence, using (14) and (15), results the following:

$$i_{r3} = F^{tr}_{g4r3}\, i_{g4} + F^{tr}_{g5r3}\; I(t) + F^{tr}_{\gamma r3}\, i^2 \tag{18}$$

$$u_{g4} = -F_{g4s1}\,(u_{s1} + u_{r1}) - F_{g4s2}\,(u_{s2} + u_{r2}) - F_{g4s3}\,u_{s3} - F_{g4r3}\,u_{r3} \tag{19}$$

and immediately,

$$u_{g4} = -F_{g4s}\; u^1 - F_{g4r}\,u_3 \tag{20}$$

As is easily inferred from Fig. 3.d,

$$u_{g4} = -E_{g4}\,(t) + R_{g4}\,i_{g4} \tag{21}$$

where $E_{g4}\ (t)$ is the known vector having e^n_{g4} components and $R_{g4} = \mathrm{diag}\,\{R^n_{g4}\}$.

Analogously,

$$u_{r3} = -E_{r3}\,(t) + R_{r3}\,i_{r3} \tag{22}$$

By introducing (18), (21), (22) in (20), we solve for i_{g4}:

$$i_{g4} = R^{-1}\,(-F_{g4s}\,u - F_{g4r3}\,R_{r3}\,F^{tr}_{r3}\,i_2 + E_{g4}\,(t) + F_{g4r3}\,E_{r3}\,(t) - F_{g4r3}\,R_{r3}\,F^{tr}_{g5r3}\,I\,(t)) \tag{23}$$

where:

$$R = R_{g4} + F_{g4r3}\,R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3} \tag{24}$$

that is nonsingular ([6]) Appendix B). With equation (23) introduced in (18) and solving for i, relation (22) becomes:

$$u_{r3} = R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3}\,R^{-1}\,F_{g4s}\,u^1 + (R_{r3}\,F^{tr}_{\gamma r3} - R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3}\,R^{-1}\,F_{g4r3} \cdot R_{r3}\,F^{tr}_{\gamma r3})\,i^2 + (R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3}\,R^{-1}\,F_{g4r3} - I_{r3})\,E_{r3}\,(t) + R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3}\,R^{-1}\,E_{g4}\,(t) + (R_{r3}\,F^{tr}_{g5r3} - R_{r3}\,F^{tr}_{g4r3}\,R^{-1}\,F_{g4r3} \cdot R_r\,F^{tr}_{g5r3})\,I\,(t) \tag{25}$$

Finally (23), (25), (16), (17), result in the desired equation:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q \\ \cdots \\ \psi \end{bmatrix} = -T\,F\,(x) - Hx + B(t) \tag{26}$$

where we have observed that,

$$T = T \oplus O_S \; ; \; F = \begin{bmatrix} \tilde{F} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \vdots \; O_{R+S/1}$$

and where

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} \vdots H_{12} \\ \cdots\cdots\cdots \\ H_{21} \vdots H_{22} \end{bmatrix} \; ; \quad B(t) = \begin{bmatrix} B_1(t) \\ \cdots\cdots \\ B_2(t) \end{bmatrix} \tag{27}$$

with

$$H_{11} = F^{tr}_{g4s} \, R^{-1} \, F_{g4s}$$

$$H_{12} = - F^{tr}_{\gamma s} + F^{tr}_{g4s} \, R^{-1} \, F_{g4r4} \, R_{r3} \, F^{tr}_{\gamma r3}$$

$$H_{21} = F_{\gamma s} - F_{\gamma r3} \, R_{3r} \, F^{tr}_{g4r3} \, R^{-1} \, F_{g4s}$$

$$H_{22} = F_{\gamma r3} \, (R_{r3} \, F^{tr}_{\gamma r3} - R_{r3} \, F^{tr}_{g4r3} \, R^{-1} \, F_{g4r3} \, R_{r3} \, F^{tr}_{\gamma r3})$$

$$B_1(t) = F^{tr}_{g4s} \, R^{-1} \, E_{g4}(t) + F^{tr}_{g4s} \; R^{-1} \, F_{g4r3} \, E_{r3}(t) + \tag{28}$$

$$+ (F^{tr}_{g5s} - F^{tr}_{g4s} \, R^{-1} \, F_{g4r3} \, R_{r3} \, F^{tr}_{g5r3}) \, I(t)$$

$$B_2(t) = - F_{\gamma r3} \, R_{r3} \, F^{tr}_{g4r3} \, R^{-1} \, E_{g4}(t) + F_{r3} \, (I_{r3} - R_{r3} \, F^{tr}_{g4r3} \, R^{-1} \, F_{g4r3}) \cdot$$

$$\cdot \, E_{r3}(t) + F_{\gamma r3} \, (R_{r3} \, F^{tr}_{g4r3} \, R^{-1} \, F_{g4r3} \, R_{r3} \, F^{tr}_{g5r3} - R_{r3} \, F^{tr}_{g5r3}) \, I(t)$$

Equations (27) and (28) represent the scope of the present paper; they give a unique general procedure to obtain H and $B(t)$ matrices. The following properties are immediate :

$$H_{11} = \quad H^{tr}_{11}$$

$$H_{22} = \quad H^{tr}_{22}$$

$$H_{12} = - H^{tr}_{21}$$

Finally it is to be noted that when inductances are absent (as it is frequently the case), equations (27) and (28) are greatly simplified :

$$H = H_{11} \; ; \quad B(t) = B_1(t)$$

REFERENCES

1. *H. K. Gummel*, Proc. IEEE, 56, Nr. 4, pp. 751, April, 1968.
2. *A. N. Willson, Jr.*, Bell Syst. Tech. J., 49, pp. 1713— Oct., 1970.
3. *I. W Sandberg*, Bell Syst. Tech. J., 48, pp. 35, Jan., 1969.
4. *P. R. Bryant*, Proc. Inst. Elec. London, Monograf. 335 E, 106 C, pp. 174, June, 1959.
5. *T. E. Stern*, Theory of Nonlinear Networks and Systems, Reading Mass. Addison-Wesley, 1965.
6. *C. A. Desoer, E. S. Kuh*, Basic Circuit Theory, New York, Mc. Graw-Hill, 1969.
7. *C. Marinov*, Doctoral thesis, Polıtechnical Institute, Bucharest, 1977.

Asupra ecuaţiilor circuitelelor neliniare.

În lucrare se obţin ecuaţii cu variabile de stare care descriu o clasă de circuite cu capacităţi şi inductanţe neliniare conectate cu dispozitive semiconductoare modelate neliniar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

C.Z. 621.313.2 : 621.65

DESPRE REACȚIA INDUSULUI ÎN POMPELE ELECTROMAGNETICE DE CURENT CONTINUU

DUMITRU STANCIU *

În lucrare se studiază fenomenul de reacție a indusului în pompele electromagnetice de curent continuu cu întrefier de lărgime variabilă în direcția de curgere a fluidului.

Pe baza soluției obținute pentru repartiția cîmpului magnetic din întrefier sînt examinate posibilitățile de îmbunătățire a performanțelor acestor tipuri de pompe.

Pompele electromagnetice de curent continuu se impun prin simplitatea construcției și prin parametrii energetici mai ridicați decît la celelalte tipuri de pompe pentru metale lichide.

S-au realizat pompe electromagnetice de curent continuu pentru presiuni pînă la 7 atm și debite în jur de 30 m^3/h.

Performanțele pompei M.H.D. de curent continuu depind de soluția constructivă realizată, de modul în care această soluție rezolvă problemele puse de fenomenele secundare care apar la funcționarea pompei. Reacția indusului este unul din fenomenele care provoacă repartiția neuniformă a cîmpului magnetic din întrefier și a densității de curent din masa de fluid aflată în mișcare. Astfel din cauza acestui fenomen intensitatea cîmpului magnetic crește foarte mult sub muchea polului magnetic aflată la intrarea în pompă iar densitatea de curent înregistrează creșteri însemnate sub muchea polului magnetic de la ieșirea din pompă. Se produce din acest motiv o majorare însemnată a rezistenței electrice a zonei active a pompei, ceeace conduce la majorarea pierderilor Joul în această zonă și la scăderea randamentului.

Un alt efect negativ al acestei repartiții neuniforme a intensității cîmpului magnetic și a densității de curent în zona activă a pompei îl constituie reducerea presiunii dezvoltată.

Cele două aspecte prezentate anterior constituie suficiente motive pentru ca în proiectarea unei pompe M.H.D. de curent continuu să se adopte soluții care să diminueze sau să elimine complet fenomenul de reacție a indusului.

În lucrare se studiază o asemenea soluție care conduce, în anumite situații, la eliminarea completă a fenomenului de reacție a indusului.

Manuscris predat redacției la data de 20 iunie 1978.
* Asistent ing., Catedra mașini electrice.

Model teoretic și ipoteze de calcul

Modelul teoretic pentru problema studiată este prezentat în fig. 1. Lățimea canalului (dimensiunea în direcția axei Oy) s-a notat cu „a". Problema a fost studiată în condițiile următoarelor ipoteze :

— soluția constructivă aleasă elimină fenomenele de capăt din pompă ;

— date fiind valorile mari ale inducției în întrefier și ale conductivității metalului fluid se poate considera mișcarea laminară, avînd componenta vitezei după direcția axei Ox independentă de variabila z (cazul numerelor Hartmann mari) ;

— avînd în vedere forma canalului din modelul teoretic prezentat precum și faptul că fluidul conductor este incompresibil s-a stabilit următoarea lege de variație a componentei $\bar{v}_x$ a vitezei cu variabila x :

$$v_x(x) = \frac{v_0}{1 - \frac{2x}{b_0} \operatorname{tg} \alpha} \tag{1}$$

Se va nota în continuare $\bar{v}_x$ cu $\bar{v}$.

— fluidul conductor este un mediu omogen și izotrop avînd permeabilitatea μ_0 și conductivitatea σ ;

— inducția magnetică din întrefier are numai componentă după axa Oz și este funcție numai de variabila x :

$$\bar{B} = B(x)\,\bar{k} \tag{2}$$

(neglijarea curbării liniilor de cîmp din întrefier nu influențează asupra concluziilor problemei) ;

— ca urmare a ipotezelor prezentate anterior densitatea de curent este de forma :

$$\bar{J} = J(x)\,\bar{j} \tag{3}$$

— se neglijează fenomenele de saturație magnetică.

Rezolvarea problemei

Mărimile $\bar{B}$ (inducția magnetică), $\bar{J}$ (densitatea de curent) și $\bar{v}$ (componenta vitezei după direcția axei Ox) din zona activă a pompei satisfac următoarele ecuații scrise într-un sistem de referință antrenat de mediul fluid în mișcare :

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \tag{4}$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} \tag{5}$$

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \tag{6}$$

Acest sistem de ecuaţii se completează cu următoarele două condiţii :

$$B(0) \cdot b_0 - B(l) \cdot (b_0 - 2l \operatorname{tg} \alpha) = \mu_0 I \tag{7}$$

$$\int_0^a \int_0^l B(x)\, dx\, dy = \Phi_0 \tag{8}$$

S-a notat cu I curentul de conducţie care traversează zona activă a pompei şi cu Φ_0 fluxul din intrefierul pompei în absenţa reacţiei (pentru $I = 0$).

Din ecuaţiile 4, 5, 6 se obţine ecuaţia satisfăcută de inducţia din intrefierul pompei care are următoarea formă :

$$\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{d^2 B}{dx^2} - \frac{d}{dx}(v \cdot B) = 0 \tag{9}$$

Ţinînd seama de ecuaţia 1, ecuaţia 9 se mai poate scrie astfel :

$$\left(1 - \frac{2x}{b_0} \operatorname{tg} \alpha\right) \frac{d^2 B}{dx^2} - \left(1 - \frac{2x}{b_0} \operatorname{tg} \alpha\right) v_0 \mu_0 \sigma \frac{dB}{dx} - \frac{2 v_0 \mu_0 \sigma \operatorname{tg} \alpha}{b_0} B = 0 \tag{10}$$

În ecuaţia 10 făcînd schimbarea de variabilă :

$$1 - \frac{2x}{b_0} \operatorname{tg} \alpha = e^u \tag{11}$$

se obţine o ecuaţie de tip Euler de următoarea formă :

$$\tau \frac{d^2 B}{du^2} - \beta \frac{dB}{du} - \gamma B = 0 \tag{12}$$

În această ecuaţie :

$$\tau = \frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{b_0^2} ;$$

$$\gamma = \frac{2 v_0 \mu_0 \sigma \operatorname{tg} \alpha}{b_0} ; \tag{13}$$

$$\beta = \tau - \gamma$$

Ecuaţia caracteristică a ecuaţiei 12 are următoarele soluţii :

$$r_1 = 1 ; \tag{14}$$

$$r_2 = -\frac{\gamma}{\tau} .$$

Soluția obținută pentru inducția magnetică din intrefierul pompei va fi următoarea :

$$B(x) = M\left(1 - \frac{2x}{b_0}\operatorname{tg}\alpha\right) + N\left(1 - \frac{2x}{b_0}\operatorname{tg}\alpha\right)^{-\frac{\gamma}{\tau}} \qquad (15)$$

Constantele M și N se determină impunînd condițiile 7 și 8.

Interpretarea rezultatelor

Membrul drept al ecuației 6 conține doi termeni dintre care unul, cîmpul electric coulombian $\bar{E}$, îl putem considera constant în condițiile ipotezei nr. 1.

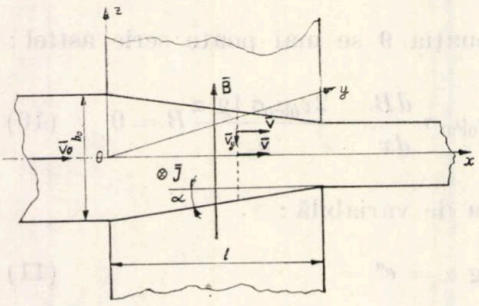


Fig. 1

Al doilea termen $\bar{v} \times \bar{B}$ este cel care face ca repartiția densității de curent $\bar{J}$, în planul xOz, să fie neuniformă.

Prin realizarea unui intrefier de lărgime variabilă în direcția axei Ox se poate obține o asemenea variație pentru $\bar{B}$ și $\bar{v}$ în raport cu variabila x încît produsul $v \cdot B$ să nu depindă de această variabilă.

În cazul în care $v \cdot B$ nu depinde de variabila x, avînd în vedere ultima ipoteză, cu toate că B are o repartiție neuniformă în planul xOy, presiunea dezvoltată de pompă va fi egală cu cea dezvoltată de o pompă ideală cu intrefierul constant, fără reacție și avînd același flux Φ ca și pompa reală.

Există deci posibilitatea, în cazul realizării unui intrefier de lărgime variabilă, să nu se mai producă o diminuare a presiunii dezvoltată de pompă față de cazul ideal și să nu apară o majorare a pierderilor Joule și deci o scădere a radamentului pompei.

În scopul verificării celor afirmate s-a întocmit un program de calcul pentru un model avînd următoarele dimensiuni :

$a = 0{,}1$ m ; $l = 0{,}1$ m ; $b_0 = 0{,}02$ m ; $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}05$; $B_0 = 0{,}5$ T (pentru $x = l/2$ și $I = 0$).

Pentru acest model s-au trasat caracteristicile $B = f_1(x)$ și $B \cdot v = f_2(x)$ pentru diverse valori ale curentului I și ale vitezei v.

Rezultatele sînt prezentate în figurile 2, 3, 4, 5.

În figura 2 este reprezentată variația inducției din zona activă a pompei cu intrefier variabil și fără reacție. Pentru comparație a fost reprezentată și variația inducției din pompa fără reacție cu intrefier constant.

Pentru o valoare dată a curentului I, care traversează zona activă a pompei, reacția este cu atît mai importantă cu cît viteza este mai mare (vezi fig. 3).

La o valoare constantă a vitezei reacția crește în intensitate o dată cu mărirea valorii intensității curentului I.

Pentru un tip constructiv dat există anumite cupluri de valori I și $\bar{v}$ pentru care variația $B \cdot v = f(x)$ este o dreaptă orizontală și deci repartiția densității de curent $\bar{J}$ este uniformă (vezi fig. 4,5).

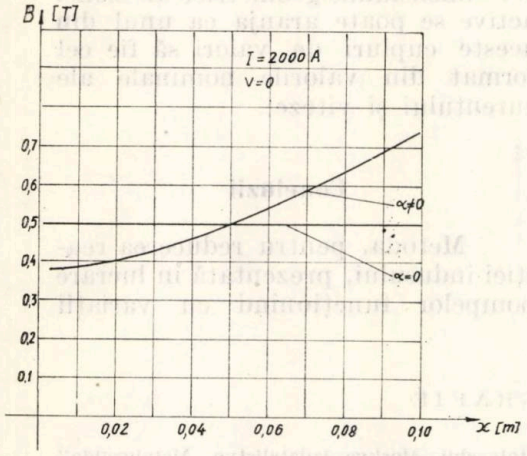


Fig. 2

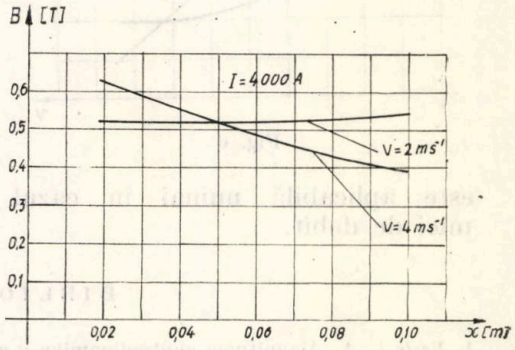


Fig. 3

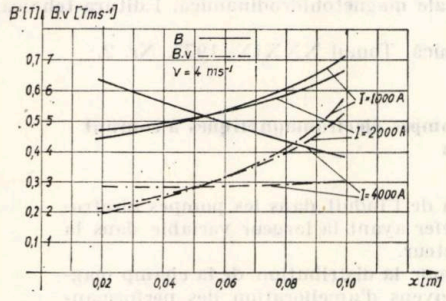


Fig. 4

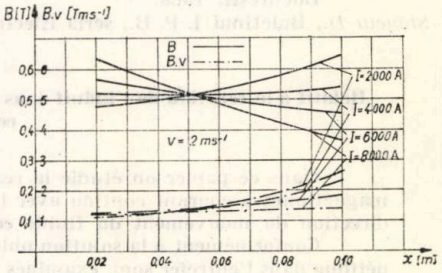


Fig. 5

Pentru modelul studiat valorile curentului I și ale vitezei $\bar{v}$ pentru care se obține o repartiție uniformă a densității de curent, în masa de fluid din zona activă a pompei, satisfac legea $v \cdot I$ = constant (vezi fig. 4, 5).

Însă la funcționarea pompei electromagnetice de curent continuu intensitatea curentului I depinde de viteza $\bar{v}$ după o lege de forma:

$$I = I_{sc} - mv$$

(m fiind o constantă constructivă a pompei iar I_{sc} curentul de scurt-circuit).

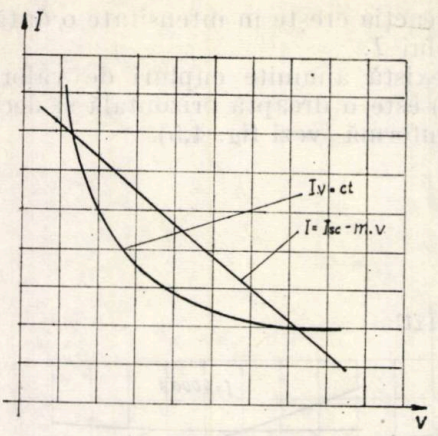


Fig. 6

Aşadar (vezi fig. 6) există maximum două cupluri de valori I şi v pentru care se poate realiza o compensare totală a fenomenului de reacţie a indusului, în cazul unui tip constructiv dat. Alegînd corespunzător dimensiunile geometrice ale zonei active se poate aranja ca unul din aceste cupluri de valori să fie cel format din valorile nominale ale curentului şi vitezei.

Concluzii

Metoda, pentru reducerea reacţiei indusului, prezentată în lucrare este aplicabilă numai în cazul pompelor funcţionînd cu variaţii mici de debit.

BIBLIOGRAFIE

1. *Verte L. A*, Magnitnaia ghidrodinamika v metalurghii ; Moskva, izdatelistvo „Metalurghia" 1975.
2. *Riabinin A. G., Hojainov A. I.*, Nestaţionarnie tecenia jidchih metalov v M. H. D. ustroistvah, Leningrad, izdatelistvo „Maşinostroenie", 1970.
3. *Nicolaide A.*, Producerea energiei electrice pe cale magnetohidrodinamică, Editura tehnică, Bucureşti, 1968.
4. *Stanciu D.*, Buletinul I. P. B., seria Electrotehnică, Tomul XXXIX, 1977, Nr. 2.

Relatif à la reaction de l'induit dans les pompes électromagnétiques à courant continu

Dans ce papier on étudie la reaction de l'induit dans les pompes électromagnétiques à courant continu avec l'entrefer ayant la largeur variable dans la direction du mouvement du fluide conducteur.

Conformément à la solution obtenu pour la distribution de la champ magnétique dans l'entrefer sont examinés les moyens d'amelioration des performances des ces types des pompes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

ELECTRONICĂ

CZ : 621.375.4

WIDE-BAND RC AMPLIFIERS WITH MFM AND MFMD RESPONSE

Ș. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU, I. IONESCU*

The paper presents the accurate expressions for calculating the performances of some structures of wide-band low-pass amplifiers, RC corrected, some of them being imaginated by the authors. The systems of equations meaning the MFM and MFMD conditions are solved by the electronic computer, using an original program elaborated for this purpose.
The performances of these circuits are compared for wide domains of values of the components and of the transistor parameters.

1. The Algorithms for Solving the System of Equations

The frequency response factor A_u of all wide-band amplifiers has the form

$$A_u = A_{u_0} \cdot A(j\omega) \tag{1}$$

where A_{u_0} is the medium-frequency gain and

$$A(j\omega) = \frac{1 + j\omega m + (j\omega)^2 n + (j\omega)^3 q + (j\omega)^4 r + \dots}{1 + j\omega a + (j\omega)^2 b + (j\omega)^3 c + (j\omega)^4 d + (j\omega)^5 + \dots} = \frac{N}{D} \tag{2}$$

The $3dB$ cut-off frequency is given, with *small* errors, by the expression

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2(m^2-2n)-(a^2-2b)+\sqrt{[2(m^2-2n)-(a^2-2b)]^2+4[b^2-2ac+2d-2(n^2-2mq+2r)]}}{2[b^2-2ac+2d-2(n^2-2mq+2r)]}} \tag{3}$$

The first two conditions for obtaining a *m*aximum-*f*lat magnitude (*M.F.M*) response (cancelling the first two derivatives of $|A(j\omega)|$ for $j\omega = 0$) lead to the relations

$$\begin{aligned} m^2 - 2n &= a^2 - 2b \\ n^2 - 2mq + 2r &= b^2 - 2ac + 2d \end{aligned} \tag{4}$$

Manuscript received 14 October 1977.
* Lecturer dr. ing. Applied Electronics; Student Faculty Electronics

This is a system of two equations of the second degree. For the system being possible, there must be two unknown variables : the values (x, y) of the adjustable correction components. Sometimes x and y are : the value of one component and the product of the values of the two components.

The system has the form

$$\begin{cases} a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0 & (5) \\ A_{11}x^2 + 2A_{12}xy + A_{22}y^2 + 2A_{13}x + 2A_{23}y + A_{33} = 0 & (6) \end{cases}$$

and has four pairs of solutions x_i, y_i, $i = 1, 2, 3, 4$. The four values for y are obtained from the fourth degree equation attached to the system :

$$\begin{vmatrix} A & B & C & 0 \\ D & E & F & 0 \\ 0 & A & B & C \\ 0 & D & E & F \end{vmatrix} = 0 \qquad (7)$$

This equation may be written

$$(AE - BD)(BF - CE) - (AF - CD)^2 = 0$$

where

$$A = a_{11} \qquad B = 2a_{12}y + 2a_{13} \qquad C = a_{22}y^2 + 2a_{23}y + a_{33}$$

$$D = A_{11} \qquad E = 2A_{12}y + 2A_{13} \qquad F = A_{22}y^2 + 2A_{23}y + A_{33}$$

The fourth degree equation is solved by the computer, using the Lin-Bairstow algorithm, then the corresponding values of x are obtained with the relation

$$x = -\frac{CD - AF}{BD - AE} \qquad (8)$$

A subroutine was elaborated for calculating the components and the performances when two *M.F.M.* conditions are fulfilled. First, the coefficients, a_{ij} and A_{ij} are computed by considering transfer factor coefficients of the form

$$m = m_x \cdot x + m_y \cdot y + m_0 \quad \text{a.s.o.} \qquad (9)$$

Then the coefficients A, B, C, D, E, F are also calculated, the equation (7) is solved and the values of y are found. The solutions with negative real part, then the complex ones, are eliminated. The performances are computed for each pair of valuable solutions and that pair of solutions is optimum which leads to the largest AB product. If no real positive

solutions are found, then the complex solution with positive real part and minimum imaginary part is selected as optimum [9], [10].

There is more oftenly useful to build amplifiers which also have a *m*aximul-*f*lat group *d*elay (*M.F.D.*) characteristics (video and oscilloscope amplifiers). The *M.F.D.* -conditions lead to impose the cancelling of the t_g derivatives. The group delay time is given by the formula [1]:

$$t_g = -\frac{A(j\omega)\,A'(-j\omega) + A(-j\omega)\,A'(j\omega)}{2A(j\omega)\,A(-j\omega)} \tag{10}$$

By replacing $A(j\omega)$ with the expresion (2), one finds

$$t_g = \frac{(a-m)+(j\omega)^2[(a-m)am+2(an-bm)+(mn-ab)+3(c-q)]+(j\omega)^4 \ldots}{1+(j\omega)^2[2(b+n)-(a^2+m^2)]+(j\omega)^4[2(aq+bn+cm+d+r)+ \ldots} \tag{11}$$

$$\ldots+2(a+m)(an+bm+c+q)+am+b+n]+(j\omega)^6 \ldots$$

After dividing the numerator by $(a - m)$, the expression gets the form (2) and the first *M.F.D.* condition is the coefficients of $(j\omega)^2$ to be equals at the numerator and at the denominator. This leads to

$$3(ab - mn) = 3(c - q) + a^3 + m^3. \tag{12}$$

It is a third degree equation which may be written

$$b_1x^3 + b_2y^2 + b_3xy^2 + b_4x^2y + b_5x^2 + b_6xy + b_7y^2 + b_8x + b_9y + b_{10} = 0 \tag{13}$$

Generally, no more than one *M.F.D.* condition is imposed. If the first *M.F.M.* and *M.F.D.* conditions are simultaneously imposed, as it frequently occurs (*M.F.M.D.* conditions), then the system of equations (5) and (13) may be solved as follows:

1) The equation (5) is brought at the canonical form

$$a_1x'^2 + a_2y'^2 + a_3 = 0 \tag{14}$$

by changing the variables according to the relations:

$$\begin{cases} x' = x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' = -x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases} \tag{15}$$

where

$$\theta = \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{a_{12}}{a_{11} - a_{22}}$$

2) The same change is done in equation (13) which becomes

$$b'_1x'^3+b'_2y'^3+b'_3x'y'^2+b'_4x'^2y'+b'_5x'^2+b'_6x'y'+b'_7y'^2+b'_8x'+b'_9y'+b_{10}=0 \tag{16}$$

3) x' is replaced in equation (16) by

$$x' = \pm \sqrt{\frac{a_2 y'^2 + a_3}{-a_1}} \tag{17}$$

and the equation (16) becomes

$$\mp (c_1 y'^2 + c_2 y' + c_3) \sqrt{\frac{a_2 y'^2 + a_3}{-a_1}} = c_4 y'^3 + c_5 y'^2 + c_6 y' + c_7 \tag{18}$$

4) The relation (18) is squared and an equation of the six thorder in y' results.

5) This equation is solved using the Lin-Bairstow algorithm. The corresponding values for x' are found with formula (18). There results 12 pairs of solutions x'_i, y'_i, $i = 1 \div 12$.

6) The solutions for x and y are found according to

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases} \tag{19}$$

7) The negative solutions are eliminated.

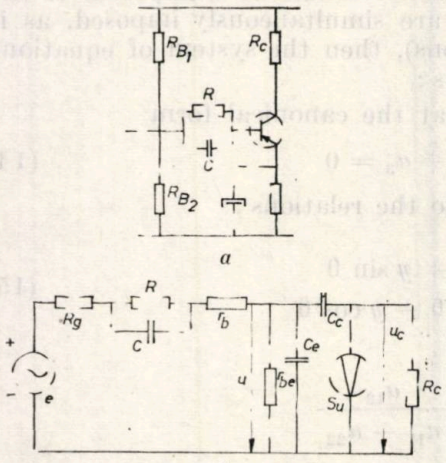
8) The complex solutions are eliminated.

9) The remaining solutions are tested in equations (5) and (13).

The subroutine first calculates the a_{ij} and b_{ij} coefficients, then follows the described procedure. The performances are computed for each pair of valuable solutions and that one is considered optimum which leads to the largest AB product.

Sometimes the variable R appears at the denominator of the coefficients a, b, c, d. In order not to double the degree of equations (5), (6) and (13), an iterative method is used : R is first given a value of $1k\Omega$, then a solution is obtained for R. The calculus is repeated with the new value of R, and so on, at most ten times.

Oftenly, the system of equations expressing the $M.F.M.$ or $M.F.M.D$ conditions give no real positive values for the correction components. In that case, the subroutine compares the complex solutions of the system having positive real parts. Among these solutions, the one having the minimum absolute value of the ratio between the imaginary part and the real part is selected. This solution is the nearest to the $M.F.M.$ or $M.F.M.D.$ conditions, which may be implemented with real resistors and capacitors. The principle is similar to the one used in [9] and [10] for a single $M.F.M.$ condition.



The base-corrected amplifier :
a) the circuit, b) the equivalent circuit.

2. The Base-Corrected Amplifier

The transfer factor of the circuit (fig. 1) is the ratio of two polynomials in $j\omega$ (1), (2) with the coef-

ficients [10], [11]:

$$A_{u_0} = \frac{\beta R_c}{R_{gb} + r_{be} + R} \tag{20}$$

$$a = [RC(R_{gb} + r_{be}) + r_{be}R_cC_c + (R_{gb} + R)((\beta + 1)R_cC_c + r_{be}(C_e + C_c))] : (R_{gb} + r_{be} + R)$$

$$b = [r_{be}R_cC_cRC + (R_{gb} + R)r_{be}C_eR_cC_c + R_{gb}RC((\beta + 1)R_cC_c + r_{be}(C_e + C_c))] : (R_{gb} + r_{be} + R)$$

$$c = R_{gb}r_{be}C_eR_cC_cRC : (R_{gb} + r_{be} + R) \tag{21}$$

$$m = RC - C_c/S$$

$$n = -RCC_c/S$$

When taking into account stray capacitances, denominator coefficients become:

$$a' = a + R_cC_s \approx a$$

$$b' = b + R_cC_s[RC(R_{gb} + r_{be}) + (R_{gb} + R)r_{be}(C_e + C_c)] : (R_{gb} + r_{be} + R) \tag{22}$$

$$c' = c + R_cC_sR_{gb}RCr_{be}(C_e + C_c) : (R_{gb} + r_{be} + R)$$

The first *M.F.M.* condition leads to the equation:

$$C \approx \frac{(\beta + 1)R_cC_c + r_{be}(C_e + C_c)}{R[R + 2(r_{be} + R_{gb})]} \left[r_{be} + (R + R_{gb}) \sqrt{1 + 2\frac{r_{be} + R_{gb}}{R}} \right] \tag{23}$$

The performances when imposing the first *M.F.M.* condition and $R = 5k\Omega$ are presented in Table 1. Band widening, in comparison with

Table 1

The performances of the base-corrected amplifier when $R = 5$ k

Type of transistor used	R_g (kΩ)	$C(nF)$ calculated	f_s(MHz) calculated $C_s = 0$	f_s(MHz) calculated $C_s = 5$pF	A_{u_0} calculated	$C(nF)$ measured	f_s(MHz) measured	AB(MHz) calculated $C_s = 0$	AB(MHz) calculated $C_s = 5$pF
EFT 352	5	2,171	0,039	0,0398	8,73	2,05	0,0354	0,348	0,348
,,	1,43	1,933	0,084	0,084	12,7	2,05	0,071	1,072	1,072
,,	0,37	1,894	0,203	0,2024	14,663	2	0,175	2,98	2,969
,,	0,05	1,888	0,43	0,4277	15,385	1,95	0,432	6,62	6,58
,,	0	1,887	0,525	0,516	15,5	1,92	0,553	8,13	7,98
BC 107 *A*	5	0,51	0,216	0,215	26,578	0,215	0,260	5,75	5,718
,,	1,43	0,464	0,548	0,54	34,86	0,45	0,635	19,25	18,95
,,	0,37	0,457	1,718	1,658	38,388	0,42	1,950	65,99	63,63
,,	0,05	0,4563	6,498	5,489	39,604	0,42	5,946	257,36	217,38
,,	0	0,4562	11,416	7,966	39,8	0,42	8,316	454	327,6

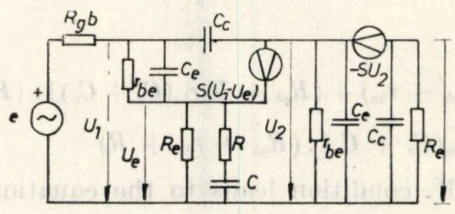
the CE amplifier [10], is larger when R_g has small values, but gain is always smaller. The AB product is about the same, when using the transistor EFT 352, but always smaller when using BC 107 A. The AB product has very small variations when R changes.

The transfer factor which fulfills two $M.F.M.$ conditions is not realizable with positive correction components, for any values of the resistances and for both transistors. The $M.F.M.D.$ condition is realizable only for BC 107 A and small values of load resistance (lower than 120 Ω). As an example : $R_g = 1{,}43\ k\Omega$, $R_c = 0{,}116\ k\Omega$, $R = 0{,}776\ k\Omega$, $C = 1{,}4247\ nF$, $A_{u_0} = 3{,}214$, $f_s = 0{,}3614$ MHz, $AB = 1{,}1615$ MHz. Gain, bandwidth and AB product are all smaller than without correction.

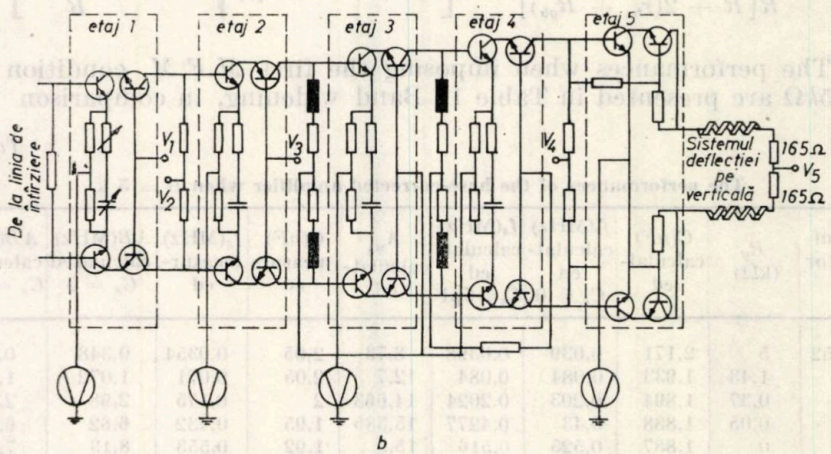
3. The Cascode Amplifier with an RC Group in Parallel with R_e

The frequency response function of the circuit (fig. 2) has the coefficients :

$$A_{u_0} = -\frac{R_c}{(1 + 1/\beta)R'}$$



a



b

The cascode amplifier with an RC group in parallel with R_e :
a) the equivalent circuit, b) the circuit used in a vertical deflection amplifier.

where

$$R' = (\beta + 1)R_e + r_{be} + R_{gb}$$

and

$$a = RC + R_cC_c + \frac{r_{be}}{R'}\left[\left(2R_e + \frac{1}{S}\right)(C_e + C_c) + (C_e + 2C_c + SR_eC_c)R_{gb} + \right.$$

$$\left. + \frac{R_{gb}}{r_{be}} R_eC\right]$$

$$b = RC\left[R_cC_c + \frac{r_{be}}{R'}\left(\left(2R_e + \frac{1}{S}\right)(C_e + C_c) + C_e + 2C_c + SR_eC_c)R_{gb}\right)\right] +$$

$$+ \frac{r_{be}}{R'}\left[R_cC_c\left(\left(2R_e + \frac{1}{S}\right)(C_e + C_c) + (C_e + 2C_c + SR_eC_c)R_{gb}\right) + \frac{R_e}{S}(C_e + C_c)^2 + \right.$$

$$\left. + R_{gb}\left((C_e + C_c)\left(\frac{C_e}{S} + R_eC_c\right) + C_eC_c\left(R_e + \frac{1}{S}\right)\right) + R_eCR_{gb}\left(\frac{R_cC_c}{r_{be}} + C_e + C_c\right)\right]$$

$$c = \frac{r_{be}}{R'}\left\{RC\left[R_cC_c\left(\left(2R_e + \frac{1}{S}\right)(C_e + C_c) + R_{gb}(C_e + 2C_c + SR_eC)\right) + \frac{R_e}{S}(C_e + C_c)^2 + \right.\right.$$

$$\left. + R_{gb}\left((C_e + C_c)\left(\frac{C_e}{S} + R_eC_c\right) + C_eC_c\left(R_e + \frac{1}{S}\right)\right)\right] + \frac{R_e}{S}(C_e + C_c)C_c[R_c(C_e + C_c) +$$

$$+ R_{gb}C_e] + R_cC_cR_{gb}\left[(C_e + C_c)\left(\frac{C_e}{S} + R_eC_c\right) + C_eC_c\left(R_e + \frac{1}{S}\right)\right] +$$

$$\left. + R_eCR_{gb}(C_e + C_c)\left(R_cC_c + \frac{C_e}{S}\right)\right\}$$

$$d = \frac{r_{be}}{R'} C_c\left\{\frac{R_eR_{gb}R_c}{S}(C_e + C_c)C_e(C_c + C) + RC\left[R_{gb}(C_e + C_c)\left(\frac{R_e + R_c}{S} C_e + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + R_eR_cC_c\right) + R_c\left(\frac{R_e}{S}(C_e + C_c)^2 + R_{gb}\left(R_e + \frac{1}{S}\right)C_eC_c\right)\right]\right\} \qquad (24)$$

$$e = RC\frac{r_{be}R_eR_{gb}}{R'S} R_c(C_e + C_c)C_eC_c^2$$

$$m = C(R + R_e) - C_c\left(R_e + \frac{1}{S}\right)$$

$$n = -\left[\frac{R_e}{S}(C_e + C) + RC\left(R_e + \frac{1}{S}\right)\right]C_c$$

$$q = RC\frac{R_eC_eC_c}{S}.$$

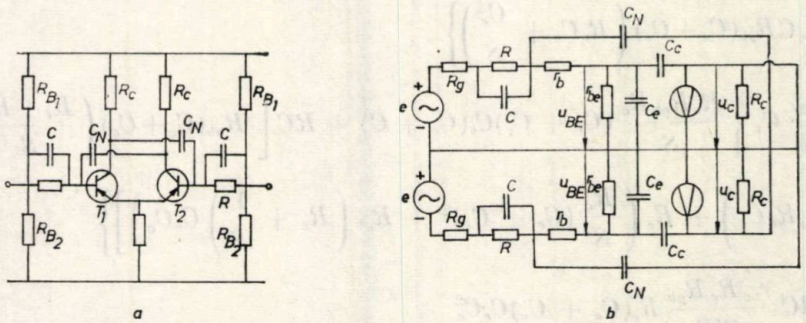
The first two *MFM* conditions may be fulfilled, for the transistor *EFT* 352, only if $R_e > 6$ kΩ and $R_c > 12$ kΩ and bandwidth is only twice as without R and C. For *BC* 107 *A*, when $R_c = 2$ kΩ and $R_g = 1{,}43$ kΩ the conditions are realizable only when $R_e > 3$ kΩ and band widening is unsignificant. When $R_e = 1$ kΩ and $R_g = 1{,}43$ kΩ, the correction is possible for $R_c > 5{,}2$ kΩ with $R \geqslant 56$ Ω and $C \geqslant 20$ pF and the bandwidth is 10 times larger than without correction. When $R_e = 1$kΩ and $R_c = 2$ kΩ, the conditions are only approximately realizable when $R_g < 400$ Ω and band widening is near 4 as one can see in Table 2.

Table 2

The performances of the cascode amplifier with an *RC* group in parallel with R_e, with *MFM* and *MFMD* conditions, for the transistor *BC* 107 A

Condition	$R_g(\Omega)$	$R(\Omega)$	C(pF)	f_s(MHz)	A_{u_0}	AB(MHz)
MFM	0	30	8,3	320	1,9316	635
	50	141,7	7,21	196,47	1,9311	379,4
	397	92	7,64	145,37	1,928	280,2
MFMD	0	7,2 kΩ	1	48,5	1,9316	93,6
	50	5,687 ,,	1,221	50,33	1,9311	97,2
	315	19,323,,	0,415	42,25	1,9287	81,5

The *MFMD* conditions may be fulfilled, for *EFT* 352 only when $R_e = 3{,}162$ kΩ, $R_c = 2$kΩ, $R_g = 1{,}43$ kΩ, leading to unsignificant band widening. For *BC* 107 *A*, the conditions are realizable when $R_e > 1{,}7$ kΩ, or $R_c > 6{,}7$ kΩ or $R_g < 330$ Ω (see Table 2), similarly with MFM conditions.



The base-corrected neutrodyned differential amplifier:
a) the circuit, b) the equivalent circuit.

4. The Base-corrected Neutrodyned Differential Amplifier

The transfer factor has the coefficients:

$$a = \left\{ RC(r_{be} + R_{gb}) + \frac{R_{gb} + R}{\omega_\beta} + C_N[R_c - (R_g + R)(\beta R_c - r_{be} - r_b)] + \right.$$

$$\left. + r_{ee}R_cC_c[1 + S(R_{gb} + R)] \right\} : (r_{be} + R_{gb} + R)$$

$$b = \left\{ \frac{C_N}{\omega_\beta} [(R_g + R)(R_c + r_b) + r_b R_c] + C_N C_c R_c r_{be} [(R_g + R)(4 + S r_b) + r_b] + \right.$$

$$+ R_c C_c \frac{R_{gb} + R}{\omega_\beta} + RC \left[\frac{R_{gb}}{\omega_\beta} + C_N (R_c (R_{gb} + r_{be}) - R_g (\beta R_c - r_{be} - r_b)) + \right.$$

$$\left. \left. + R_c C_c r_{be} (1 + S R_{gb}) \right] \right\} : (r_{be} + R_{gb} + R)$$

$$c = \left\{ C_N r_b R_c C_c \frac{R_g + R}{\omega_\beta} + RC \left[C_N \frac{R_{gb} R_c + R_g r_b}{\omega_\beta} + C_N C_c R_c r_{be} (4 R_g + r_b + \right. \right.$$

$$\left. \left. + S R_g r_b) + R_c C_c \frac{R_{gb}}{\omega_\beta} \right] \right\} : (r_{be} + R_{gb} + R)$$

$$d = \frac{RC R_g r_b C_N R_c C_c}{\omega_\beta (r_{be} + R_{gb} + R)} \tag{25}$$

$$m = RC + \frac{C_N}{S} \left(1 + \frac{r_b}{r_{be}} \right) - \frac{C_c}{S}$$

$$n = \left\{ r_b C_N (C_e + C_c) + RC \left[C_N \left(1 + \frac{r_b}{r_{be}} \right) - C_c \right] \right\} : S$$

$$q = RC r_b C_N (C_e + C_c) : S$$

and A_{u_0} is given by the relation (20).

The correction conditions may be fulfilled only for the transistor *BC* 107 A, only for $C_N = 5$ pF [10], only when $\beta = 200$ and $I_c = 2$ mA or 4 mA (with small differences when I_c changes), for limited ranges of R_g and R_c, as it can be seen in Table 3. Despite all these limitations,

Table 3

The performances of the base-corrected neutrodyned amplifier, with MFM and MFMD conditions, for the transistor *BC* 107 A

Condition	$R_c(\Omega)$	$R(\Omega)$	C(pF)	f_s(MHz)	A_{u_0}	AB(MHz)
MFM (exact)	100	182	4,32	21,1	4,82	102
$R_g = 1{,}43$ kΩ	317	100	10,47	15,1	15,54	234,6
	800	85	7	9,6	39,18	376,7
MFMD (approx)	50,2	373,36	0,63	23,13	2,3	53,38
$R_g = 1{,}43$ kΩ	317	100,15	10,46	15,084	15,5	234,37
	2000	80,6	0,08	6,597	98,5	649,87
MFMD (approx.)	$R_g(\Omega)$					
$R_c = 2$k Ω	317	29,18	0,97	9,862	138,2	1362,8
	500	37,6	1,86	8,667	129,5	1122,8
	1256	72,57	0,32	6,8	10,31	701,26
	2000	80,6	0,08	6,597	98,5	649,87

the ranges of realizability of the *MFM* and *MFMD* conditions are larger for this amplifier circuit than for anyone else.

Performances are higher than for the neutrodyned amplifier without the RC group in base circuit.

5. The Neutrodyned Differential Amplifier with MFD Characteristics

The frequency response function of the differential amplifier was calculated in [9] and [10]. By imposing the *M.F.D.* condition (12), the values of the correction capacitor are found. The results are given in Table 4 and compared with the results imposing the *M.F.M.* condition.

Table 4

The performance of the neutrodyned differential amplifier with *MFM* and *MFD* characteristics

Type of transistor used	R_g (kΩ)	*M.F.M.* condition		*M.F.D.* condition				
		$C(nF)$ $(C_s = 0)$	f_s(MHz) $(C_s = 0)$	C(nF) $(C_s = 0)$	f_s(MHz) $(C_s = 0)$	f_s(MHz) $(C_s = 5\text{pF})$	AB(MHz) $(C_s = 0)$	AB(MHz) $(C_s = 5\,\text{pF})$
EFT	5	0,0801	0,1447	0,0763	0,118	0,116	1,829	1,798
352	1,43	0,0854	0,172	0,0795	0,139	0,137	4,87	4,800
,,	0,37	0,108	0,2185	0,0975	0,177	0,1763	9,75	9,74
,,	0,05	0,341	0,189	0,258	0,167	0,166	11,154	11,069
,,	(0,0205)	2,74	0,066	0,7407	0,1097	0,109	7,47	7,4158
,,	(0,0136)	0	0,114	1,198	0,0822	0,08	5,612	5,582
,,	0	—	0,122	0,043	0,128	0,1218	8,28	7,98
BC	5	4,996 pF	1,286	4,841 pF	1,311	1,0445	52,184	41,5735
107 *A*	1,43	4,94 pF	2,22	4,61 pF	1,975	1,57	122,3	97,1
,,	0,37	5,039 pF	4,13	4,451 pF	3,425	2,804	253	208,39
,,	0,05	9,301 pF	6,84	7,934 pF	5,909	4,7743	463,485	374,4547
,,	(0,0243)	68,819 pF	2,48	35,846 pF	4,644	3,4126	366,43	269,248
,,	(0,0238)	0	5,04	0	4,66	4,2	368,255	303,5
,,	0	—	6,53	—	6,53	5,43	528	435

As expected, the values of the correction capacitor are smaller in the *M.F.D.* case, especially for lower R_g values. Smaller bandwidths are obtained, but still *much* larger than for any other wide-band amplifier with *M.F.D.*, *M.F.D.* or *M.F.M.D.* response.

The dependence of the performances on R_e, R_c and R_g is similar when *M.F.M.* or *M.F.M.* condition is imposed. When R_g takes larger values, the low-frequency gain A_{u_0} and the AB product are growing, capacitor C gets smaller values. The 3dB-cutoff frequency f_s has a maximum for $R_c = 0{,}18 \div 0{,}4$ kΩ, but the ratio of the maximum and minimum values is not larger than 2,5.

When R_g is growing, A_{u_0} and C are falling. The AB product and f_s have a maximum for $R_g = 0{,}025 \div 0{,}3$ kΩ, with a ratio of 4 of the maximum and minimum values. The values of R_g which leads to this maximum grows when collector current grows and falls when β takes larger values.

The optimum value of C and the bandwidth are more sensitive at changes of the stray capacitance value than when *M.F.M.* condition is imposed.

6. Other Types of Wide-band Amplifiers

The amplifier with correction capacitor in parallel with R_e [9], [10] never can fulfill two *MFM* and/or *MFD* conditions with positive components.

The amplifier with follower-to-emitter feedback [10] can realize the *MFMD* conditions only for isolated values of the different components, and two *MFM* conditions for a larger range of values of R_g for the transistor *EFT* 352 (Table 5). Performances are much lower than when imposing a single *MFM* condition [10].

Table 5

The performances of the amplifier with follower-to-emitter feedback

Condition	$R_g(\Omega)$	$R_e(k\Omega)$	C(pF)	f_s(MHz)	A_{u_0}	AB(MHz)
EFT 352	7,5	3,8	9,9	1,6587	0,5036	0,8355
$R_c = 2$ kΩ	50	3,871	9,77	1,6578	0,4944	0,8196
(approx.)	400	4,54	6,6	1,634	0,42	0,73
EFT 352						
$R_c = 1$ kΩ	1430	3,5725	13,6	1,517	0,2676	0,4062
(exact)						
BC 107 *A*						
$R_c = 0{,}8$ kΩ	1430	4,0524	3,228	40,2938	0,1928	7,7591
(exact)						

The cascode amplifier with correction capacitor in parallel with R_e may realize the *MFMD* conditions only for isolated values of the components and the *MFM* conditions only for the transistor *BC* 107 *A*, for limited ranges of values of R_g and R_c (narrower ranges when I_c and/or β are larger), as results from Table 6. Upper frequency is larger than without correction, but A_{u_0} is much smaller, therefore the product AB is also smaller.

Table 6

The performances of the cascode amplifier with C in parallel with R_e

Condition	$R_g(\Omega)$	$R_e(\Omega)$	C(pF)	f_s(MHz)	A_{u_0}	AB(MHz)
$R_c = 2\,k\Omega$	0	530	14	404	3,53	1440
	50	921,6	9,2	311,22	2,091	650,7
	125,6	1110	8,1	251,3	1,744	438,2
$R_g = 1{,}43\,k\Omega$	$R_c(k\Omega)$					
	15,88	4220	14,26	249,9	3,7	924,77
	20	5570	13,74	278,11	3,53	982,45

Conclusions

In order to fulfill two *MFM* or *MFMD* conditions, calculation takes a very long time, even using a powerful computer (4—6 seconds for one set of values). The conditions are realizable only for limited ran-

ges of component values (larger ranges for the base-corrected neutrodyned amplifier). In most situations, using the neutrodyned amplifier with *MFD* response is the best solution.

Program and subroutine for calculating the correction components and the performances when *MFM* or *MFMD* conditions are fulfilled.

APPENDIX

Program and subroutine for calculating the correction components and the performances when *MFM* or *MFMD* conditions are fulfilled.

REFERENCES

1. *Cartianu, Gh.*, Analiza şi sinteza circuitelor electrice, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972, cap. 1, 4, 5.
2. *Săvescu, M.*, Circuite electrice liniare, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1968, p. 634–635, 646–659.
3. *Ghausi, M. S.*, McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series, McGraw-Hill Book Co., New York, 1965. p. 65, 205, 295 396.
4. *Helterscheid, W.* Mullard Tech. Comm., **13**, 124/Oct. 1974, p. 157.
5. *Comer, D. J., Griffith, J. M.*, I. E. E. E. Trans. on Circuit Theory, **CT-17**, 1/Feb. 1970, p. 94.
6. *DeVilbiss, A. J.*, Hewlett-Packard Journal, **21**, 5/Jan. 1970, p. 11.
7. *Sansen, W. M. C., Meyer, R. G.*, I. E. E. E. Journal of Solid-State Circuits, **SC-9**, 4/Aug. 1974, p. 159.
8. *Bîrcă-Gălăţeanu, S.*, Amplificator tranzistorizat de bandă largă cu reacţie pozitivă. Report at the Scientific Conference of the Polytechnic Institute Braşov, February 1971.
9. *Bîrcă-Gălăţeanu, Ş.*, St. cerc. energ. electr., **24**, 1/Mar. 1974, p. 219.
10. *Bîrcă-Gălăţeanu, Ş.*, Amplificatoare de bandă largă cu tranzistoare, cu corecţii RC, Ph. D. thesis, Polytechnical Institute, Bucureşti, 1976.
11. *Bîrcă-Gălăţeanu, Ş.*, Analysis of wide-band RC amplifiers, Rev. Roum. Sci. Tech.—Electrotechnique et Energetique **23**, 2/mai 1978, p. 273.

Amplificatoare de bandă largă cu caracteristici *MLA* şi *MLAP*

Lucrarea prezintă relaţiile de calcul riguroase pentru cîteva structuri de amplificatoare de bandă largă trece-jos cu corecţii RC, dintre care unele imaginate de autori. Sistemele de ecuaţii decurgînd din condiţiile MLA sau MLAP sînt rezolvate cu ajutorul calculatorului electronic, cu un program original elaborat în acest scop.

Sînt comparate performanţele acestor circuite pentru domenii largi ale valorilor componentelor şi ale parametrilor tranzistoarelor folosite.

```
      SUBROUTINE MLAP(RE,RC,RGB,RB3,RBE,S,CE,CC,R,C,FS1,XK,M)
      REAL IMP,JMP,MMIC,NMIC,L1,L2
      DOURLE PRECISION H
      DIMENSION A(7),PL(2),CONST(4),H(36),INAC(2),YR(6),YI(12)
      DIMENSION XR(6),XI(6),AUO(12),AB(12),CX(12),RX(12),FS(12),TK(30)
C
      B=S*RBE
      OB=1./RBE/CE
      EPS=1.E-2
      YIMI=0.
      CONST(1)=1.E-16
      CONST(2)=1.E-13
      CONST(3)=1.62
      CONST(4)=5.0
      IMAX=100
      PL(1)=0.
      PL(2)=0.
      NIT=0
C
C     DEFINIREA COEFICIENTILOR  LUI M,N,R,A,B,C,E
C
C     AMPLIFICATOR  CU  C  IN  PARALEL  CU  RE , CU  CARACTERISTICA  MLA , MLA
C
      X1  =1.
      Y1  =-CC-CC/B
      XL1 =-CC/S
      X2  =XL1
      Y2  =X2*CE
      XL2 =0.
   13 RB=R*(B+1.)+RBE+RGB
      RRR=R
   14 XA1 =(RBE+RGB)/RB
      YA1 =1./OB/RB
      XAL1=CC*(RC+RGB)+(RGB/OB+RGB*CC*(B*RC-RGB))/RB
      XA2 =((RBE+RGB)*RC*CC+(B*RC+RBE)*RGB*CC+RGB/OB)/RB
      YA2 =CC*(RGB+RC)/OB/RB
      XAL2=CC*RGB*RC/OB/RB
      XA3 =XAL2
      YA3 =0.
      XAL3=0.
C
C     CALCULUL COEFICIENTILOR SISTEMULUI 1
C
      XA=XA1**2-X1**2
      XB=XA1*YA1-X1*Y1
      XC=YA1**2-Y1**2
      XD=2.*(XA1*XAL1-X1*XL1+X2-XA2)
      XE=2.*(YA1*XAL1-Y1*XL1+Y2-YA2)
      XF=XAL1**2-XL1**2+2.*(XL2-XAL2)
      M=2
      GO TO (8,9),M
C
C     CALCULUL COEFICIENTILOR SISTEMULUI 2
C
    8 XAM=X2**2-XA2**2-2.*(X1*X3-XA1*XA3)
      XBM=X2*Y2-X1*Y3-X3*Y1-XA2*YA2+XA1*YA3+XA3*YA1
      XCM=Y2**2-2*Y1*Y3-YA2**2+2*YA1*YA3
      XDM=2.*(X2*XL2-X1*XL3-X3*XL1-XA2*XAL2+XA1*XAL3+XA3*XAL1-XA4)
      XEM=2.*(Y2*XL2-Y1*XL3-Y3*XL1-YA2*XAL2+YA1*XAL3+YA3*XAL1-YA4)
      XFM=XL2**2-XAL2**2-2.*(XL1*XL3-XAL1*XAL3+XAL4)
C
C     DEFINIREA COEFICIENTILOR  ECUATIEI DE GRAD 4
C
C     A) COEFICIENTII EXPRESIILOR  M*T-P*R SI M*S-N*R
C
      A1=XA*XCM-XAM*XC
      A2=XA*XEM-XAM*XE
      A3=XA*XFM-XAM*XF
      B1=2.*(XB*XCM-XBM*XC)
      B2=2.*(XA*XBM-XAM*XB)
      B3=XA*XDM-XAM*XD
      B4=XD*XFM-XDM*XF
      B5=2.*(XB*XFM-XBM*XF)+XD*XEM-XDM*XE
      B6=2.*(XB*XEM-XBM*XE)+XD*XCM-XDM*XC
C
      A(1)=A3**2-B4*B3
      A(2)=2.*A2*A3-B3*B5-B2*B4
      A(3)=A2**2+2.*A1*A3-B2*B5-B3*B6
      A(4)=2.*A1*A2-B1*B3-B2*B6
      A(5)=A1**2-R2*B1
      N=4
      N1=5
      N43=28
C
C     CHEMAREA SUBROUTINEI PT. REZOLVAREA ECUATIEI
C     YR- PARTEA REALA A RADACINILOR
C     YI- PARTEA IMAGINARA A RADACINILOR
C     DACA INAC(1) NU ESTE -1 CI R ATUNCI NUMAI R RADACINI AU FOST GASITE
C     DACA INAC(2) NU ESTE -1 CI R ATUNCI NUMAI R RADACINI SINT EXACTE
C
      CALL F4BAIRSTOW(N,N1,N43,A(1),H(1),CONST,IMAX,PL,YR(1),YI(1),INAC)
C
C     SE CALCULEAZA  VALORILE  LUI TAD=X
C
C     B) COEFICIENTII PARTILOR REALE SI IMAGINARE  ALE EXPRESIILOR
C     M*T-P*R SI M*S-N*R  SI APOI ALE  EXPRESIEI (MT-PR)/(MS-NR)
C
   31 DO 10 I=1,N
      AJ1=A1*(YR(I)**2-YI(I)**2)+A3+A2*YR(I)
      AJ2=2.*A1*YR(I)*YI(I)+A2*YI(I)
      BJ1=-B2*YR(I)-B3
      BJ2=-B2*YI(I)
C
C     SE CALCULEAZA PARTILE REALE SI IMAGINARE ALE LUI X
C
      XR(I)=(AJ1*BJ1+AJ2*BJ2)/(BJ1**2+BJ2**2)
   10 XI(I)=(AJ2*BJ1-AJ1*BJ2)/(BJ1**2+BJ2**2)
C
C     CALCULUL LUI C SI R
C
C     SE OPRESC SOLUTIILE CU RE(0), RE(R) POZITIVE, SEPARAT REALE, COMPLEXE
C
      LI=1
      L=1
      DO 20 I=1,N
      TK(I)=0.
      CX(I)=0.
      RX(I)=0.
      CR=YR(I)
      IF(CR) 20,5,4
    4 RR=(XR(I)*YR(I)+XI(I)*YI(I))/(YR(I)**2+YI(I)**2)
      RI=(XI(I)*YR(I)-XR(I)*YI(I))/(YR(I)**2+YI(I)**2)
      GO TO 12
    5 RR=XR(I)
   12 IF(RR) 20,28,28
   28 IF(ABS(YI(I)/CR).GT.EPS.OR.ABS(RI/RR).GT.EPS) GO TO 26
      IF(N-1) 15,15,6
    6 IF(ABS(CR**2*((XA*RR+2.*XB)*RR+XC)+CR*(XD*RR+XE)+XF)-EPS) 51,20,20
   51 IF(ABS(CR**2*((XAM*RR+2.*XBM)*RR+XCM)+CR*(XDM*RR+XEM)+XFM)-EPS)
     115,20,20
   15 CX(L)=CR
      RX(L)=RR
      L=L+1
      GO TO 20
   26 YI(LI)=YI(I)/CR
      TK(LI+12)=YR(I)
      LI=LI+1
   20 CONTINUF
      GO TO 111
C     CALCULUL CONDITIEI DE MLAP
C     ADUCEREA CONDITIEI 1 LA O FORMA CANONICA   X**2=Y**2*PM+QM
C
    9 FI=ATAN2(2.*XB,(XA-XC))/2.
      CO=COS(FI)
      SI=SIN(FI)
      AI=XA*CO**2+XC*SI**2+2.*XB*SI*CO
      BI=XA*SI**2+XC*CO**2-2.*XB*SI*CO
      CI=(XD*CO+XE*SI)/2.
      DI=(-XD*SI+XE*CO)/2.
      EI=XF
      IF(AI.EO.0.)WRITE(108,17)
   17 FORMAT(/10X,'AVARIE - AI=0.'/)
      NRM=1
      IF(AI.EO.0.) GO*TO 25
      PM=-BI/AI
      IF(BI.EQ.0..AND.DI.NE.0.)WRITE(108,16)
   16 FORMAT(/10X,'AVARIE - BI=0.'/)
      IF(BI.EQ.0.)BI=1.
      L1=DI/BI*SI-CI/AI*CO
      L2=-DI/BI*CO-CI/AI*SI
      QM=(-EI+DI**2/BI+CI**2/AI)/AI
C
C     DETERMINAREA COEFICIENTILOR ECUATIEI DE GRAD  3
C
      AMP=XA1**3-X1**3
      BMP=YA1**3-Y1**3
      CMP=3.*(XA1**2*YA1-X1**2*Y1)
      DMP=3.*(XA1*YA1**2-X1*Y1**2)
      EMP=6.*(XA1*YA1*XAL1-X1*Y1*XL1)-3.*(XA1*YA2+XA2*YA1-X1*Y2-X2*Y1)
      FMP=3.*(XA1**2*XAL1-XL1*X1**2-XA1*XA2+X1*X2)
      GMP=3.*(YA1**2*XAL1-XL1*Y1**2-YA1*YA2+Y1*Y2)
      HMP=3.*(XA1*XAL1**2-XL1**2*X1-XA1*XAL2-XA2*XAL1+X1*XL2+X2*XL1-X3+
     1XA3)
      IMP=3.*(XAL1**2*YA1-XL1**2*Y1-YA1*XAL2-YA2*XAL1+Y1*XL2+Y2*XL1-Y3+
     1YA3)
      JMP=XAL1**3-XL1**3-3.*(XAL1*XAL2-XL1*XL2-XAL3+XL3)
C
C     SCHIMBAREA BAZEI IN ECUATIA DE ORDINUL 3 SI INLOCUIREA LUI X CU SQRT(F(Y))
C
      AP=CO**2*(AMP*CO+CMP*SI)+SI**2*(BMP*SI+DMP*CO)
      ALFA=SI**2*(3.*AMP*CO+CMP*SI)+CO**2*(3.*BMP*SI+DMP*CO)-2.*CO*SI*
     1(CMP*CO+DMP*SI)
      BETA=-6.*SI*CO*(AMP*L1-BMP*L2)+2.*(CO**2-SI**2)*(CMP*L1+DMP*L2)-
     12.*SI*CO*(CMP*L2-DMP*L1+FMP-GMP)+EMP*(CO**2-SI**2)
      GAMA=L1**2*(3.*AMP*CO+CMP*SI)+L2**2*(3.*BMP*SI+DMP*CO)+2.*L1*L2*(
     1CMP*CO+DMP*SI)+CO*(EMP*L2+2.*FMP*L1+HMP)+SI*(EMP*L1+2.*GMP*L2+IMP)
      TOP=-AMP*SI**3+BMP*CO**3+SI*CO*(CMP*SI-DMP*CO)
      T1P=CO**2*(3.*BMP*L2+DMP*L1+GMP)+SI**2*(3.*AMP*L1+CMP*L2+FMP)-
     1SI*CO*(EMP+2.*(CMP*L1+DMP*L2))
      T2P=-L1**2*(3.*AMP*SI-CMP*CO)+L2**2*(3.*BMP*CO-DMP*SI)-2.*L1*L2*(
     1CMP*SI-DMP*CO)-SI*(EMP*L2+2.*FMP*L1+HMP)+CO*(EMP*L1+2.*GMP*L2+IMP)
      T3P=-CO**2*((3.*AMP-2.*DMP)*SI-CMP*CO)+SI**2*((3.*BMP-2.*CMP)*CO-
     1DMP*SI)
      T4P=CO**2*(3.*AMP*L1+CMP*L2+FMP)+SI**2*(3.*BMP*L2+DMP*L1+GMP)+SI*
     1CO*(2.*CMP*L1+2.*DMP*L2+EMP)
      T5P=L1**2*(AMP*L1+CMP*L2+FMP)+L2**2*(BMP*L2+DMP*L1+GMP)+EMP*L1*L2
     1+HMP*L1+IMP*L2+JMP
C     DEFINIREA COEFICIENTILOR CE NU CONTIN RADICALUL
C
      TO=TOP+T3P*PM
      T1=T1P+T4P*PM
      T2=T2P+T3P*QM
      T4=T5P+T4P*QM
C
C     DEFINIRFA COEFICIENTILOR CE CONTIN RADICALUL
C
C     DEFINIREA PARAMETRILOR DE INTRARE AI SUBROUTINEI  F4BAIRSTOW
C     SISTEMUL S-A REDUS LA O ECUATIE DE GRAD 6
C
      A(1)=QM*(AP*QM+GAMA)**2 -T4**2
      A(2)=2.*(QM*BETA*(AP*QM+GAMA) -T2*T4)
      A(3)=(3.*AP*PM*QM+2.*ALFA*QM+GAMA*PM)*(AP*QM+GAMA)+BETA**2*QM-
     12.*T1*T4-T2**2
      A(4)=2.*(BETA*(2.*AP*PM*QM+GAMA*PM+ALFA*QM) -T1*T2-TO*T4)
      A(5)=(3.*AP*PM*QM+2.*GAMA*PM+ALFA*QM)*(AP*PM+ALFA)+BETA**2*PM-
     12.*TO*T2-T1**2
      A(6)=2.*(PM*BETA*(AP*PM+ALFA) -TO*T1)
      A(7)=PM*(AP*PM+ALFA)**2 -TO**2
      N=6
      N1=7
      N43=36
      CALL F4BAIRSTOW(N,N1,N43,A(1),H(1),CONST,IMAX,PL,YR(1),YI(1),INAC)
   32 LI=1
      L=1
      KEA=-1
  112 DO 110 J=1,N
      TK(J)=0.
      RX(J)=0.
      CX(J)=0.
      YRL=PM*(YR(J)**2-YI(J)**2)+QM
      YIM=2.*PM*YR(J)*YI(J)
      RO=(YRL**2+YIM**2)**0.25
      TETA=ATAN2(YIM,YRL)/2.
      XXR=RO*COS(TETA)*KEA
      XXI=RO*SIN(TETA)*KEA
      CX(J)=XXR*CO-YR(J)*SI+L1
      IF(CX(J)) 110,70,22
   22 TAUR=XXR*SI+YR(J)*CO+L2
      IF(TAUR) 110,70,41
   41 TAUI=XXI*SI+YI(J)*CO
      CXI=XXI*CO-YI(J)*SI
      IF(N-1) 210,210,29
   29 IF(ABS(CXI/CX(J)).GT.EPS.OR.ABS(TAUI/TAUR).GT.EPS) GO TO 27
      RX(J)=TAUR/CX(J)
   70 IF(ABS(CX(J)**2*((XA*RX(J)*2.*XB)*RX(J)+XC)+CX(J)*(XD*RX(J)+XE)+
     1XF)-EPS) 23,110,110
   23 CMLP=(RX(J)**2*((AMP*RX(J)+CMP)*CX(J)+FMP)+(BMP+DMP*RX(J))*CX(J)+
     1GMP+EMP*RX(J))*CX(J)**2+CX(J)*(HMP*RX(J)+IMP)+JMP
      IF(ABS(CMLP)-EPS) 210,110,110
  210 CX(L)=CX(J)
      RX(L)=RX(J)
      L=L+1
      GO TO 110
   27 YI(LI)=CXI/CX(J)
      TK(LI+12)=YR(J)
      LI=LI+1
  110 CONTINUF
      IF(KEA-1) 111,111,36
   36 KEA=1
      GO TO 112
C     SE CALCULEAZA FS, AUO, PRODUSUL AB
C
  111 IX=L-1
      I=1
      IF(N-1) 38,38,34
   38 IF(CX(1)) 39,40,40
   40 IF(RX(1)) 39,39,21
   39 CX(1)=0.
      RX(1)=0.
      GO TO 21
   34 IF(IX) 30,3,30
   30 DO 7 I=1,IX
   21 MMIC=RX(I)*CX(I)*X1 +CX(I)*Y1+XL1
      NMIC=RX(I)*CX(I)*X2 +CX(I)*Y2+XL2
      AMIC=RX(I)*CX(I)*XA1+CX(I)*YA1+XAL1
      BMIC=RX(I)*CX(I)*XA2+CX(I)*YA2+XAL2
      CMIC=RX(I)*CX(I)*XA3+CX(I)*YA3+XAL3
      RXI=RX(I)
      RX(I)=CX(I)
      CX(I)=RXI
      TK(I)=(AMIC**2-2.*BMIC)-(MMIC**2-2.*NMIC)
      FS(I)=1./6.283*SQRT(ABS((MMIC**2-2.*NMIC-TK(I)+SQRT(ABS((MMIC**2-2
     1.*NMIC-TK(I))**2+4.*(BMIC**2-2.*CMIC*AMIC-2.*NMIC**2))))/2./(BMIC*
     2*2 -2.*CMIC*AMIC-2.*NMIC**2)))
      AUO(I)=B*RC/(RGB+RBE+(B+1.)*RX(I))
      AB(I)=AUO(I)*FS(I)
    7 CONTINUF
   19 ABMX=0.
      DO 1 I=1,IX
      IF(ABMX-AB(I)) 2,2,1
    2 ABMX=AB(I)
      NRM=I
    1 CONTINUE
   25 C=CX(NRM)
      R=RX(NRM)
      FS1=FS(NRM)
      XK=YIMI
      IF(NIT-10) 11,11,18
   11 NIT=NIT+1
      RB=RRR
      IF(ABS(R-RB).GT.0.01) GO TO 13
   18 RETURN
    3 NMI=1
      YIMI=ABS(YI(1))
      IF(LI-1) 33,38,33
   33 DO 24 J=2,LI-1
      IF(ABS(YI(J))-YIMI) 35,35,24
   35 YIMI=ABS(YI(J))
      NMI=J
   24 CONTINUF
      YR(1)=TK(NMI+12)
      YI(1)=0.
      N=1
      GO TO (31,32),M
      END
```

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

ENERGETICĂ

C.Z.:621.315.056.7

VARIAȚIA NIVELULUI PERTURBATOR CU CONDIȚIILE METEOROLOGICE

MARILENA UNGUREANU, D. CRISTESCU*

Lucrarea se ocupă de determinarea nivelului perturbator al liniilor electrice aeriene pe cale experimentală.

Se prezintă linia electrică experimentală și instalațiile de înaltă și joasă tensiune necesare alcătuirii schemei de măsurare a nivelului perturbator utilizate în cadrul laboratorului T.T.I. din I..P.B.

După un studiu teoretic prealabil al regimurilor de unde de impuls de curent provocate de descărcarea corona ce se stabilesc pe linie experimentală, sînt prezentate rezultatele măsurătorilor efectuate privind nivelul perturbator al unei linii de 400 kV echipată cu conductoare : 2 × 450 mm² OL — Al în comparație cu rezultatele obținute în alte țări.

Introducere

În cadrul unor lucrări anterioare [1, 2, 3] a fost prezentat standul experimental al laboratorului de T.T.I. al Institutului politehnic, atît ca concepție și echipare cît și al posibilităților de experimentare existente.

Standul de încercări cuprinde platforma exterioară și linia experimentală. Platforma exterioară a fost realizată corespunzător încercărilor ce urmează a se efectua atît pe linia experimentală cît și pe macheta de stîlp construită la scara 1 : 1.

Platforma exterioară cuprinde (fig. 1) :

— circuitele de alimentare la înaltă tensiune : racordări, echipamente funcționînd la înaltă tensiune (condensatoare de decuplaj, filtre de bandă largă) și care servesc la realizarea schemelor de măsurare a pierderilor corona, perturbațiilor radio și t.v. și zgomot acustic.

— cadrul portal servind la suspendarea ferestrei de stîlp la scara 1 : 1 pentru diferite configurații ale acesteia.

Linia experimentală trifazată are lungimea de 215 m și are posibilitatea modelării liniilor electrice aeriene de tensiuni nominale 220 kV, 400 kV și 750 kV. Linia poate fi echipată cu conductoare fasciculare identice pe cele trei faze sau cu conductoare fasciculare corespunzător diferitelor tensiuni nominale enunțate mai sus. Situația din urmă este mai economică din punct de vedere al manevrelor de echipare a liniei cu diverse conductoare și prezintă avantajul principal că permite alimentarea mono-

Manuscris predat redacției la data de 3 iunie 1978.

* Șef lucrări dr. ing. ; Conf. dr. ing. Catedra de rețele electrice.

fazată a liniei. Analiza teoretică arată că rezultatele obținute pe tronsonul de linie experimentală monofazată pot fi extinse la liniile electrice trifazate reale în limite de eroare sub eroarea de măsură.

Alimentarea liniei experimentale se face de la cascada de 3×600 kV c.a.

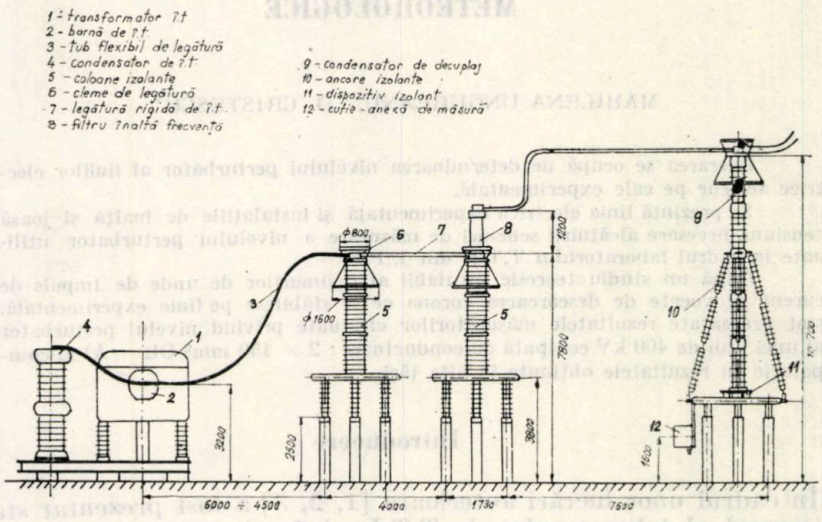


Fig. 1

1. Determinarea nivelului perturbator

1.1. Determinarea analitică a profilului transversal al cîmpului perturbator

Determinarea analitică a nivelului perturbator comportă cunoașterea regimurilor undelor de impuls de curent ce se stabilesc pe linie. Studiul teoretic a dus la concluzia că aceste regimuri sînt pe deplin cunoscute dacă linia este deschisă la un capăt și adaptată la celălalt capăt (fig. 2).

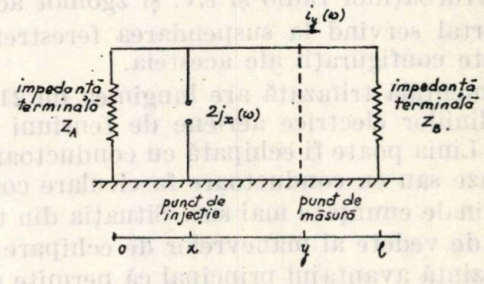


Fig. 2

Fie $2j$ curentul injectat de descărcarea în linie în punctul de abscisă x și i (ω) componenta de pulsație ω a curentului care trece în punctul de abcisă y.

Se definesc funcțiile G și H ca fiind :

$$\frac{i_y(\omega)}{j_x(\omega)} = G = \frac{2\mathrm{sh}\,(\gamma x + \rho_A)\,\mathrm{ch}\,[\gamma(l-y)+\rho_B]}{\mathrm{sh}\,(\gamma l + \rho_A + \rho_B)}$$

și

$$\frac{V_y(\omega)}{j_x(\omega)Z_c} = H = \frac{2\mathrm{sh}\,(\gamma\chi + \rho_A) + \mathrm{ch}\,[\gamma(l-y)+\rho_A]}{\mathrm{sh}\,(\gamma_1 + \rho_A + \rho_B)}$$

Amplificarea în densități spectrale :

$$\frac{\delta(i_y)}{\delta(j_x)} = g^2 = \frac{A_1A_3 + A_2A_4}{A_5}$$

iar perturbația datorită unei distribuții uniforme de impulsuri corona și deci de curent j_x,

$$\delta(i_y) = \delta(j)\int_0^l g^2(x)\,\mathrm{d}x$$

și

$$A_1 = \mathrm{sh}^2\,[\alpha(l-y)+r_B] + \cos^2\,[\beta(l-y)+s_B]$$

$$A_2 = \mathrm{sh}^2\,[\alpha y + r_A] + \cos^2\,[\beta y + s_A]$$

$$A_3 = \frac{\mathrm{sh}\,(2\alpha y + 2r_A) - \mathrm{sh}2\,r_A}{\alpha} - \frac{\sin\,(2\,\beta y + 2s_A) - \sin\,(2s_A)}{\beta}$$

$$A_4 = \frac{\mathrm{sh}\,[2\alpha(l-y)+2r_B] - \mathrm{sh}\,2r_B}{\alpha} - \frac{\sin\,[2\beta(l-y)+2s_B] - \sin\,2s_B}{\beta}$$

$$A_5 = \mathrm{sh}^2\,(\alpha\,l + r_A + r_B) + \sin^2\,(\beta l + s_A + s_B)$$

$$\rho_A = \mathrm{r}_A + js_A\,;\quad \rho_B = r_B + js_B$$

Fie g_0 valoarea funcției în cazul liniei adaptate la ambele capete. În acest caz, $g_0 = \sqrt{l}$.

Pentru linia experimentală IPB, $g_0 = 14{,}68$ m

Variația funcției $g/g_0 = f(l/\lambda)$ este dată în fig. 3.

Pentru frecvenţa de măsură de 500 kHz (frecvenţă recomandată de CISPR), raportul $l/\lambda = 215/600$.

$$\frac{l}{\lambda} = 0{,}358 \quad g/g_0 = 2\ \mathrm{d}B \quad g = 18{,}5\mathrm{m}^{1/2}$$

Raportul g/g_0 va fi proporţional cu curentul prin coloana de adaptare. Analiza detailată a acestor procese este dată în lucrarea (2, 3).

Fie relaţia de definiţie a funcţiei g, pentru o frecvenţă dată într-un punct de abscisă y pentru un impuls corona în punctul de abscisă x:

$$g(y) = \frac{i(y)}{j(x)}$$

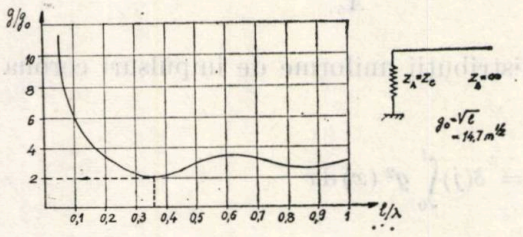


Fig. 3

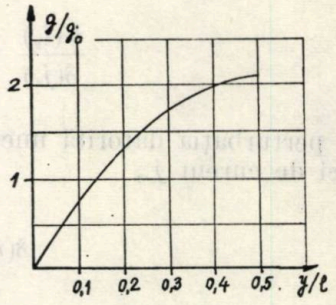


Fig. 4

Considerînd curentul injectat în linie în punctul x de descărcarea corona ca fiind unitar ($j = 1$), atunci curentul ce trece prin punctul de abcisă y va fi numeric egal cu funcţia g.

Variaţia funcţiei $g(y)$ este dată în fig. 4.

Cunoaşterea variaţiei funcţiei g şi în lungul liniei va permite determinarea cîmpului magnetic H (H este proporţional cu g) ca şi a cîmpului electric perturbator în jurul liniei în secţiunea y dată.

$$E/H = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\ \pi$$

Cîmpul E în dreptul secţiunii y la distanţa X de proiecţie verticală a conductorului este:

$$E(y, X) = 60\ i \left[\frac{h}{h^2 + X^2} + \frac{h + 2p}{(h + 2p)^2 + X^2} \right] [\mu V/m]$$

unde $i(y) = g(y) = i$

Profilul transversal al nivelului perturbator raportat la un curent injectat unitar al liniei experimentale pentru $y = l/4, l/2, 3l/4, l$ şi pentru

diferite înălțimi ale conductoarelor fazei sînt trasate în fig. 5*a* și *b* (h = 13 m, respectiv h = 17 m).

Trasarea profilelor transversale reale este posibilă numai după determinarea exactă a curentului injectat de descărcarea corona în linie, adică numai după cunoașterea curentului din coloana de adaptare cu ajutorul aceluiași aparat de măsură cu care se face determinarea lui E.

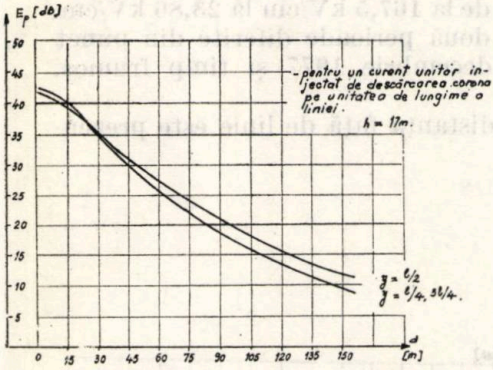


Fig 5 a

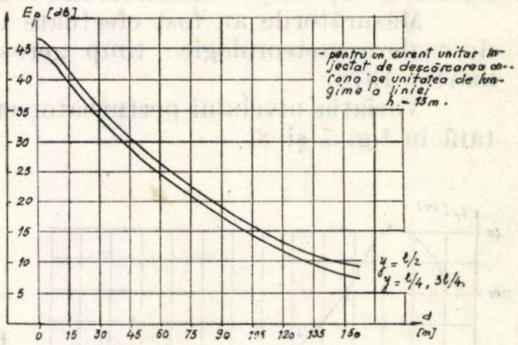


Fig. 5 b

1.2. Determinarea experimentală a profilului tranversal al liniei experimentale

Variația cu condițiile atmosferice

Posibilitățile de determinare experimentală a nivelului perturbator sînt legate fie de posibilitatea de măsurare a curentului perturbator generat de descărcarea corona în coloana de adaptare, fie de posibilitatea de măsurare directă a cîmpului perturbator existent în vecinătatea liniei.

Măsurarea curentului perturbator a necesitat conceperea și realizarea unei scheme speciale de măsură, așa cum este prezentat în fig. 6 *a*. Această schemă a fost realizată în cadrul platformei exterioare și conține elementele 8, 9, 11 și 12 ale figurii 1.

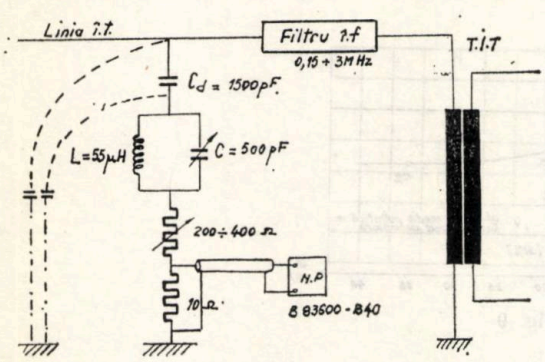


Fig. 6 a

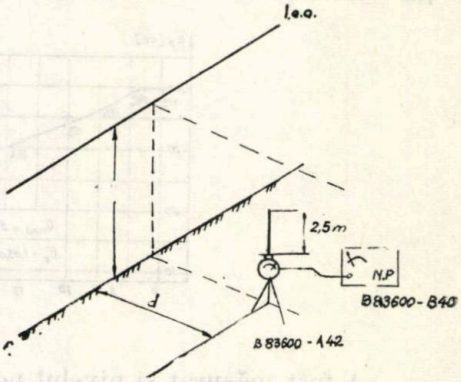


Fig. 6 b

Primele rezultate privind nivelul perturbator al liniei experimentale de la IPB, au fost obținute prin măsurarea directă a cîmpului perturbator

cu ajutorul unei antene tijă avînd înălțimea de 2,5 m, atașată detectorului tip Siemens B 83600 — B 40 (fig. 6*b*).

Rezultatele au fost obținute pentru alimentarea fazei centrale echipată cu 2 × OL — AL 450 mm², linia fiind în gol la ambele capete pentru frecvența de măsură.

Perturbațiile au fost măsurate pentru diverse valori ale cîmpului electric la suprafața conductoarelor fazei de la 167,5 kV/cm la 23,86 kV/cm.

Măsurătorile au fost efectuate în două perioade diferite din punct de vedere meteorologic : timp geros, decembrie 1977 și timp frumos, martie 1978.

Variația nivelului perturbator cu distanța față de linie este prezentată în fig. 7 și 8.

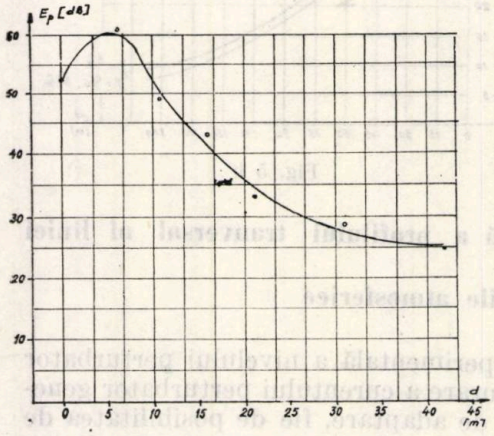


Fig. 7

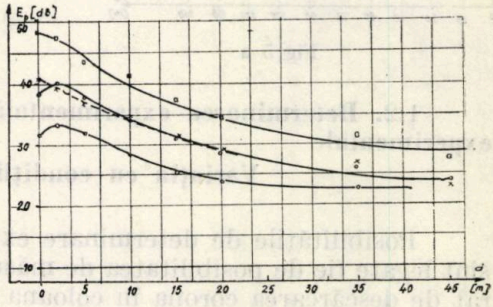


Fig. 8

Fig. 9 prezintă spectrul de frecvență al nivelului perturbator pentru domeniul 0,15—2 MHz într-un punct aflat la 5 m distanță de proiecția verticală a conductorului.

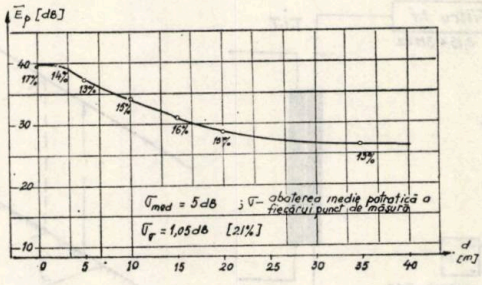


Fig. 9

A fost măsurat și nivelul perturbator de fond local în absența tensiunii pe linie care a variat între 24—26 dB. Se constată că zgomotul provocat de descărcarea corona pe linie se reduce foarte mult începînd cu distanța de 40—45 m față de faza centrală.

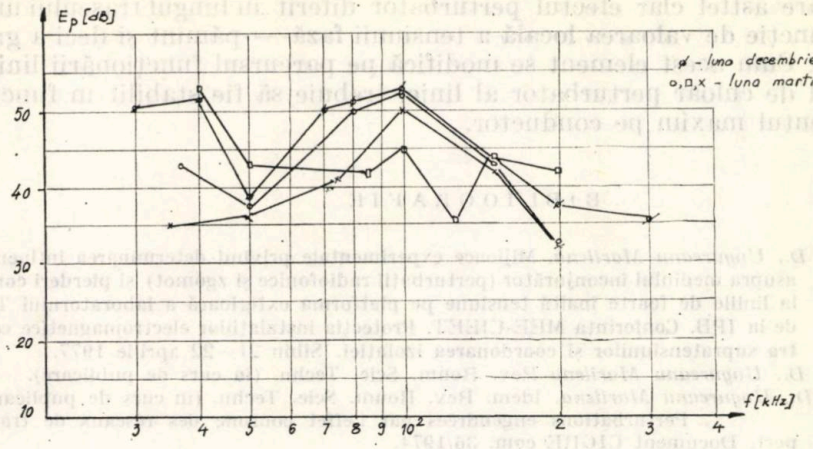


Fig. 10

Concluzii

Punerea în funcțiune și măsurătorile efectuate pun în evidență valabilitatea metodei utilizate, precum și posibilitățile multiple de analizare a perturbațiilor radio electrice.

Primele măsurători ale nivelului perturbator al liniei electrice experimentale pun în evidență puternicul caracter aleator al nivelului perturbator, mai ales pe timp frumos și dau primele informații cantitative asupra evoluției procesului.

Calculul abaterilor medii pătratice, considerînd o distribuție normală, la fiecare punct de măsură, precum și abaterea medie pătratică generală pentru categoria timp frumos este de 5 dB, în concordanță cu valoarea citată în literatură [4] care este de 6 dB (fig. 9). Măsurătorile ulterioare vor permite să se precizeze valoarea acestei abateri pe timp de ploaie, general anuală sau pe populații sezoniere.

Toate aceste rezultate trebuie luate în considerare ținînd seama de starea nouă a suprafeței conductorului, parametru nemăsurabil direct. După cîteva luni de funcționare, are loc o „îmbătrînire" a conductorului și datele de specialitate menționează o scădere a nivelului perturbator. Valoarea acestei scăderi urmează a fi precizată în măsurătorile ulterioare.

Au fost obținute pînă în prezent și o serie de date privind compozițiile spectrale ale nivelelor perturbatoare în diverse puncte de măsură; precizarea lor suplimentară ca și interpretarea statistică va fi dată ulterior.

Se pune în evidență însemnătatea valorii intensității cîmpului electric perturbator. La creșterea de gradient pe suprafața conductorului care s-a utilizat în experimentări, nivelul perturbator crește de la 45 dB la 60 dB în apropierea liniei, la distanța de 5 m. Diferența scade pe măsură ce ne îndepărtăm de linie.

Apare astfel clar efectul perturbator diferit în lungul traseului unei linii în funcţie de valoarea locală a tensiunii fază-—-pămînt şi deci a gradientului. Cum acest element se modifică pe parcursul funcţionării liniei, conceptul de culoar perturbator al liniei trebuie să fie stabilit în funcţie de gradientul maxim pe conductor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Cristescu D., Ungureanu Marilena,* Mijloace experimentale privind determinarea influenţei asupra mediului înconjurător (perturbaţii radiofonice şi zgomot) şi pierderi coron la liniile de foarte înaltă tensiune pe platforma exterioară a laboratorului TTI de la IPB. Conferinţa MEE-CIEET. Protecţia instalaţiilor electromagnetice contra supratensiunilor şi coordonarea izolaţiei. Sibiu 21—22 aprilie 1977.
2. *Cristescu D., Ungureanu Marilena* Rev. Roum. Scie. Techn. (în curs de publicare).
3 *Cristescu D., Ungureanu Marilena,* Idem. Rev. Roum. Scie. Techn. (în curs de publicare).
4. , Perturbations engendrées par l'effet courone des réseaux de transport. Document CIGRE com. 36/1974.

La variation du niveau perturbateur radioélectrique avec les conditions météorologiques— résultats préliminaires

Le travail s'occupe de la détermination par moyens experimentaux du niveau perturbateur engendré par les lignes aeriennes de haute et très haute tension.

On présente la ligne électrique ainsi que les installations de haute et basse tension nècessaires à la réalisation du schemas de mesure du niveau perturbateur réalisées dans le laboratoire de haute tension de l'Institut Polytechnique.

Après une étude théorique des régimes d'ondes d'impulsion de courant qui s'établissent sur la ligne expérimentale, on présente les résultats des mesures effectuées pour le niveau perturbateur d'une ligne de 400 kV équipée avec des conducteurs 2 × 450 mm² 01 — Al en les comparant avec celles obtennues dans d'autres pays.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

AUTOMATICĂ

C.Z.:62—52:577.1

AUTOMATIC CONTROL OF A BIOCHEMICAL FERMENTATION PROCESS

I. DUMITRACHE, S. DUMITRIU, FL. MUNTEANU *

In this paper, the automatic control system of a biochemical fermentation process is presented. The development of the process (which is nonlinear and time-variant) is estimated by measuring both the concentration of the oxygen and the concentration of the carbon dioxide. The implementation of the automatic control system on a reactor is also presented.

Introduction

The fermentation process is, essentially a biochemical transformation of one chemical species into another. Generally, these chemical reactions take place within a cell and are catalyzed by appropriate enzymes.

Usually, mathematical models describing the dynamic behaviour of fermentation processes, are simplyfied ones. These equations approximate the real biochemical reaction rates, which are nonlinear and time-variant. Some of the enzyme-controlled reactions may be described by the Michaelis-Menton equations [1]. The reaction shown in fig. 1 consists in the transformation of a substrate S into an end product P, under the influence of an enzyme E. The complex C (enzyme-substrate) is an intermediate state, which represents the temporary binding of an S molecule onto an active site of the enzyme molecule

$$S + E \underset{k_1}{\overset{k_{-1}}{\rightleftarrows}} C \xrightarrow{k_2} E + P \qquad (1)$$

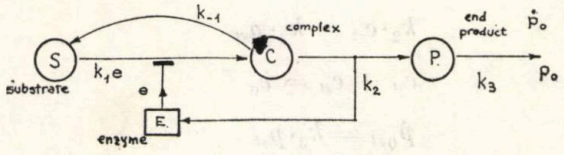


Fig. 1

The „input” in process is considered to be the concentration „s” of the substrate, and the „output” is the rate of production of P, denoted as $\dot{p}$. The rate at which P molecules are leaving the process is denoted by $\dot{p}_0$. The value of $\dot{p}$ depends on the constraints placed upon the magnitude of e_0 (the total number of active sites) and s (the available substrate).

Manuscript received 26 April 1978.
* Conf. dr. ing.; Asistent ing; șef lucrări ing. Department of Automatic Control.

Michaelis-Menton equations (2) — (6) are represented by a set of nonlinear differential equations (mathematical model of an enzyme-controlled reaction) and express the mechanism by which enzyme transforms substrate into an end product :

$$\frac{de}{dt} = (k_2 - k_1)\, c - k_1 \cdot e \cdot s \tag{2}$$

$$\frac{dc}{dt} = k_1 \cdot e \cdot s - (k_{-1} + k_2)c \tag{3}$$

$$\frac{dp}{dt} = k_2 \cdot c - k_3 \cdot p \tag{4}$$

$$e + c = e_0 \tag{5}$$

$$\frac{dp_0}{dt} = \dot{p}_0 = k_3 p \tag{6}$$

where variables s, c, p represent the concentrations of each substance. Equation (5) is a conservation equation for active sites on E(e_0 is the number of active sites on the E molecules-either complexed or not-of which represent unoccupied or free ones). The coefficients k_1, k_{-1}, k_2, k_3 are the „rate constants". Their magnitudes strongly depend upon the temperature, pH and pressure variation as well as on the aeration and the rate of stirring of the biomass. Equations (2) and (3) are seen to be nonlinear, owing to the term containing the product $e.s$. If s is maintained at a constant value, the equations become linear, but still time-variant (because of k_i). In the steady-state, the differential equations (2)—(6) reduce to E_{qs} (7) — (10), from which E_{qs} (11) — (13) are derived. The subscript „st" has been used to emphasize that the relations apply only to the stedy-state

$$k_1 \cdot e_{st} \cdot s = (k_{-1} + k_2)c \tag{7}$$

$$k_2 \cdot c_{st} = k_3 \cdot p_{st} \tag{8}$$

$$e_{st} + c_{st} = e_0 \tag{9}$$

$$\dot{p}_{0st} = k_3 \cdot p_{st} \tag{10}$$

The definition of the Michaelis constant K_m (11) can be used to exppress the rate of production $\dot{p}_{0st}$ in the steady-state (13)

$$K_m = \frac{k_2 + k_{-1}}{k_1} = \frac{e_{st} \cdot s}{c_{st}} \tag{11}$$

$$\dot{p}_{0st} = k_2 \cdot c_{st} \tag{12}$$

$$\dot{p}_{0st} = \frac{k_2 \cdot e_0 \cdot s}{K_m + s} \tag{13}$$

This input-output characteristic (analitically presented in eq.13) is illustrated in fig. 2. For small values of s, the rate of production $\dot{p}_{0st}$ varies almost linearly with s; for large values of s on the graph it may be noticed the appeareance of a „plateau" (saturation). For each value e_0, the maximum rate $\dot{p}_{st.\max}$ occurs, when all enzyme molecules are in the complex C.

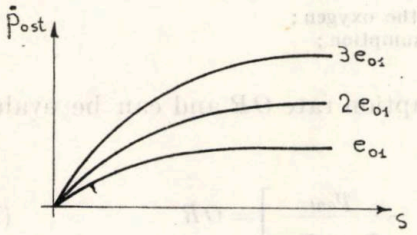


Fig. 2

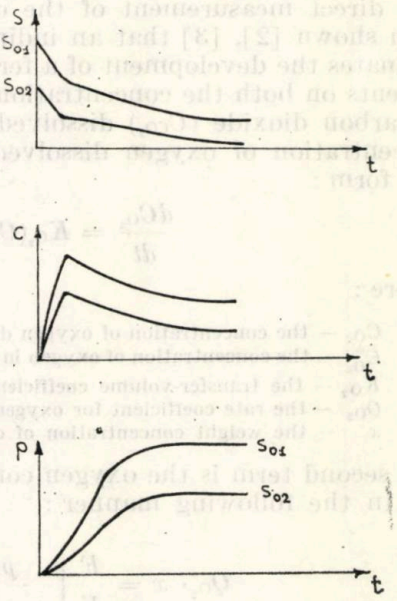


Fig. 3

The nonlinear dynamic behavior of an enzymatic reaction (where the amounts of enzyme e_0 and substrate s_0 are known) is presented in fig. 3. The calculations involving these nonlinear differential equations have been carried out with the aid of a computer [1].

The curves shown in fig. 3 depict C rising rapidly to a maximum value and then decreasing as P is synthesized.

1. Implementation of the automatic control system

In accordance with several previous observations, one might represent the fermentation process as a nonlinear, time-variant process, having as input — the concentration s of substrate, and as output — the rate of production $\dot{p}_0$ (fig. 4). The temperature (T), pressure (P), pH, air flow (F) and rate of stirring (n), are considered as perturbations. The efficiency of the fermentation process is highly related to the variations of these parameters, because the rate constants k_i are

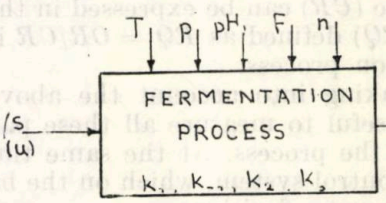


Fig. 4

also dependent on them. The output y (the rate of production $\bar{p}_0$)may be expressed as a function :

$$y = F[s, T, P, pH, F, n, t] \tag{14}$$

where t is the independent variable (time).
The direct measurement of the output is a very difficult task. It has been shown [2], [3] that an indirect method can be used. This method estimates the development of a fermentation process, through the measurements on both the concentration of oxygen (C_{O_2}) and the concentration of carbon dioxide (C_{CO_2}) dissolved in the biomass. The variation of the concentration of oxygen dissolved in the mixture, can be expressed in the form :

$$\frac{dC_{O_2}}{dt} = K_{O_2}(C^*_{O_2} - C_{O_2}) - Q_{O_2} \cdot x. \tag{15}$$

where :

C_{O_2} — the concentration of oxygen dissolved in the biomass ;
$C^*_{O_2}$ — the concentration of oxygen in gas phase, in the biomass, with partial pressure p ;
K_{O_2} — the transfer-volume coefficient of the oxygen ;
Q_{O_2} — the rate coefficient for oxygen consumption ;
x — the weight concentration of cells.

The second term is the oxygen consumption rate OR and can be evaluated in the following manner :

$$Q_{O_2} \cdot x = \frac{F}{V}\left[\frac{p_{in}}{p - p_{in}} - \frac{p_{out}}{p - p_{out}}\right] = OR \tag{16}$$

where :

p_{in} — the partial pressure of the oxygen in the input gas (air) ;
p_{out} — the partial pressure of the oxygen in the output gas (evacuated) ;
p — the total pressure, regardless of the variations of the liquid level ;
V — the liquid volume ;
F — the flow of the gas (air) introduced.

The steady-state value of the K_{O_2} may be obtained from (15) and (16) as :

$$K_{O_2} = \frac{Q_{O_2} \cdot x}{(C^*_{O_2} - C_{O_2})} = \frac{OR}{(C^*_{O_2} - C_{O_2})} \tag{17}$$

The magnitude of the transfer coefficient K_{02} is a relevant measure for the development of the biochemical reaction. The carbon dioxide variation rate (CR) can be expressed in the same way. The ,,respiratorial quotient (RQ) defined as $RQ = OR/CR$ is a synthetic measure of the fermentation process.

Taking into account the above presented model, we have considered useful to measure all these parameters in order to get a real picture of the process. At the same time, we have implemented the automatic control system, which on the basis of $O_2\%$ and $CO_2\%$ values, takes the adequate decisions.

Fig. 5 shows the basic structure of the automatic control system (in blok diagram form) for the fermentation process. In order to symplify the figure, the control loops of temperature (T_0) pressure (p_0) and pH, are not presented.

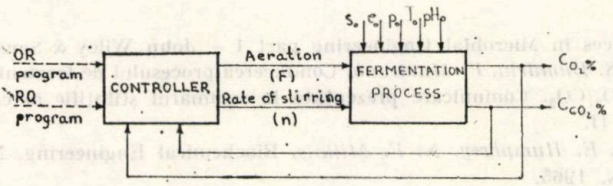


Fig. 5

The programs of variation for OR and RQ are experimentally established for each biosynthesis process. The implementation of the automatic control system [2] is presented in fig. 6, where all the control loops are sketched.

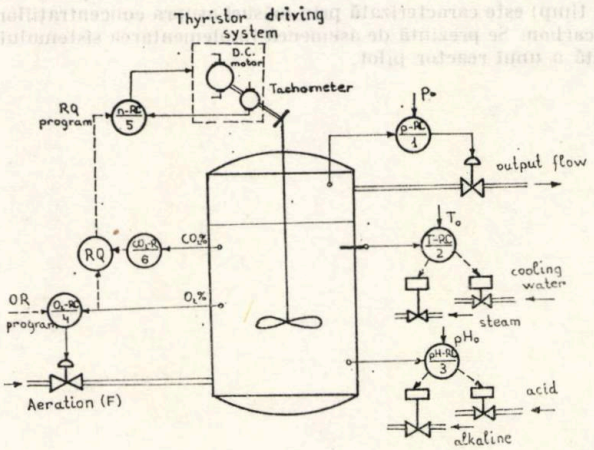


Fig. 6

Conclusions

In practice, the dynamic behavior of the fermentation process is described by the mathematical models that approximate the real process which is nonlinear and time-variant. The system is also multiple-input and multiple-output (multivariable) and obviously not decoupled. A possible solution for the automatic control of the fermentation process is presented. The development of the process is estimated by measuring both the concentration of the oxygen and the concentration of the carbon dioxide.

The automatic control system has been implemented on a reactor and a more accurate model for the process will be obtained by experimental identification.

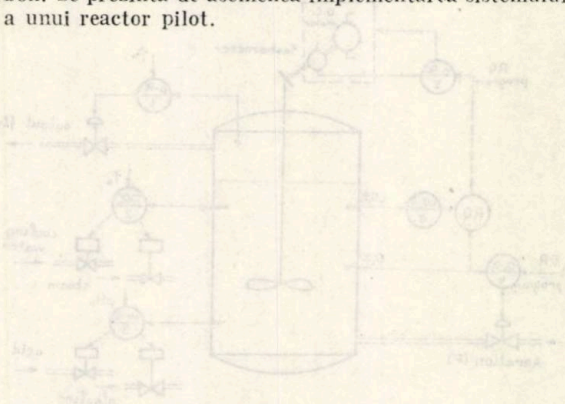
These results will make possible the microcomputer control for the fermentation process using more elaborate critaeria.

REFERENCES

1. * * * , Advances in Microbial Engineering part 1 — John Wiley & Sons, 1973.
2. *I. Dumitrache, S. Dumitriu, F. Munteanu,* Conducerea procesului de fermentație după raportul O_2/CO_2. Comunicare prezentată la seminarul științific al catedrei Automatică II.
3. *S. A. Aiba, A. E. Humphrey, N. F. Milluis,* Biochemical Engineering, New-York Acad. Press. 1965.
4. *N. Blakenbrough,* Industrial Fermentations London New-York, 1967.
5. *C. Oniscu,* Tehnologia produselor de biosinteză, Editura tehnică, 1978.

Conducerea automată a unui proces biochimic de fermentație

În lucrare se prezintă un sistem de conducere automată a unui proces biochimic de fermentație. Desfășurarea procesului de fermentație (proces neliniar și variant în timp) este caracterizată prin măsuri asupra concentrațiilor de oxigen și bioxid de carbon. Se prezintă de asemenea implementarea sistemului de conducere automată a unui reactor pilot.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

C.Z.:62—522

UTILIZAREA REACȚIEI DINAMICE DE PRESIUNE LA STABILIZAREA SISTEMELOR ELECTROHIDRAULICE

ILIE CATANĂ *

Lucrarea se ocupă cu utilizarea reacției dinamice de presiune la stabilizarea sistemelor electrohidraulice. Se determină modelul matematic al servovalvei cu reacția dinamică de presiune și al sistemului în ansamblu sub o formă ușor de folosit în operațiile de analiză și sinteză.

Efectul deosebit de favorabil al reacției dinamice de presiune asupra stabilității sistemelor electrohidraulice se evidențiază cu ajutorul caracteristicilor de frecvență.

Introducere

Tehnica electrohidraulică de automatizare a cunoscut o dezvoltare considerabilă în ultimul deceniu odată cu elaborarea și perfecționarea echipamentului de interfață dintre partea electronică și cea hidraulică cunoscut în literatura tehnică de specialitate sub denumirea de servovalvă.

Avînd în vedere aplicațiile cu caracter special unde se cere poziționarea sarcinilor inerțiale mari, în timp scurt și cu o precizie ridicată, asigurînd un raport putere-greutate foarte bun față de alte tipuri de acționări, în cazul utilizării comenzilor electrohidraulice aproape totdeauna apare necesitatea de a rezolva problema stabilizării dinamice a sistemului. Această problemă este deosebit de dificilă întrucît sarcinile inerțiale mari conduc deobicei la frecvențe mici care împreună cu amortizarea naturală a sistemului foarte mică face ca condiția de stabilitate dinamică să fie deosebit de severă, [1].

Avînd în vedere importanța hotărîtoare pe care o prezintă funcționarea stabilă în condiții de siguranță în funcționare deosebită, efortul specialiștilor din acest domeniu de cercetare s-a concentrat pentru elaborarea unor soluții de stabilizare dintre cele mai interesante.

După modul în care sînt aplicate aceste metode de stabilizare se împart în două categorii : stabilizare prin intervenție asupra părții electronice folosind rețele electrice de compensare și stabilizare prin intervenție asupra părții hidraulice folosind rețelele mecanohidraulice.
Se cunosc și alte soluții tehnice care folosesc ambele metode de stabilizare [2, 3].

Referindu-ne la cel de al doilea grup de mijloace de stabilizare se disting două posibilități : stabilizare cu elemente disipative de energie și stabilizare prin reacții funcționale în cadrul servovalvelor de comandă a debitului.

Manuscris predat redacției la data de 10 mai 1978
* Șef lucrări ing. Catedra de Automatică II.

În lucrarea de față ne vom ocupa de o metodă modernă de stabilizare care folosește o reacție dinamică de presiune.

1. Servovalva cu reacție dinamică de presiune (R.D.P.)

Reacția dinamică de presiune ocupă un loc aparte în cadrul mijloacelor de stabilizare a sistemelor electrohidraulice.

Folosind o servovalvă de debit, care știm că oferă o rigiditate foarte bună sistemului hidraulic [3], în jurul căreia am creat o reacție dinamică de presiune se ajunge la o soluție care asigură atît o comportare dinamică excelentă datorită amortizării comandate cu ajutorul reacției dinamice de presiune cît și o comportare staționară corespunzătoare determinată de proprietățile intriseci ale servovalvei de debit, figura 1.

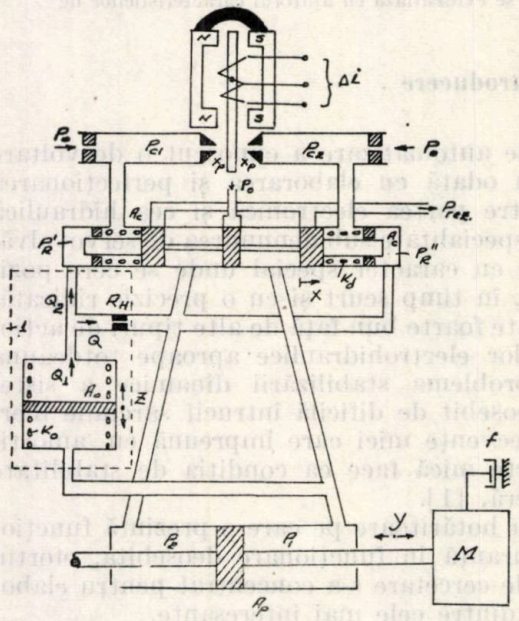


Fig. 1

Față de servovalva obișnuită de debit se remarcă reacția negativă de presiune prin intermediul unui filtru hidraulic de tip trece sus realizat cu ajutorul unei rezistențe hidraulice R_H și a unei capacități hidraulice C_H montate ca în figură.

Efectul reacției dinamice de presiune asupra funcționării sistemului este următorul. În lipsa acestei reacții la apariția unui semnal de eroare în sistemul automat servovalva se deschide corespunzător și trimite motorului hidraulic de execuție puterea hidraulică. Amplificarea în presiune fiind foarte mare se imprimă sarcinii o accelerație mare deci o energie cinetică mare întrucît forțele de amortizare sînt mici. Această energie trebuie disipată pe măsură ce sarcina se apropie de noua poziție de echilibru. Lipsind forțele de amortizare sau fiind mici sarcina trece dincolo de poziția de echilibru făcînd ca eroarea să-și schimbe semnul, iar procesul să se repete în sens invers. În acest ca sens poate apare un regim oscilant neamortizat sau în cazul cel mai fericit forte puțin amortizat avînd deci o durată inacceptabil de mare. Efectul reacției dinamice de presiune se manifestă în prima porțiune a regimului tranzitoriu cînd acționează în sensul închiderii servovalvei și deci comandă energia hidraulică în mod gradat de la sursă la servomotor, urmînd ca în apropierea poziției de echilibru comanda sistemului să fie dată exclusiv de semnalul de eroare. Acest efect este echivalent cu introducerea unei amortizări artificiale comandate.

2. Modelul matematic al circuitului cu reacție dinamică de presiune

Vom considera pentru simplificare deplasări mici în jurul punctelor statice de funcționare ceea ce ne permite să folosim o analiză liniarizată și să utilizăm conceptul de funcție de transfer. În acest sens vom determina modelul matematic care descrie comportarea dinamică a circuitului de reacție dinamică de presiune reprezentat în figura 2.

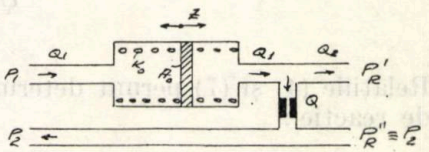


Fig. 2

Notăm cu $P_S = p_1 - p_2$ presiunea la sarcină iar cu $P_R = P'_R - P''_R$ presiunea de reacție negativă care acționează asupra sertarului de putere prin intermediul suprafețelor de reacție de arie A . Neglijînd compresibilitatea fluidului de lucru în capacitatea hidraulică conform cu notațiile din figura 2 putem scrie ecuația de debite :

$$Q_1 = A_0 \frac{dz}{dt} \tag{1}$$

și :

$$A_0(p_1 - P'_R) = Z\,K_0 \tag{2}$$

ecuația de echilibru al forțelor la pistonașul mobil al capacității hidraulice.

Din relațiile (1) și (2) obținem ecuația :

$$Q_1 = \frac{A_0^2}{K_0} \frac{d(p_1 - p'_R)}{dt} \tag{3}$$

care confirmă și efectul de capacitate de trecere pentru acest circuit. Avînd în vedere că :

$$p_1 - p'_R = p_1 - p_2 - (p'_R - p_2) = p_1 - p_2 - (p'_R - p''_R) = P_S - P_R$$

relația (3) devine :

$$Q_1 = \frac{A_0^2}{K_0}\left(\frac{d\,P_S}{dt} - \frac{dP_R}{dt}\right) \tag{4}$$

Ecuația de continuitate scrisă pentru punctul de ramificație furnizează relația :

$$Q_1 = Q_2 + Q \tag{5}$$

unde :

$$Q = \frac{P_R}{R_H} \tag{6}$$

reprezintă debitu prin rezistența hidraulică considerată liniară, R_H fiind valoarea acestei rezistențe.

Avînd în vedere faptul că debitul Q_2 este foarte mic în comparație cu Q datorită volumului mic al camerei de reacție, se poate neglija așa încît obținem :

$$Q_1 = \frac{P_R}{R_H} \tag{7}$$

Relațiile (4) și (7) permit determinarea ecuației diferențiale a circuitului de reacție :

$$T_R \frac{dP_R}{dt} + P_R = T_R \frac{dP_S}{dt} \tag{8}$$

unde :

$$T_R = R_H C_H \tag{9}$$

reprezintă constanta de timp a circuitului de reacție,

$$C_H = \frac{A_0^2}{K_0} \tag{10}$$

reprezintă capacitatea hidraulică, iar R_H rezistența hidraulică.

Din relația (8) rezultă funcția de transfer a circuitului de reacție :

$$H_R(s) = \frac{P_R(s)}{P_S(s)} = \frac{T_R s}{T_R s + 1} \tag{11}$$

3. Modelul matematic al servovalvei cu reacție dinamică de presiune

Bazîndu-ne pe dezvoltările matematice stabilite în această lucrare și impunînd anumite ipoteze simplificatoare în continuare vom determina modelul matematic pentru servovalva cu reacție dinamică de presiune căutînd să evidențiem aspectele esențiale legate de avantajele acestui principiu de stabilizare.

În primul rînd vom neglija masa sertarului de putere, forțele de frecare uscată la sertar precum și compresibilitatea fluidului de lucru în camerele de comandă ale amplificatorului hidraulic cu ajutaj-paletă dublu. Deplasările paletei fiind mici în jurul poziției de zero forțele hidraulice determinate de curgerea fluidului prin ajutaje asupra paletei vor fi neglijabil de mici. În acest context ecuațiile care descriu funcționarea servovalvei devin :

$$M_a = K_1 \Delta i \tag{12}$$

ecuația cuplului activ creat de curentul de comandă,

$$M_t = K_p \Delta\theta \tag{13}$$

ecuația cuplului rezistent creat de sistemul de resoarte al paletei :

$$K^I_{Q_0} X_p - K^I_{C_0} P_0 = A_c \frac{dx}{dt} \tag{14}$$

ecuația de debit în camera de comandă a amplificatorului hidraulic cu ajutaj dublu :

$$A_c P_c - A_R P_R = K_d X \tag{15}$$

ecuația de echilibru al forțelor ce acționează la sertarul de putere.

Relațiile (12)— (15) pot fi organizate sub forma schemei funcționale din figura 3.

În lipsa reacției dinamice de presiune servovalva are o comportare dinamică descrisă de funcția de transfer [3]

$$H_A(s) = \frac{X(s)}{\Delta i(s)} = \frac{K_A}{T_A s + 1} \tag{16}$$

unde :

$$K_A = \frac{K^I_{p_0} K_1 L_1 A_c}{K_p K_e} \tag{17}$$

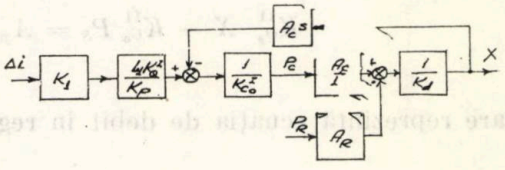


Fig. 3

reprezintă factorul de amplificare al servovalvei, iar

$$T_A = \frac{A_c^2}{K^I_{C_0} K_d} \tag{18}$$

reprezintă constanta de timp.

În prezența reacției dinamice de presiune funcționarea servovalvei rezultă din schema funcțională din figura 3 și este descrisă de relația :

$$X(s) = \frac{K_A}{T_A s + 1} \Delta i(s) - \frac{\frac{A_R}{K_d}}{T_A s + 1} P_R(s) \tag{19}$$

Relația (19) confirmă faptul că deschiderea sertărașului de putere este funcție atît de semnalul de comandă cît și de derivata presiunii la sarcină.

Ținînd cont de relația (11) modelul matematic al servovalvei cu reacție dinamică de presiune se poate organiza sub forma schemei funcționale din figura 4.

4. Modelul matematic al sistemului electrohidraulic

Pentru a realiza un servosistem electrohidraulic de poziție se prevede un traductor electronic de măsurare a poziției sarcinii, un regulator electronic și un dispozitiv de intrare așa cum se arată în figura 5.

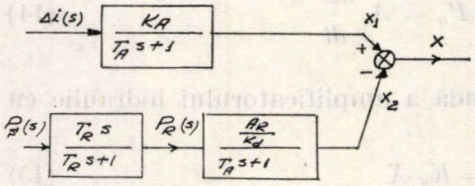


Fig. 4

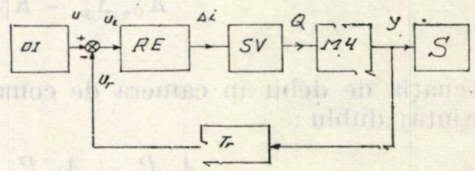


Fig. 5

Rămînînd în cadrul sistemului liniarizat funcționarea etajului de putere a servovalvei împreună cu motorul hidraulic și sarcina este descrisă de următoarele ecuații :

$$K_{Q_0}^{II} \; X - K_{C_0}^{II} \; P_S = A_p \frac{dv}{dt} + \frac{v_0}{2E} \frac{dP_S}{dt} \tag{20}$$

care reprezintă ecuația de debit în regim dinamic la motorul hidraulic,

$$A_p \cdot P_s = M \frac{d^2 y}{dt^2} + f \frac{dy}{dt} \tag{21}$$

ecuația de echilibru dinamic al forțelor la sarcină.

Vom considera că traductorul de poziție are o dinamică foarte bună față de celelalte elemente din sistem astfel că funcția lui de transfer se poate scrie :

$$H_{tr}(s) = \frac{u_r(s)}{y(s)} = K_{tr} \tag{22}$$

iar regulatorul electronic într-o primă analiză îl considerăm de tip proporțional :

$$H_R(s) = \frac{\Delta i(s)}{u_\varepsilon(s)} = K_R \tag{23}$$

Cu aceste elemente schema funcțională a întregului sistem capătă forma din figura 6.

În absența reacției dinamice de presiune funcția de transfer între deschiderea sertărașului de putere $H(s)$ și deplasarea sarcinii $y(s)$ se poate determina fie din schema funcțională din figura 6, fie rezolvînd ecuațiile (20) și (21). Se obține :

$$H_M(s)=\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{K_Q^{II}/A_p}{s\left(\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\zeta}{\omega_n}s+1\right)} \tag{24}$$

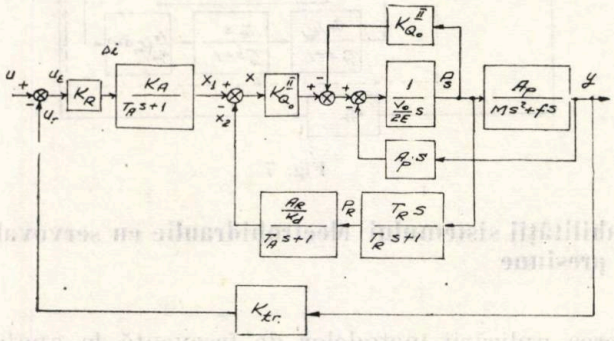


Fig. 6

unde :

$$\omega_n=\sqrt{\frac{2E\,A_p^2}{V_0\,M}} \tag{25}$$

reprezintă frecvența naturală hidraulică, iar

$$\zeta=\frac{f}{4A_p}\sqrt{\frac{V_t}{EM}} \tag{26}$$

reprezintă factorul de amortizare.

Pentru a simplifica analiza ce urmează vom aplica algebra schemelor bloc luînd toate reacțiile de la ieșire și ținînd cont că pentru un sertar de putere cu închidere ideală $K_{Co}^{II}=0$. În aceste condiții schema funcțională a sistemului electrohidraulic se reprezintă ca în figura 7.

Am notat cu $T_M=\frac{M}{f}$ (27)

constanta de timp a motorului hidraulic împreună cu sarcina.

Schema funcțională din figura 7 exprimă sub formă generală modelul matematic ce guvernează funcționarea dinamică a sistemului electro-

hidraulic. În mod evident această schemă surprinde numai legăturile funcţionale esenţiale ce caracterizează prezenţa servovalvei cu reacţie dinamică de presiune aşa cum rezultă din ipotezele care au stat la baza determinării modelelor matematice.

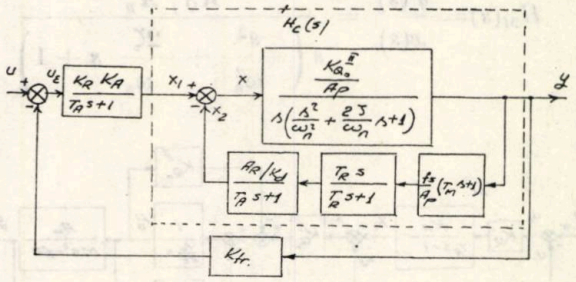


Fig. 7

5. Analiza stabilităţii sistemului electrohidraulic cu servovalvă cu reacţie dinamică de presiune

În vederea aplicării metodelor de frecvenţă la analiza stabilităţii trebuie să aducem schema bloc din figura 7 la o formă mai simplă.
Pentru aceasta vom simplifica circuitul de reacţie alegînd constructiv constanta de timp T astfel încît :

$$T_R = T_M \tag{28}$$

În aceste condiţii pe calea de reacţie transferul semnalului se face prin tr-un element avînd funcţia de transfer :

$$H_r(s) = \frac{x_1(s)}{y(s)} = \frac{A_R \cdot T_R \cdot f}{A_p \cdot K_d} \, s^2 \tag{29}$$

unde am neglijat constanta T_A care are valori extrem de mici faţă de celelalte.
Vom nota cu :

$$\alpha_R = \frac{A_R \cdot T_R \cdot f}{A_p \cdot K_d} \tag{30}.$$

şi vom denumi coeficientul α_R, coeficientul reacţiei dinamice de presiune
Astfel reacţia dinamică de presiune este caracterizată prin funcţia de transfer pe cale de reacţie dată de relaţia :

$$H_r(s) = \alpha_R \, s^2 \tag{31}$$

Acum putem determina funcția de transfer globală a servomotorului și sarcinii împreună cu reacția dinamică de presiune notată în figura 7 cu $H_c(s)$. Vom găsi expresia :

$$H_c(s) = \frac{\frac{K_{Qp}^{II}}{A_p}}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2(\zeta + \zeta_R)}{\omega_n} s + 1} \tag{32}$$

unde am notat cu :

$$\zeta_R = \frac{\alpha_R K_{Q0} \omega_n}{2A_p} \tag{33}$$

Se observă că față de sistemul necorectat expresia (32) are un termen în plus în factorul de amortizare introdus pe cale artificială prin reacția dinamică de presiune. Funcția de transfer a sistemului deschis fără reacție dinamică de presiune se determină din figura 7 punînd $A_R = 0$ și are expresia :

$$H(s) = \frac{K_T}{s(T_A s + 1)\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1\right)} \tag{34}$$

unde :

$$K_T = \frac{K_r \cdot K_A K_{Q_0}^{II} K_{tr}}{A_p} \tag{35}$$

reprezintă factorul total de amplificare al sistemului.
Pentru sistemul corectat vom avea expresia :

$$H_c(s) = \frac{K}{s(T s + 1)\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2(\zeta + \zeta_R)}{\omega_n} s + 1\right)} \tag{36}$$

unde mărimile au semnificația cunoscută.

Relațiile (34) și (36) au fost reprezentate în coordonate logaritmice în figura 8.

Se vede foarte clar din caracteristicile de frecvență ameliorarea considerabilă pe care reacția dinamică de presiune o aduce gradului de stabilitate prin introducerea unei amortizări suplimentare pe cale artificială. Dinamica amplificatorului hidraulic din cadrul servovalvei trebuia să

fie foarte bună pentru ca să nu limiteze funcționarea celorlalte elemente din cadrul sistemului. Acest lucru se traduce prin aceea că valoarea constantei de timp T_A este foarte mică practic de ordinul de mărime (4 : 40) 10^{-3} sec. În aceste condiții se poate neglija. Scriind condiția de stabilitate pentru sistemul analizat obținem :

$$\frac{K_T}{\omega_\Pi} < 2\zeta \qquad (37)$$

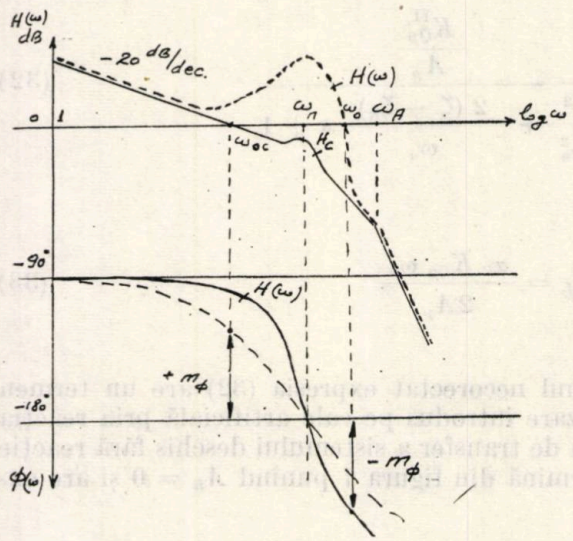


Fig. 8

Relația (37) reprezintă o condiție de stabilitate foarte severă pentru sistemele electrohidraulice avînd sarcini inerțiale mari. Într-adevăr, în astfel de situații pulsația naturală hidraulică exprimată de relația (28) are valori foarte mici de regulă în jur de 10—30 rad/sec, în timp ce pentru factorul de amortizare naturală al sistemului valori de ordinul 0,05—0,1 sau mai mici sînt tipice. În aceste condiții satisfacerea relației (37) impune pentru factorul de amplificare o viteză K_T valori extrem de mici fapt care atrage după sine o dinamică slabă și o comportare în regim staționar nesatisfăcătoare.

Întrucît asupra lui ω_Π practic nu putem acționa pentru un sistem cu sarcină dată pentru a putea folosi amplificări mai mari singura soluție rămîne să mărim factorul de amortizare ζ. Acest lucru se realizează așa după cum am văzut cu ajutorul reacției dinamice de presiune.

Concluzii

Așa cum am arătat stabilizarea dinamică a sistemelor electrohidraulice se poate realiza prin diverse procedee fiecare avînd avantaje și dezavantaje. Trebuie remarcat faptul că pînă în prezent nu a fost elaborată o tehnică unică aplicabilă în toate situațiile datorită faptului că sistemele electrohidraulice au niște trăsături specifice. În primul rînd masele inerțiale sînt funcție de aplicația concretă și deci iau valori dintr-un domeniu destul de larg.

În acest context stabilizarea cu ajutorul reacției dinamice de presiune se dovedește o metodă deosebit de eficace în cazul sistemelor electrohidraulice avînd sarcini inerțiale mari cu amortizări vîscoase foarte mici. Pentru realizarea acestui deziderat a fost necesar să complicăm din punct de vedere constructiv și funcțional un singur component, servovalva. Aceasta creează obligația ca servovalva cu reacție dinamică de presiune să aibă elemente reglabile pentru a satisface condiția (28) pentru o gamă largă de aplicații și deci ca servovalva să aibă un caracter de uni-

versalitate. O cale comodă și eficientă pentru aceasta este de a folosi o rezistență hidraulică R_H reglabilă din exterior. Reglarea capacității C_H deși posibil de făcut este mai costisitoare.

O a doua condiție pe care trebuie să o satisfacem prin proiectare constă în alegerea convenabilă a factorului de amortizare ζ dat de relația (33). Menținîndu-ne în cadrul relației (28) o posibilitate de a ajusta amortizarea constă în ajustarea parametrului α_R dat de relația (30). Elementul care rămîne la discreția proiectantului îl reprezintă aria de reacție A_R. Alegerea valorii optime pentru acest parametru este legată de domeniul de valori pe care le poate lua sarcinile inerțiale întîlnite în aplicațiile practice.

Notații

p_{c1}, p_{c2} — presiunile de comandă la amplificatorul hidraulic cu ajutaj dublu.
P'_R, P''_R — presiunile de reacție negativă asupra sertarului de putere
p_1, p_2 — presiunile de la servomotorul hidraulic
p_0 — presiunea de alimentare a sistemului
L_1 — lungimea paletei amplificatorului hidraulic
x_p — deplasarea paletei în fața ajutajului măsurată de la poziția neutră
x — deplasarea sertarului de putere
y — deplasarea sarcinii.
A_R, A_c, A_0 — suprafața de reacție, a capacității hidraulice respectiv de comandă a amplificatorului hidraulic.
A_p — suprafața pistonului motorului hidraulic
K_0, K_d — constante de elasticitate
M — masa sarcinii
R_H, C_H — rezistență și capacitate hidraulică
K_{Q0}, K_{C0} — factori de alimentare în debit, respectiv coeficienți debit-presiune
K_1, K_p — constante de cuplu
K_{p0} — factor de amplificare în presiune
E — modul de elasticitate al fluidului
V_t — volumul total al cilindrului motorului hidraulic.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Catană*, Metode de analiză și sinteză a circuitelor electrohidraulice. Referat în cadrul tezei de doctorat, IPB, 1976.
2. *H. C. Gamînin*, Ghidravliceschie privod sistem upravlenia", 1972.
3. *S. Florea, I. Catană*, Echipamente de automatizare hidraulice și pneumatice, IPB, 1977

The Use of Dynamic Pressure Feedback for Stabilisation of the Electrohydraulic Servo Systems

The paper is dealing with the dynamic pressure feedback used for the stabilization of the electrohydraulic systems.

The mathematical model of the servovalve is determined in a form suitable for the analysis and synthesis of the systems.

The favorable efect of the dynamic pressure feedback on the stability of the electrohydraulic servosystems is pointed out be means of frequency characteristics.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 3

CZ : 681.3 :621-52

PROBLEME ALE MODELULUI ÎN IDENTIFICAREA SISTEMELOR

PETRE STOICA *

Articolul analizează diferitele metode de stabilire a unei echivalențe discret-continuu. Sînt relevate conexiunile problemei cu identificarea sistemelor.

Introducere

În identificarea sistemelor, alegerea clasei de modele în interiorul căreia se va căuta cea mai bună aproximație a procesului studiat, este o problemă foarte importantă. Ea trebuie rezolvată în raport cu unele cerințe ce se impun modelului utilizat, următoarele fiind foarte naturale :

— Modelul trebuie să fie ales în concordanță cu scopul final al identificării. Astfel, dacă se urmărește numai cunoașterea generală a dinamicii procesului un model neparametric poate să fie suficient. Dacă însă scopul final este o reglare clasică, probabil că un model parametric de tipul funcție de transfer este cel mai indicat. În situația în care se dorește proiectarea unui sistem optimal, un model parametric discret (ecuații de stare, ecuații cu diferențe) care să includă și perturbațiile este cel mai corespunzător,

— Deși în alegerea clasei de modele criteriul principal este cel anterior (scopul final al identificării), totuși uneori poate să apară necesară și utilizarea unor modele intermediare de tipuri diferite, în funcție de disponibilitățile hardware-software. De exemplu dacă se urmărește aproximarea procesului printr-un model de tipul ecuației cu diferențe în condițiile în care nu se dispune de un software capabil să prelucreze datele experimentale în acest sens, dar în schimb disponibilitățile hardware sînt mari (generatoare de semnal pseudoaleator binar, corelatoare), desigur că se va recurge la un model intermediar de tipul funcție pondere, determinată prin tehnici de corelație.

Problema care rămîne de rezolvat este obținerea modelului dorit din cel intermediar (a ecuației cu diferențe din eșantioanele funcției pondere, pentru exemplul dat).

În discutarea posibilităților de conversie între diferitele modele, următoarea clasificare este utilă :

a) Modele continue — parametrice
b) Modele continue — neparametrice

Manuscris predat redacției la data de 28 februarie 1978.
* Asistent ing. Catedra Automatică.

c) Modele discrete — parametrice
d) Modele discrete-neparametrice

Trecerea între modele aparţinînd aceleeaşi grupări se face simplu. De asemenea există o serie de algoritmi pentru obţinerea modelelor (discrete sau continue parametrice din cele neparametrice.

În consecinţă, pentru stabilirea unei conexiuni între oricare două modele aparţinînd la oricare dintre grupările a — d, este necesar un algoritm de trecere model discret — model continuu.

Importanţa şi necesitatea unui astfel de algoritm rezidă clar din următoarele :

— Dezvoltarea calculatoarelor numerice a făcut ca dispozitivele analogice specializate de identificare să fie utilizate din ce în ce mai puţin. Prelucrarea cu calculatoarele numerice a mărimilor eşantionate conduce la modele discrete (de ex. funcţia de transfer în Z). În situaţia în care se doreşte reglarea clasică a procesului studiat, este indicată obţinerea funcţiei de transfer în S din funcţia de transfer în Z determinată experimental.

— Există o serie de situaţii în care apare problema inversă : determinarea funcţiei de transfer în Z din funcţia de transfer în S. De exemplu, compararea a două modele, unul obţinut printr-o tehnică de identificare continuă, celălalt printr-o procedură de identificare discretă, este indicat să se facă în planul z(v. § 5). De asemenea, problema aprecierii performanţelor sistemelor de reglare clasică poate fi rezolvată prin trecerea $S \to Z$ [1].

În plus rezultatele analizei echivalenţei discret-continuu pot fi utilizate pentru reevaluarea unor binecunocute proceduri de identificare (v. Anexa).

În pofida importanţei ei, problema a fost abordată de puţini autori [3, 5, 6], soluţiile propuse fiind foarte diferite.

Articolul de faţă revizuieşte în primul rînd diferitele tehnici de trecere funcţie de transfer în Z-funcţie de transfer în S. Dintre acestea este aleasă cea mai avantajoasă din punct de vedere numeric, avînd în acelaşi timp o precizie ridicată. Este descrisă implementarea pe calculatorul numeric, iar eficienţa ei este demonstrată prin exemple numerice.

1. Formularea problemei

În acest articol, problema echivalenţei model continuu — model discret, este abordată în sensul fig. 1. Pentru ca cele două modele să fie echivalente, diferenţa între ieşirile lor la aceleaşi momente de eşantionare, $e(nT)$, trebuie să fie cît mai mică (ideal 0) dacă ele sînt excitate ca în fig. 1.

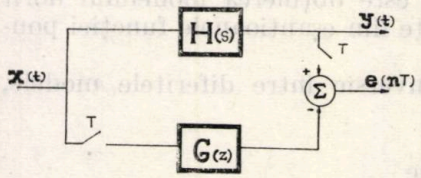


Fig. 1

Pentru a evita eventualele confuzii, funcţia de transfer, a sistemului discret nu a fost notată $H(z)$ deoarece în general

$$G(Z) \not\equiv Z\{\mathrm{L}^{-1}[H(s)]\} \qquad (1)$$

Egalitatea se produce numai, atunci cînd $x(t)$ este în mod real un tren de pulsuri unitare modulate în amplitudine. Modelul continuu $H(s)$ echivalent cu un model discret $G(z)$ depinde de forma de variaţie a lui $x(t)$ între momentele de eşantionare. Pentru diferite forme de variaţie, aceluiaşi $G(z)$ îi vor corespunde diferite funcţii de transfer $H(s)$.

Pentru stabilirea unei legături între cele două tipuri de modele, fie următoarea dezvoltare în fracţii parţiale a lui $H(s)$:

$$H(s) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{s + p_k} \tag{2}$$

În consecinţă

$$y(t) = \sum_{k=1}^{n} y_k(t) \quad y_k(t) = a_k e^{-p_k T} \int_0^t e^{p_k \tau} x(\tau)\, d\tau \tag{3}$$

Pentru a ajunge la modelul discret este necesară transformarea ecuaţiilor diferenţiale :

$$\dot{y}_k(t) + p_k y_k(t) = a_k x(t) \quad k = 1, \ldots, n \tag{4}$$

în ecuaţii cu diferenţe. Din (3) rezultă

$$y_k(nT) = a_k e^{-p_k nT} \int_0^{nT} e^{p_k \tau} x(\tau)\, d\tau = \tag{5}$$

$$= e^{-p_k T} y[(n-1)T] + a_k e^{-p_k nT} \int_{(n-1)T}^{nT} e^{p_k \tau} x(\tau)\, d\tau$$

Apare acum evidentă necesitatea cunoaşterii variaţiei lui $x(\tau)$ între momentele de eşantionare. Deoarece o astfel de cunoaştere nu este în general disponibilă, singurul lucru care rămîne este de a face diferite aproximaţii.

Printre cele mai uzuale sînt următoarele :

a) $x(\tau) = x[(n-1)T]$

b) $x(\tau) = \dfrac{x[(n-1)T] + x(nT)}{2} \quad \tau \in [(n-1)T,\ nT]$ (6)

c) $x(\tau) = n\,x[(n-1)T] - (n-1)\,x(nT) + [x(nT) - x[n-1)T]]\dfrac{\tau}{T}$

Folosind una din aproximațiile de mai sus în (5), va rezulta o funcție de transfer discretă $G(z)$ care aproximează exact pe $H(s)$ numai dacă $x(t)$ variază în mod real, între momentele de eșantionare, așa cum s-a presupus. Pentru aproximațiile considerate relațiile de trecere $H(s) - G(z)$ sînt, respectiv :

$$\text{a) } H(s) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{s + p_k} \qquad G(z) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k(1 - e^{-p_k T})}{p_k} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - e^{-p_k T} z^{-1}} \tag{7}$$

$$\text{b) } H(s) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{s + p_k} \qquad G(z) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k (1 - e^{-p_k T})}{2p_k} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - e^{-p_k T} z^{-1}} \tag{8}$$

$$\text{c) } H(s) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{s + p_k} \qquad G(z) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{Tp_k^2} \cdot \frac{T p_k - 1 + e^{-p_k T} + z^{-1}(1 - e^{-p_k T} - T p_k e^{-p_k T})}{1 - e^{-p_k T} z^{-1}} \tag{9}$$

Trebuie remarcat că transformări similare cu *a* și *c* puteau fi obținute prin considerarea unui element de reținere de ordin 0, sau 1, ca în fig. 2.

În conformitate cu fig. 2 :

$$H(s) = \frac{L\{Z^{-1}[G(z)]\}}{H_{0.1}(s)} \tag{10}$$

Operațiile numerice implicate de relațiile (7) — (10) sînt dificil de implementat pe un calculator numeric :

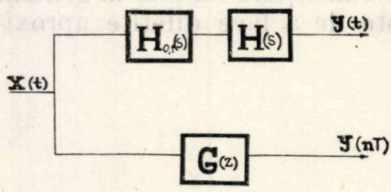


Fig. 2

— Relațiile (7) — (9) implică rezolvări de ecuații algebrice, calcul de reziduuri etc.

Relația (9) care oferă cea mai bună aproximație, pentru o clasă largă de intrări, implică calculele cele mai complicate.

— Relația (10) implică utilizarea unor tabele pentru transformatele *Z* și Laplace, deci o operație neprogramabilă.

În plus relațiile (7) — (9) sînt valabile numai pentru funcții de transfer cu poli reali și distincți.

Aceste dificultăți întîlnite în abordarea directă a problemei conduc la căutarea unor noi metode, care să fie ușor implementabile pe un calculator numeric.

2. **Soluție**

O corespondență exactă $H(s) - G(z)$ nu se poate obține decît presupunînd cunoscută variația intrării între momentele de etanșionare [6]. Evident, o astfel de presupunere nu este valabilă practic și în consecință problema nu poate fi rezolvată decît aproximativ. O cale posibilă este utilizarea rezultatelor stabilite în cadrul analizei spectrale a proceselor aleatoare discrete [3]. Considerînd intrarea de bandă largă (ideal un zgomot alb) față de banda sistemului, spectrele discret sau continuu ale ieșirii sînt determinate numai de parametrii funcției de transfer în z, respectiv în s. Cum între cele două spectre există procedee de trecere [4], rezultă că acestea pot fi utilizate pentru stabilirea unei corespondențe $H(s) - G(z)$.

Metoda nu este însă avantajoasă numeric. În plus aproximarea se pune în domeniul spectrelor și nu al ieșirii procesului.

Așa cum rezultă din fig. 1 încercarea de a stabili o legătură $Y(s) - Y(z)$ este un mod mai direct de a rezolva problema. În acest sens sînt făcute aproximațiile de mai jos:

$$Y(z) \simeq \frac{1}{T} Y(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} = \frac{1}{T} X(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} \cdot H(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} \simeq X(z)\, H(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} \tag{11}$$

Din (11) rezultă imediat că

$$G(z) \simeq H(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} \tag{12}$$

Transformarea implicată în (12) este însă neconvenabilă practic, deoarece conduce la forme ale funcției de transfer greu de utilizat. Pentru a depăși această dificultate, o nouă aproximație este cerută [1]:

$$s = \frac{1}{T} \ln z \simeq \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \tag{13}$$

Similar pentru transformarea inversă $S \to Z$:

$$z^{-1} = \frac{2 - sT}{2 + sT} \tag{14}$$

Relațiile (13), (14) formează ceea ce se numește transformarea Z biliniară. Aceasta are proprietăți deosebit de atractive:

— Este ușor implementabilă pe un calculator numeric;

— Sistemul continuu $H(s)$ și cel discret $G(z)$ atașat lui prin inter-

mediul transformării z biliniare (sau invers) sînt cvasiechivalente dacă T este ales încît [5]:

$$|P_{max}\ T| \leqslant 0{,}5 \tag{15}$$

unde P_{max} este polul cel mai depărtat de origine al lui $H(s)$.

— Conservă realizabilitatea fizică și forma rațională a funcției de transfer.

3. Implementare

Utilizînd limbajul FORTRAN a fost scrisă în simplă precizie următoarea subrutină (disponibilă la Biblioteca Națională de Programe):

```
SUBROUTINE TSZS (N1, M1, A, B, T, IND, C, D, A1, A2, A5, B5, C5)
DIMENSION A (1), B(1) C(1), D(1), A1 (M1, M1), A2 (M1, M1), A5(1)
*B5(1), C5(1), P1(2), P2(2).
C SUBRUTINA REALIZEAZĂ TRECEREA S—Z SAU Z—S
C UTILIZÎND METODA TRANSFORMĂRII Z BILINIARE
C N1 = GRADUL NUMĂRĂTORULUI FC. DE TRANS. DATE + 1
C M1 = GRADUL NUMITORULUI FC DE TRANS. DATE + 1
C A = COEFICIENȚII NUMĂRĂTOR FC DE TRANS DATE ÎN
      ORDINEA CRESCĂTOARE A PUTERILOR (DIM = N1)
C B = COEFICIENȚII NUMITOR FC DE TRANS. DATE ÎN ORDI-
      NEA CRESCĂTOARE A PUTERILOR (DIM = M1)
C T = PERIOADA DE EȘANTIONARE
C IND = O TRECERE S — Z
C       1 TRECERE Z — S
C C = COEFICIENȚII NUMĂRĂTOR FC TRANS. OBȚINUTE
C ÎN ORDINEA CRESCĂTOARE A PUTERILOR (DIM = M1)
C D = COEFICIENȚII NUMITOR FC. DE TRANS OBȚINUTE
C ÎN ORDINEA CRESCĂTOARE A PUTERILOR (DIM = M1)
C TABLOURI DE LUCRU A1 (M1, M1), A2(M1, M1), A5(M1), C5(M1),
      B5(M1)
```

Subrutina poate fi utilizată atît pentru determinarea funcției de transfer în s cînd este dată funcția de transfer în z, cît și pentru rezolvarea problemei inverse (în funcție de valoarea lui IND).

4. Cazul deterministic

Subrutina TSZS a fost testată utilizînd următoarele sisteme:

$$H(s) = \frac{1}{1 + 6s + 8s^2} \underset{T=0.8}{\leftrightarrow} G(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{861 - 1598z^{-1} + 741\ z^{-2}} \tag{16}$$

Introducînd $H(s)$ în ZSZS a rezultat exact $G(z)$.
Procedînd invers din $G(z)$ a fost obținută exact $H(s)$. Aceasta a confirmat că subrutina TSZS realizează cu precizie transformarea Z biliniară.

Pentru a verifica performanţele transformării Z biliniare, privind echivalenţa sistemelor din (16), au fost considerate următoarele două situaţii :

a. $x(t) = 50 \sin 0{,}3\ t$

b. $x(t)$ = zgomot alb gaussian de dispersie unitară

Pentru ambele cazuri a fost calculat următorul criteriu de echivalenţă (v. fig. 1);

$$V = \frac{1}{150} \sum_{n=1}^{150} e^2 (nT) \tag{17}$$

Rezultatele au fost, respectiv :

a. $V = 64 \cdot 10^{-6}$

b. $V = 14 \cdot 10^{-8}$

Ele confirmă performanţele bune ale transformării Z biliniare raportate şi de alţi autori [5].

5. Cazul stocastic

Scopul acestei lucrări este de a stabili şi a analiza o procedură de trecere de la $H(s)$ la $G(z)$ sau invers. Obţinerea modelului continuu sau discret (problema de identificare [7, 8]) nu este discutată, depăşind limitele articolului. Totuşi este evident că prin utilizarea unei proceduri de de identificare, modelul obţinut va avea parametrii afectaţi de erori inerente, cauzate de zgomote de măsură sau perturbaţii interioare sistemului.

Este interesant de studiat modul în care se propagă aceste erori, prin transformarea Z biliniară.

Fie în acest sens, d_s eroarea cu care a fost estimat un pol p_s în planul s. Polul corespunzător din planul z,

$$p_z = \frac{2 - Tp_s}{2 + T\,p_s} \tag{18}$$

va fi afectat de o eroare d_z :

$$p_z + d_z = \frac{2 - T\,(p_s + d_s)}{2 + T\,(p_s + d_s)} \simeq p_z - \frac{Td_s}{2 + Tp_s + Td_s} \tag{19}$$

În consecinţă :

$$\frac{|\,d_z\,|}{p_z} = \frac{Td_s}{2 + Tp_s + T\,d_s} \cdot \frac{2 + Tp_s}{2 - Tp_s} \simeq \frac{d_s}{p_s} \frac{Tp_s}{2 - Tp_s} \tag{20}$$

Deoarece $|Tp_s| << 1$ (v. (15)), din (20) rezultă imediat că :

$$\left|\frac{d_z}{p_z}\right| << \left|\frac{d_s}{p_s}\right| \tag{21}$$

La același rezultat se putea ajunge și prin studiul relațiilor

$$s = \frac{1}{T} \ln z \qquad z = e^{Ts} \tag{22}$$

pe care transformanta Z biliniară le aproximează. Astfel

$$p_z + d_z = e^{-p_s T} e^{-Td_s} \simeq e^{-Tp_s} - e^{-Tp_s} Td_s \tag{23}$$

Deci

$$\frac{d_z}{p_z} \simeq \frac{d_s}{p_s} p_s T \tag{24}$$

Transformarea inversă conduce la aceeași relație între erorile relative :

$$p_s + d_s = \frac{1}{T} \ln (p_z + d_z) = \frac{1}{T} \ln\left[p_z\left(1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{d_z}{p_z}\right)\right] \simeq \frac{1}{T} \ln p_z + \frac{1}{T} \frac{d_z}{p_z} \frac{1}{T} \frac{d_z}{p_z} = p_s \frac{d_s}{p_s} \tag{25}$$

în consecință

$$\left|\frac{d_z}{p_z}\right| << \left|\frac{d_s}{p_s}\right| \tag{26}$$

Concluzia este că unei erori relative mici în z îi este asociată o eroare relativă mare în s. Ea este firească ținînd cont de faptul că transformarea Z biliniară (sau transformare exactă (22)) pune în corespondență un întreg semiplan (în s) cu numai un disc unitar (în z). Trebuie subliniat însă, că deși afectate de erori diferite ca mărime, cele două modele corespondente, $H(s)$ și $G(z)$ au o comportare intrare-ieșire cvasiidentică.

Concluzii

Articolul prezintă succint diferitele proceduri de determinarea a modelului discret $G(z)$ din cel continuu (sau invers). Dintre acestea, transformarea z biliniară are proprietățile cele mai atractive :

— Este cea mai avantajoasă din punct de vedere al calculelor numerice implicate.

— Comportarea modelului continuu și a celui asociat prin transformarea Z biliniară, este cvasiidentică pentru o clasă largă de funcții de intrare.

Legînd problema transformării modelului continuu în model discret (sau invers) de aceea a obținerii acestor modele prin tehnici de identificare, a fost stabilit că la o comportarea cvasiidentică intrare-ieșire, modelul discret este mai precis determinat (mai aproape de cel real) decît modelul continuu. Acest fapt poate să constituie un argument în plus pentru utilizarea tehnicilor discrete de identificare.

ANEXA

Analiza tehnicilor de corelație utilizînd rezultatele echivalenței discret - continuu

Identificarea unui sistem prin tehnici de corelație, constă în determinarea funcției pondere $h(\cdot)$, prin rezolvarea ecuației Wiener-Hopf :

$$R_{xy}(t) = \int_0^\infty h(\tau) R_{xx}(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(A 1)}$$

unde $R_{xy}(\cdot)$ și $R_{xx}(\cdot)$ sînt, respectiv, funcția de intercorelație intrare-ieșire și funcția de autocorelație a intrării.

Ecuația integrală (A 1) este rezolvată în mod curent prin *discretizare* :

$$R_{xy}(kT) = \sum_{i=0}^{\infty} T\, h(iT)\; R_{xx}[(k-i)T] \qquad \text{(A 2)}$$

Ecuația (A 2) putea fi obținută direct din cea discretă punînd :

$$g(iT) = T\, h(t)|_{t=iT} \qquad \text{(A 3)}$$

În varianta comun utilizată a tehnicilor de corelație, din $h(KT)$-determinat experimental, este estimat $H(s)$. Aceasta este o problemă complexă din punct de vedere numeric (v. [8]), iar, datorită lui (A 3) precizia cu care se determină parametrii modelului continuu trebuie să fie similară cu aceea care s-ar obține procedînd ca mai jos :

$$g(KT)\begin{pmatrix}\text{determinat}\\ \text{experimental}\end{pmatrix} \rightarrow G(z) \rightarrow H(s) = \frac{1}{T} L\{Z^{-1}[G(z)]\} \qquad (A3')$$

În consecință este interesant de studiat (A 3) din punctul de vedere al echivalenței discret-continuu. Analiza poate fi realizată la fel de simplu în domeniul complex (a) ca și în domeniul timpului (b).

a. Fie sistemul continuu

$$Y(s) = H(s)\, X(s) \qquad \text{(A 4)}$$

iar cel discret (în conformitate cu (A 3)).

$$G(z) = T\, H\,(z) \qquad \text{(A5)}$$

Considerînd că T satisface (15) și că mărimile implicate în (A4) sînt de spectru limitat (armonicele corespunzătoare pulsațiilor mai mari decît π/T sînt neglijabile), atunci ieșirea sistemului continuu (A4) și aceea a sistemului discret (A5) cvasicoincid în momentele de eșantionare :

$$G(z)\, X\,(z) = \frac{1}{T^2} \sum_{n,k=-\infty}^{\infty} \sum G\left(s + j\,n\,\frac{2\pi}{T}\right) X\left(s + jk\,\frac{2\,\pi}{T}\right) =$$

$$= \frac{1}{T^2} \sum_{n,k=-\infty}^{\infty} \sum TH\left(s + jn\frac{2\pi}{T}\right) X\left(s + j\,k\frac{2\pi}{T}\right) \cong$$

$$\cong \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y\,(s + j\,n\,\frac{2\,\pi}{T}\Big) = Y\,(z)\Big|_{z=\epsilon^{Ts}} \qquad \text{(A 6)}$$

b. Fie sistemul discret

$$y\,(kT) = \sum_{i=0}^{\infty} g\,(iT)\; x[(k - i)\,T] \qquad \text{(A 7)}$$

iar cel continuu (v. (A 3)) :

$$h\,(t)\Big|_{t\,=\,iT} = \frac{1}{T}\, g\,(iT) \qquad \text{(A 8)}$$

Considerînd că produsul $h(\cdot)\; x(\cdot)$ este lent variabil între momentele de eșantionare (condiție perfect similară cu aceea de spectru limitat din domeniul complex), atunci sistemele continuu și discret legate prin (A 3) (sau A 5) sînt cvasiechivalente :

$$\int_0^{\infty} h(\tau)\; x(kT - \tau)\, d\tau = \sum_{i=0}^{\infty} \int_{iT}^{(i+1)T} h\;(\tau)\; x\,(kT - \tau)\; \mathrm{d}\tau \cong$$

$$\cong \sum_{i=0}^{\infty} Th(iT)\; x\;[(k - i)T] = \sum_{i=0}^{\infty} g\;(iT)\; x\,[(k - i)\,T] = y(kT) \qquad \text{(A 9)}$$

Din cele două analize anterioare (în special din aceea în domeniul timpului), rezultă că relația de echivalență discret-continuu, (A3), implicată în rezolvarea ecuației Wiener-Hopf, este o aproximație, în general, mai slabă chiar decît (7) care era cel mai puțin performantă dintre aproximațiile considerate în acest articol.

În consecință este de așteptat ca, în general, rezultate mai precise să fie obținute prin rezolvarea ecuației Wiener-Hopf *discrete* (nu discretizate), determinarea funcției de transfer în z din $g(KT)$ și (dacă este necesar) trecerea la funcția de transfer în s utilizînd transformata Z biliniară (compară cu (A3′)).

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Călin*, Regulatoare automate, ED. Didactică și pedagogică, București, 1967.
2. *S. Gentil, J. P. Sandraz, C. Foulard*, Different Methods for Dynamic Identification of an Experimental Paper Machine. 3rd IFAC symposium Identif. and Syst. Parameter Estimation, Hague, 1973.
3. *T. C. Hsia*, IEEE Trans. on Aut. Control, AC-17, april 1972.
4. *B. C. Kuo*, Sisteme automate cu eșantionare. Ed. Tehnică, București, 1976.
5. *N. K. Sinha*, PROC. IEEE, no. 5, may 1972.
6. *F. W Smith*, IEEE Trans. on. Aut. Control AC-13, p. 37—55, 1968.
7. *P. Stoica*, Metode de estimare a parametrilor sistemelor automate. AMC, vol. 24. 1976.
8. *P. Stoica*, (coautor) Identificarea sistemelor dinamice. I.P.B. Facultatea Automatică, 1978.

Problems of the Model in System Identification

The paper deals with some methods used to determine the discrete (continuous) system having the same input-output behaviour as a given continuous (discrete) system. The connections between the afore mentioned problem and system identification are pointed out.

I. P. Informația c. 506

40.480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодичеэких журналов „Bulletin de mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", и „Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti.

Составленый на новых основах, он отражает в перую очердь научную деятельнсть преподавательского состава Бухарестского политесхнического институте. В пределахво зможностеи будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и продиска приозводятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES ELECTROTEHNICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The coorespondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE ELECTROTECHNIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseingnant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants est :

Adresa: **INSTITUTUL POLITEHNIC**
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1979 MAR 16

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XL NUMĂRUL 4 ANUL 1978
OCTOMBRIE—DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu ;* Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan ;* Prof. dr. ing. *Nicolae Geru ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald ;* Prof. dr. *Ion Grădișteanu ;* Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan ;* Prof. ing. *Jean Moncea ;* Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu ;* Prof. dr. ing. *Aurel Oprean ;* Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu ;* Prof. dr. ing. *Ion Popescu ;* Prof. dr. ing. *Marin Rădoi ;* Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu;* Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) Prof. dr. *Octavian Stănășilă ;* Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu ;* Prof. dr. docent *Rodica Vilcu.*

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București,
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH
Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1979 MAR 14

Sumar

MATEMATICĂ

D. Stanomir, O. Stănăşilă
Asupra matricilor olomorfe real-raţionale 3

FIZICA

C. Gh. Ghizdeanu, G. Filoti
Studiul sistemului $CoAl_{2-x}Fe_xO_4$ prin efect Mössbauer 11

ELECTRONICA

Sanda Maican, Gh. Ştefan, C. Băleanu, B. Cocora, I. Maican, V. Maican, I. Pîrvulescu
Sistem de aparate conectate la calculator prin interfaţa standard 15

ELECTROTEHNICA

Claudia Popescu, M. Popescu
Dinamica contactorului la deconectare 23
V. Fireţeanu
Analiza mijloacelor de creştere a eficienţei maşinilor magnetohidrodinamice de inducţie prin reducerea efectului longitudinal dinamic 31

AUTOMATICA

Raluca Brăileanu, Gr. Brăileanu
Asupra derivării numerice din punct de vedere al aplicaţiilor practice 43
Ioana Mihu
Asupra sintezei sistemelor de reglare supuse la perturbaţii 55
P. Stoica
Factorizarea polinoamelor auto-reciproce şi identificarea sistemelor 61

CALCULATOARE

Irina Athanasiu, C. Zervos,
Proprietăţi de închidere ale operatorului de compoziţie concurentă 75
Cr. Giumale
Sisteme de programare extensibile — Realizarea reprezentativităţii programelor 83

Eugenia Kalisz
Gramatici LL (1) şi analiza sintactică predictivă deterministă 93
Florica Moldoveanu
Proiectarea asistată de calculator a sistemelor de programe 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

MATEMATICĂ

C.Z.: 512.83

ASUPRA MATRICILOR OLOMORFE REAL — RAȚIONALE

D. STANOMIR, O. STĂNĂȘILĂ *

În lucrare sînt prezentate principalele teoreme de reprezentare privitoare la matricele real-raționale care sînt imitanțe de intrare ale unor multiporți pasivi. Este dată tot odată o inegalitate specifică multiporților pasivi, exprimată atît în formalismul de imitanță cît și în formalismul de repartiție.

1. Preliminarii.

Matricile $n \times n$ ale căror elemente sînt fracții raționale în variabila complexă $s = \alpha + j\omega$ cu coeficienți reali se numesc *matrici real-raționale* și mulțimea lor formează un inel notat $M_n(\mathbb{R}(s))$. Dacă $A(s)$ este o matrice de funcții complexe, atunci $A'(s)$, $\overline{A}(s)$ reprezintă transpusa și respectiv conjugata matricei $A(s)$; evident, dacă $A(s) \in M_n(\mathbb{R}(s))$, atunci $\overline{A}(s) = A(\bar{s})$. În cele ce urmează, vom nota prin $A^*(s)$ transpusa conjugatei matricei $A(s)$ și prin $A_H(s) = \frac{1}{2}[A(s) + A^*(s)]$, partea ei hermitică. O matrice hermitică $B(s)$, i.e. $B(s) = B_H(s)$, este *pozitivă* (și se scrie $B(s) \geqslant 0$) dacă $y^*B(s)y \geqslant 0$ pentru orice vector-coloană $y \in \mathbb{C}^n$.

Vom nota prin $M_n(H_+)$ subinelul lui $M_n(\mathbb{R}(s))$ format din matricile de funcții raționale olomorfe în semiplanul drept $Re\ s > 0$. Dacă $A(s) \in M_n(H_+)$ are pe axa imaginară polii presupuși simpli $0, \infty, \pm j\omega_k$, $(1 \leqslant k \leqslant m)$, atunci făcînd convenția $\omega_{-k} = -\omega_k (-m \leqslant k \leqslant m)$ și $\omega_0 = 0$, se pot defini *matricile-reziduu asociate lui* $A(s)$

$$E_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{1}{s} A(s), \quad E_k = \lim_{s\to j\omega_k} (s - j\omega_k)\cdot A(s), \quad -m \leqslant k \leqslant m.$$

De exemplu, pentru matricea

$$A(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s}{s^2+4} & \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{s}{s+1} & \dfrac{2}{s} \end{bmatrix} \text{ din } M_2(H_+)$$

Manuscris predat redacției la data de 4 iulie 1973
* Conf. dr. ing. Catedra Radio; Prof. dr. Catedra Matematici II.

avem polii 0, ∞, $\pm 2j$ pe axa imaginară, deci $m = 1$ şi matricile-reziduu asociate sînt

$$E_\infty = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Caracterizarea matricilor pozitiv-reale (MPR).

În teoria realizabilităţii imitanţelor de intrare ale sistemelor multiport pasive, un rol central îl au MPR ; mai precis, matricea de imitanţă a unui multiport liniar, invariant în timp şi pasiv este MPR, [2], [5].

Definiţia 1. Fie D un deschis în planul complex care conţine semiplanul drept $Re\, s > 0$. O matrice pătratică $A(s)$ de funcţii complexe $D \to \overline{\mathbb{C}}$ se numeşte *matrice pozitiv-reală* (MPR) dacă sînt îndeplinite condiţiile următoare :

1) $A(s)$ este olomorfă în D (adică toate elementele lui $A(s)$ sînt funcţii olomorfe în D) şi $A_H(s) \geqslant 0$;

2) $A(\alpha)$ este reală dacă $\alpha = Re\, s > 0$.

Se poate remarca faptul că există funcţii pozitiv-reale care nu satisfac condiţia 2) în semiplanul $\alpha < 0$; de exemplu, pentru impedanţa caracteristică a unei linii RC, $Z_0 = \sqrt{R/sC}$, se observă că pentru $s = \alpha$ cu $\alpha < 0$, Z_0 este pur imaginar.

O caracterizare a MPR printre matricile real-raţionale este cuprinsă în

TEOREMA *1.* Fie $A(s) \in M_n(\mathrm{R}(s))$ o matrice fixată. Sînt echivalente următoarele afirmaţii :

(I) $A_H(s) \geqslant 0$ în $Re\, s > 0$;

(II) a) $A_H(s) \in M_n(H_+)$;
b) $A(s)$ are poli simpli pe axa imaginară $(0, \infty, j\omega_k)$ iar matricile-reziduu asociate E_0, E_∞, E_k sînt hermitice şi pozitive ;
c) $A_H(s) \geqslant 0$ pe axa imaginară cu excepţia polilor 0, ∞, $j\omega_k$, $(-m \leqslant k \leqslant m,\ k \neq 0)$.

Demonstraţie. (II) $\Rightarrow$ (I) Fixăm $y \in \mathbb{C}^n$ şi notăm $f_y(s) = y^* A(s) y$, deci $Re\, f_y(s) = y^* A_H(s) y$. Avem de arătat că $Re\, f_y(s) \geqslant 0$ în domeniul $Re\, s > 0$. Notînd

$$A^r(s) = \frac{1}{s} E_0 + s E_\infty + \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{E_k}{s - j\omega_k} + \frac{E_{-k}}{s + j\omega_k} \right),$$

rezultă că matricea $\widetilde{A(s)} = A(s) - A^r(s)$ este olomorfă în deschisul $\mathbb{C} \setminus \{Re\, s \leqslant \delta\}$, $\delta < 0$ şi în plus, are loc descompunerea

$$f_y(s) = y^* A^r(s) y + y^* \widetilde{A(s)}\, y.$$

Deoarece matricile E_0, E_∞ sînt pozitive rezultă, scriind $s = \alpha + j\omega$, că

$$y^*\left(\frac{1}{s}E_0\right)y = \frac{}{\alpha^2+\omega^2}(y^*E_0\,y)\geqslant 0 \text{ și } y^*(s\,E_\infty)\,y = \alpha\,(y^*\,E_\infty y)\geqslant 0$$

pentru $\alpha = Re\,s > 0$. Apoi avem $E_k = P_k + jQ_k$ (cu P_k, Q_k matrici reale) și cum E_k este hermitică, avem $E_k^* = P_k' - j\,Q_k' = E_k = P_k + jQ_k$, deci $P_k' = P_k$, $Q_k' = -Q_k$ (de asemenea, avem $E_{-k} = \bar{E}_k$). Grupînd termenii asociați unei perechi curente $(-k, k)$, se obține

$$y^*\left(\frac{E_k}{s-j\omega_k}+\frac{E_k}{s+j\omega_k}\right)y = y^*\left(\frac{P_k+jQ_k}{s-j\omega_k}+\frac{P_k-jQ_k}{s+j\omega_k}\right)y =$$

$$= 2\,y^*\left(\frac{sP_k-\omega_k Q_k}{s\lambda+\omega_k^2}\right)y.$$

Apoi din faptul că $P_H = P \geqslant 0$, $Q_H = 0$ și $Re\,\dfrac{s}{s^2+\omega_k^2} = \dfrac{\alpha^2+\omega^2+\omega_k^2}{|s^2+\omega_k^2|^2} \geqslant 0$ pentru $Re\,s > 0$, rezultă că $y^*\left(\dfrac{E_k}{s-j\omega_k}+\dfrac{E_{-k}}{s+j\omega_k}\right)_H y \geqslant 0$ pentru $Re\,s > 0$. Totodată rezultă că $y^*\,A_H'(j\omega)\,y = 0$ pentru $\omega \neq 0, \infty, \omega_k$. Așadar, am probat că $y^*\,A_H'(s)y$ este pozitiv în semiplanul drept și este nul pe axa imaginară (cu excepția unor puncte izolate). Pe de altă parte, matricea $\widetilde{A(s)}$ variază continuu pe axa imaginară și din ipoteza IIc), împreună cu relația $y^*A_H'(j\omega)y = 0$, rezultă că $y^*\widetilde{A_H(j\omega)}\,y \geqslant 0$. Așadar funcția complexă f_k (pentru orice y fixat) este olomorfă în semiplanul drept și are partea reală-nenegativă pe axa imaginară, deci conform principiului minimului părții reale, rezultă că $Ref_k(r) = Rey^*A_H(s)y = y^*A\,(s)y \geqslant 0$ pentru $\alpha = Re\,s > 0$, deci am probat (I).

(I) $\Rightarrow$ (II). Prin continuitate, rezultă că (I) $\Rightarrow$ IIc). Probăm că (I) $\Rightarrow$ IIa) și pentru aceasta, presupunem că IIa) nu ar avea loc, deci matricea $A(s)$ ar avea un pol s_0 cu $Re\ s_0 > 0$, de multiplicitate p $(p \geqslant 1)$. În acest caz, partea principală a dezvoltării Laurent a funcției $f(s)$ în jurul lui s_0, pentru $y \in \mathbb{C}^n$ fixat, ar fi de forma $\dfrac{1}{(s-s_0)^p}\cdot(y^*Ky)$, unde $K = \dfrac{1}{(p-1)!}[(s-s_0)^p\cdot A(s)]_{s=s_0}^{(p-1)}$. Notînd $y^*\,Ky = p_y + jq_y$ și $s - s_0 = \rho e^{j\theta}$, rezultă că $Re\dfrac{1}{(s-s_0)^p}(y^*Ky) = \rho^{-p}(p_y\cos p\,\theta + q_y\sin p\,\theta)$, deci această expresie are semn variabil în vecinătatea lui s_0, ceea ce contrazice ipoteza (I). În mod similar, matricea $A(s)$ nu are poli de multiplicitate $p \geqslant 2$ pe axa imaginară $s = j\omega$ și rămîne de analizat cazul cînd pe această axă ar exista poli simpli, caz în care $Ref_y(s)$ ar fi aproximat în jurul lui s_0 prin $\rho^{-1}(p_y\cos\theta + q_y\sin\theta)$ și cum pentru $\theta \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ avem $Ref_y(s) \geqslant 0$,

rezultă $q_y = 0$, deci matricea E_k este hermitică şi cum $p_y \geqslant 0$, ea este şi pozitivă; similar pentru E_0 şi E_∞, deci (I) $\Rightarrow$ IIb).

Observaţii. 1) În demonstraţia anterioară am separat la un moment dat *partea reactivă* $A^r(s)$ a matricii D(s); denumirea provine din aceea că numărul complex $A^r(j\omega)$ este pur imaginar dacă $\omega \neq 0, \infty, \omega_k$. Aceeaşi proprietate are loc şi dacă se consideră o matrice de forma $C+A^r(s)$, unde C este o matrice antisimetrică, cu elementele constante reale. Pentru $n = 1$ sistemul se reduce la un uniport şi neapărat $C = 0$, dar în general matricea C este nenulă dacă în reţea sînt cuprinse elemente rezistive nereciproce (de exemplu, giratoare); Matricea $A^{fp}(s) = C + A^r(s)$ este legată de reprezentarea generală a imitanţei de intrare a unei reţele fără pierderi. Proprietatea de bază a matricii $A^{fp}(s)$ este $A^{fp}(s) + A^{fp}(-s)' = 0$.

2) Condiţia de olomorfie în semiplanul drept este strîns legată de proprietatea de cauzalitate; pentru orice sistem liniar, invariant întimp şi cauzal, transformata Laplace a funcţiei matriciale de pondere este olomorfă în $Re\, s > 0$; există şi sisteme cauzale nepasive (de exemplu, $A(s) = \frac{1}{s^2}$).

3. Caracterizarea matricelor mărginit-reale (MMR).

Formalismul de imitanţă, legat nemijlocit de matrici MPR nu are loc întotdeauna, chiar pentru elemente de circuit simple, cum este transformatorul ideal. Un formalism mai cuprinzător este înlesnit prin considerarea matricilor studiate în acest paragraf.

Definiţia 2. Fie D un deschis în planul complex care conţine semiplanul $Re\, s > 0$. O matrice pătratică $S(s)$ de funcţii complexe $D \to \mathbb{C}$ se numeşte *matrice mărginit-reală* (MMR) dacă sînt îndeplinite condiţiile următoare:

1) $S(s)$ este olomorfă în D;
2) $S(\alpha)$ este reală dacă $\alpha = Re\, s > 0$;
3) matricea $D(s) = 1 - S^*(s) \cdot S(s)$ este pozitivă.

Matricea $D(s)$ este numită *matrice de disipaţie* asociată matricei $S(s)$; evident, $D(s)$ este o matrice hermitică. Importanţa matricilor MMR decurge din faptul că matricea de repartiţie a unui multiport liniar, invariant în timp şi pasiv este de acest tip, [2], [4], [5].

O caracterizare a matricilor MMR printre matricile real-raţionale este dată în

TEOREMA 2. Fie $S(s) \in M_n(\mathbb{R}(s))$ o matrice fixată, Sînt echivalente următoarele afirmaţii:

(I) $D(s) \geqslant 0$ în $Re\, s > 0$;

(II)
a) Exista $\delta < 0$ astfel încît matricea $S(s)$ să fie olomorfă în deschisul $\mathbb{C} \setminus \{Re\, s \leqslant \delta\}$;
b) $D(s) \geqslant 0$ pe axa imaginară.

Demonstrație. (II) $\Rightarrow$ (I)). Pentru orice $y \in \mathbb{C}^n$ fixat punem $\varphi_y(s) = S(s)y$. Din ipoteza IIb) rezultă implicația

$$y^*[1-S^*(j\omega)S(j\omega)]y \geqslant 0 \Rightarrow ||\varphi_y(j\omega)|| \leqslant ||y||.$$

Pentru $y \neq 0$, punînd $z = y/||y||$, rezultă $||\varphi_z(j\omega)|| \leqslant 1$, deci $||\varphi_y(j\omega)|| \leqslant ||y||^2$, pentru orice $y \in \mathbb{C}^n \setminus \{0\}$ și a posteriori și pentru $y = 0$. Așadar funcția olomorfă φ_y are modulul mărginit de 1 pe axa $\alpha = 0$ și conform principiului maximului modulului, rezultă $||\varphi_y(s)||^2 \leqslant ||y||^2$ pentru $Re\, s > 0$, $(\forall) y \in \mathbb{C}^n$, adică tocmai (I).

(I) $\Rightarrow$ (II). Presupunem că are loc (I) : afirmația IIb) rezultă prin continuitate. Apoi, pentru price versor $z \in \mathbb{C}^n$ avem $\|\varphi_z(s)\| \leqslant 1$ în $\alpha = Re\, s > 0$. Atunci elementele lui $S(s)$ sînt majorate în modul de 1 (pentru $\alpha > 0$) și prin continuitate, acest fapt se menține și pentru $\alpha = 0$; folosind principiul prelungirii analitice, rezultă că există $\delta < 0$ astfel încît $\varphi_z(s)$ (și totodată $S(s)$) să fie olomorfă în $Re\, s > \delta$, deci rezultă IIa).

Observații. 1) În analogie cu cazul teoremei 1, olomorfia în $Re\, s > 0$ este o consecință a cauzalității.

2) Rețelele fără pierderi, caracterizate în formalismul de imitanță prin relația $A^{fp}(s) + A^{fp}(-s)' = 0$, au matricea $S(s)$ asociată unitară, i.e. $S^*(s) \cdot S(s) = 1$ (Aceste relații au loc numai pentru matrici real-raționale).

4. Legături între MPR și MMR.

Fie $Z = Z(s)$ o matrice $n \times n$ de funcții complexe $D \to \mathbb{C}$, astfel încît $Z + 1$ să fie nesingulară în D. Notăm $S = (Z - 1)(Z + 1)^{-1}$ și $D = 1 - S^*S$. Pentru orice $y \in \mathbb{C}^n$ fixat notăm $x = (Z + 1)^{-1} y$, deci $(Z - 1)x = Sy$ și $(Z + 1)x = y$, Cu aceste notații, formulăm mai întîi următoarea

LEMA. Au loc relațiile

$$(Z + 1)^*. D.(Z + 1) = 4 Z_H, \tag{1}$$

$$4 [(Z + 1)^{-1}]^* \cdot Z_H \cdot (Z + 1)^{-1} = D, \tag{2}$$

$$4x^* Z_H x = \|y\|^2 - \|Sy\|^2. \tag{3}$$

În particular, $x^* Z_H x$ este real, pentru orice $x \in \mathbb{C}^n$, iar Z_H este pozitivă dacă și numai dacă $\|S\| \leqslant 1$.

Demonstrație. Direct din definiții, rezultă $S(Z + 1) = Z - 1$, deci $(Z + 1)^* \cdot S^* = Z^* - 1$, de unde $(Z + 1)^*. S^*S(Z + 1) = (Z^* - 1)(Z - 1)$ și cum $(Z^* - 1)(Z - 1) = (Z + 1)^*(Z + 1) - 2(Z^* + Z) = (Z + 1)^*(Z + 1) - 4Z_H$ și astfel este probată relația (1) ; relația (2) rezultă din (1) ținînd cont că luarea inversei și adjunctei sînt operații permutabile. În fine, $\|Sy\|^2 = \|Zx - x\|^2 = \|Zx\|^2 + \|x\|^2 - 2x^* Z_H x$ și $\|y\|^2 = \|Zx + x\|^2 = \|Zx\|^2 + \|x\|^2 + 2x^* Z_H x$ și prin scădere se obține (3) ; restul este clar.

TEOREMA 3. Fie $Z = Z(s) \in M(R(s))$ o matrice fixată. Sînt echivalente afirmaţiile :

(I) Z este o matrice MPR ;

(II) $\begin{cases} \text{a) matricea } Z+1 \text{ este nesingulară în semiplanul } \alpha > 0 ; \\ \text{b) matricea } S = (Z-1)(Z+1)^{-1} \text{ este MMR.} \end{cases}$

Demonstraţie. (I) $\Rightarrow$ (II) Presupunem îndeplinită condiţia (I) ; dacă matricea $Z+1$ ar fi singulară în $\alpha > 0$, atunci ar exista $y \in \mathbb{C}^n$, $y \neq 0$ astfel încît $(Z+1)y = 0$ şi înmulţind la stînga cu y^* se deduce $y^* Z_H(s) y = -y^* y < 0$, ceea ce contravine ipotezei. Aşadar, am probat IIa) şi totodată că matricea $S(s)$ are sens şi este olomorfă în semiplanul drept. Fie acum $y \in \mathbb{C}^n$ fixat arbitrar şi $x = (Z+1)^{-1} y$. Înmulţind relaţia (1) din lemă la stînga cu x^* şi la dreapta cu x, rezultă $y^* D(s) y = 4x^* Z_H(s) x$. Deci conform (I), rezultă $y^* D(s) y = 4x^* Z(s) x$. Deci conform (I), rezultă $y^* D(s) y \geqslant 0$ în $\alpha > 0$, deci matricea S este MMR, conform teoremei 2.

(II) $\Rightarrow$ (I). Fie $x \in \mathbb{C}^n$ arbitrar fixat şi $y = (Z+1)x$. Înmulţind relaţia (2) din lemă la stînga cu y^* şi la dreapta cu y, rezultă $4x^* Z_H(s) x = y^* D(s) y$. Folosind IIb), rezultă că $Z(s) \geqslant 0$ în $\alpha > 0$ şi conform teoremei 1, matricea $Z(s)$ este MPR.

Teorema 3 permite (prin trecerea de la Z la S) evitarea testării condiţiilor din teorema 1. Se pot obţine în acest fel criterii ca o matrice să fie MPR folosind teste de polinoame Hurwitz în sens strict deoarece $S(s)$ este olomorfă în vecinătatea axei imaginare şi teste de pozitivitate a matricei $D(s)$ pe această axă, [3].

Indicăm acum un alt tip de legătură între matricile Z şi S (în ipoteza că $Z+1$ este nesingulară), prin cîteva inegalităţi remarcabile :

TEOREMA 4. Cu notaţiile anterioare, pentru orice $s \in D$, sînt echivalente afirmaţiile :

(I) există α_1, $\alpha_2 > 0$ astfel încît

$$\|Z(s)x\| \leqslant \alpha_1 \|x\| \text{ şi } \|x\|^2 \leqslant \alpha_2 x^* Z_H(s) x, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{C}^n ;$$

(II) există $0 < \beta < 1$ astfel încît

$$\|S(s)y\| \leqslant \beta \|y\|, \text{ pentru orice } y \in \mathbb{C}^n.$$

Demonstraţie. (I) $\Rightarrow$ (II). Din ipoteză rezultă evident că $x^* Z_H x \geqslant \alpha_2^{-1} \|x\|^2$ şi punînd $y = (Z+1)x$, se obţine că $\|y\| \leqslant (\alpha_1 + 1) \cdot \|x\|$. Aşadar, $x^* Z_H x \geqslant \dfrac{1}{(\alpha_1+1)^2 \alpha_2} \|y\|^2$. Folosind (3) se obţine $\|Sy\|^2 \leqslant \|y\|^2 - \dfrac{4}{(\alpha_1+1)^2 \alpha_2} \|y\|^2$, în particular, numărul $1 - \dfrac{4}{(\alpha_1+1)^2 \alpha_2}$ este pozitiv şi notîndu-l cu β^2, rezultă II.

(II $\Rightarrow$ (I). Putem presupune $x \neq 0$ şi punînd $y = (Z+1)x$, rezultă $Sy = (Z-1)x$ şi inegalitatea din ipoteză $\|Sy\|^2 \leqslant \beta^2 \|y\|^2$ se scrie atunci dezvoltat

$$\|Zx\|^2 + \|x\|^2 - 2x^* Z_H x \leqslant \beta^2 (\|Zx\|^2 + \|x\|^2 + 2x^* Z_H x).$$

Notăm $a = \frac{\|Zx\|}{\|x\|}$ și $b = \frac{x^* Z_H x}{\|x\|^2}$ deci $|b| < a$, conform inegalității lui Schwartz. Relația anterioară devine

$$a^2 + 1 - 2b \leqslant \beta^2(a^2 + 1 + 2b), \text{ adică } (1 - \beta^2)(a^2 + 1) \leqslant (2 + 2\beta^2)b.$$

Pe de-o parte, rezultă $1 - \beta^2 \leqslant (2 + 2\beta^2)b$, deci $b \geqslant \frac{1 - \beta^2}{2 + 2\beta^2}$ și pe de-altă parte, rezultă $a^2(1 - \beta^2) \leqslant (2 + 2\beta^2)b < (2 + 2\beta^2)a$, deci $a \leqslant \frac{2 + 2\beta^2}{1 - \beta^2}$ și se poate lua $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 + 2\beta^2}{1 - \beta^2}$ și rezultă inegalitățile (I).

Unele din rezultatele anterioare pot fi extinse de la matrici la operatori pe spații Hilbert.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. J. Beltrami, M. R. Wohlers,* Distributions and the Boundary Values of Analytic Functions, Academic Press, 1966.
2. *R. W. Newcomb,* Linear Multiport Synthesis, Mc Graw Hill, 1966.
3. *D. D. Siljak,* New Algebraic Criteria for Positive Realness — Journal of Franklin Inst, 291, Nr. 2, 1971, 109—120.
4. *D. Stanomir,* Circuite electrice multiport, Lit. IPB, București, 1974.
5. *D. C. Youla, L. J. Castriota, H. J. Carlin,* Bounded Real Scattering Matrices, IRE Trans. circuit theory, 1959, 103—124.

On the Real-rational Holomorphic Matrices

In the paper there are given rigorous proofs for some theorems concerning real-rational matrices which are impedance matrices or scattering matrices of passive n-ports. There is also given an inequality for passive networks.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

FIZICĂ

C.Z.: 539.172.3..539.2

STUDIUL SISTEMULUI $CoAl_{2-x}Fe_xO_4$ PRIN EFECT MÖSSBAUER

C. GH. GHIZDEANU, G. FILOTI *

Sistemul $CoAl_{2-x}Fe_xO_4$, în domeniul de concentrație $0,1 \leqslant x \leqslant 0,7$ a fost investigat prin efectul Mössbauer. Rezultatele obținute au arătat o slabă pătrundere a Fe^{3+} pe poziții tetraedrice la concentrații mici și existența unor poziții neechivalente ale Fe^{3+} în coordinația octaedrică. Aceasta s-a evidențiat prin variația parametrilor energetici (despicarea cuadrupolară și deplasare izomeră) și prin valorile relative ale ariilor direct legate de concentrația de ioni de Fe^{3+} în configurații diferite.

Componenții sistemului posedă o structură spinelică, în care cationii sînt distribuiți în două poziții cristalografice diferite (tetraedrică — *A* și octoedrică — *B*), cu simetrie globală cubică. $CoAl_2O_4$ prezintă o ușoară inversie parțială ($\lambda = 0.17$) [1], adică o parte din ionii trivalenți se află pe poziții tetraedrice. Celălalt component de capăt al seriei, $CoFe_2O_4$ a fost investigat prin diferite metode, care au oferit rezultate contradictorii asupra distribuției cationilor. Măsurători de proprietăți magnetice au sugerat existența unei distribuții normale [2] a cationilor, în timp ce rezultatele măsurătorilor de efect Mössbauer, de exemplu, au arătat că există o inversie parțială [3]. Compusul $FeAl_2O_4$, prezintă de asemeni un grad de inversie parțială ($\lambda = 0.25$), rezultat obținut din analiza datelor de difracție de raze X și din măsurători Mösbauer [4].

S-au încercat mai multe metode de preparare. Determinările Mössbauer au fost efectuate pe probe preparate după o metodă propusă în lucrare [5]. Omogenizarea materialului s-a efectuat în soluția apoasă a amestecului sulfaților cationilor componenți, apa fiind eliminată prin fierbere. Pulberea obținută a fost calcinată la 1200°C (2 ore), apoi măcinată în mediu umed (H_2O), după uscare obținîndu-se o granulație de circa 1μm. S-a adăugat 1% liant organic, după care s-a realizat o presare izostatică la 1000 kgf/cm². Probele au fost prelucrate mecanic (formă paralelipipedică) și sinterizate apoi în aer la 1400°C (4 ore) și răcite lent cu cuptorul. Difracția de raze X a evidențiat o singură fază de tip spinel.

Determinările Mössbauer au fost efectuate cu aparatură și după o metodologie descrise în altă parte [6]. Sursa de ^{57}Co a fost în matrice de cupru și a avut o activitate de $\simeq$ 20 mC.

În prezentul articol vor fi prezentate rezultatele Mössbauer obținute numai pentru probele cu $x = 0,1$ și $0,2$; $0,3$; $0,5$; pentru care spectrele

Manuscris predat redacției la data 15 aprilie 1978
* Șef lucrări, Catedra de fizică; Cercetător principal dr. în fizică I.F.T.M.

Mössbauer au evidenţiat lipsa cîmpurilor magnetice interne (deci lipsa interacţiilor magnetice) compuşii fiind paramagnetici la temperaturile la care au fost efectuate determinările.

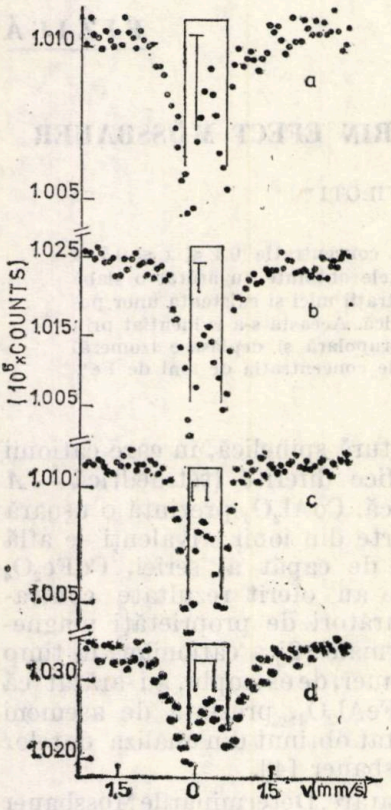


Fig. 1 — Spectrele Mössbauer pentru $x = 0{,}1$; 0,2 ; 0,3 ; 0,5, la temperatura de 80°K.

Măsurătorile efectuate la temperaturile superioare lui 80°K (pînă la 300°K), nu au adus informaţii suplimentare notabile, forma spectrelor şi valoarea interacţiilor rămînînd practic aceeaşi, astfel că vor fi prezentate numai spectrele obţinute la 80°K, la care s-a obţinut o rezoluţie mai bună (fig. 1). Spectrele Mössbauer au fost descompuse la un calculator I.B.M. — 360 cu ajutorul unui program rapid de calcul pentru interacţiuni monoj (singleţi) şi cuadrupolare (dubleţi).

Pentru probele cu $x=0{,}1$ şi $x=0{,}2$ s-a obţinut descompunerea cu două componente distincte, un singlet şi un dublet cuadrupolar.

Singletul posedă valori ale deplasării izomere (δ), slab negative faţă de ^{57}Fe în matrice de cupru (fig. 2) specifice fierului aflat în înconjurarea tetraedrică. Variaţia deplasării izomere a singletului către valori pozitive, cu creşterea concentraţiei de fier, confirmă modificarea raportului concentraţiei de cobalt şi fier pe poziţia tetraedrică.

Din variaţia ariilor relative ale componentelor (fig. 3) precum şi din lărgimea calculată a liniilor spectrelor de absorbţie, s-a dedus că există o slabă pătrundere a Fe^{3+} pe poziţiile tetraedrice, la o concentraţie mică de ioni de fier ($x \leqslant 0.2$).

În analiza rezultatelor experimentale, pentru concentraţii $x \geqslant 0{,}3$, trebuie avut în vedere că, din cauza micilor diferenţe energetice în spectrul experimental, nu se pot considera mai multe dublete octaedrice, corespunzătoare vecinătăţilor diferite, ce rezultă din calculul probabilităţii de a avea diferiţi cationi vecini în jurul fierului din poziţia B. Întrucît factorul de corelare între parametrii cu aceeaşi semnificaţie devine foarte mare există posibilitatea eliminării de către calculator a subreţelor respective. Lărgimile calculate ale liniilor de absorbţie pentru $0{,}3 \leqslant x < 0{,}7$ sugerează, prin valorile lor crescute, existenţa mai multor interacţii nediferenţiate.

Pentru probele cu $x \geqslant 0{,}3$ potrivirea spectrelor a fost realizată cu doi dubleţi cuadrupolari. Atribuirea celor doi dubleţi oferă două posibilităţi :

a) Un dublet (exterior) să aparţină ionilor de Fe^{3+} plasaţi octaedric, celălalt (interior) corespunzînd Fe^{3+} plasat tetraedric. Această atribuire

ar corespunde şi cu descompunerea obţinută pentru $x \leqslant 0{,}2$, în care obţinem un ion Fe^{3+}(A) în interacţie monopolară. Prezenţa Fe^{3+} pe poziţiile tetraedrice a fost raportată pentru $CoFe_2O_4$, prin măsurători de difracţie de raze X [7].

Existenţa unei despicări cuadrupolare pe poziţiile *A*, ar corespunde unei asimetrii de sarcină indusă de cei 12 vecini cationi cei mai apropiaţi

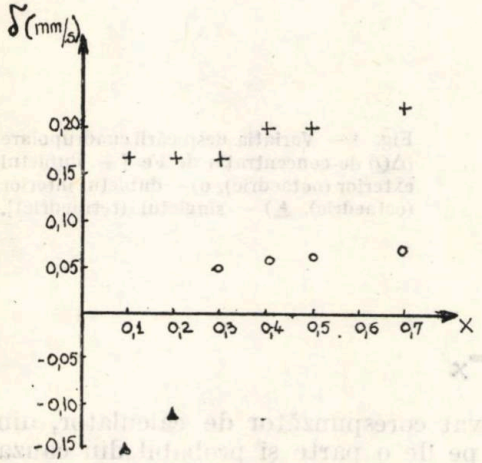


Fig. 2 — Variaţia deplasării izomere (δ) funcţie de concentraţia de Fe. [+ — dubletul exterior (octaedric), o — dubletul interior (octaedric), ▲ — singletul (tetraedric)].

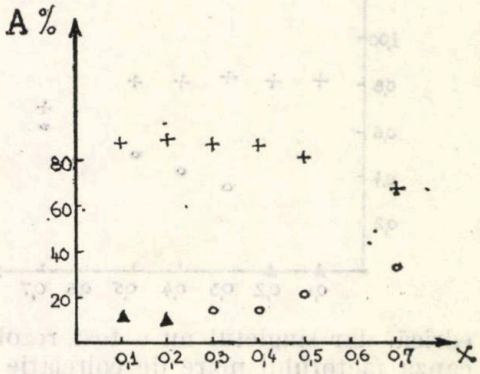


Fig. 3 — Dependenţa ariilor relative de concentraţia de Fe [+ — dubletul exterior (octaedric), o — dubletul interior (octaedric) ▲ — singletul (tetraedric)].

aflaţi pe poziţiile octaedrice şi care ar trebui să distorsioneze foarte puternic tetraedrul de oxigeni din jurul Fe^{3+} (A). Nu se poate ca această distorsiune să dea un gradient egal (ex : $x = 0{,}7$) cu cel dat de axa trigonală care generează asimetria de sarcină pe poziţiile octaedrice din spinelii cubici.

Existenţa unei distorsii de tip Jahn-Teller pe poziţii tetraedrice ar putea fi determinată de prezenţa masivă de ioni Co^{3+}, pe aceste poziţii, dar puţin probabilă în ideea lipsei ionilor Fe^{2+} în compuşii studiaţi aşa cum se observă din parametrii spectrelor Mössbauer. Măsurătorile de rezistivitate şi efect Seebeck efectuate pe aceleaşi probe [8] indică o foarte slabă concentraţie de ion Co^{3+}, mult inferioară celei ce ar permite apariţia unei astfel de distorsii.

b) Dubletul interior să aparţină tot Fe^{3+} octaedric, într-o poziţie neechivalentă. faţă de Fe^{3+} corespunzător dubletului exterior, în care Fe^{3+} (dublet interior) să posede cel puţin un cation vecin (în sfera a II-a de coordinaţie) care să nu fie Al^{3+}.

Această distribuţie este susţinută atît de variaţia ariilor şi a deplasării izomere, cît şi a despicării cuadrupolare funcţie de x (fig. 4).

Peste o anume concentraţie $x \geqslant 0{,}5$ valoarea gradientului cîmpului electric scade, în acord cu scăderea parametrului de oxigen [9].

La concentraţia $x = 0{,}7$ (măsurată la 300 K) valorile interacţiilor cuadrupolare pentru cei doi ioni Fe^{3+} neechivalenţi (cîţi au fost luaţi în calcul) s-au apropiat foarte mult arătînd o legătură între variaţia con-

centrației de fier și scăderea interacțiunii cuadrupolare pe poziții B, reflectată și în scăderea parametrului de oxigen.

În descompunerea spectrelor la calculator, s-a presupus și pentru probe cu $x \geqslant 0{,}3$ existența unei cantități de ioni de Fe^{3+}, în poziție tetra-

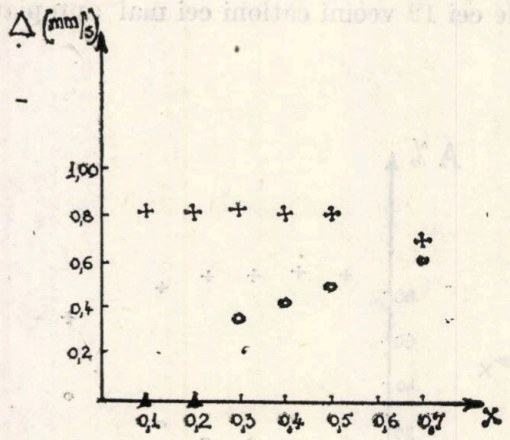


Fig. 4 — Variația despicării cuadrupolare (ΔQ) de concentrația de Fe [+ dubletul exterior (octaedric), o)— dubletul interior (octaedric), ▲) — singletul (tetraedric)].

edrică, dar singletul nu a fost rezolvat corespunzător de calculator, din cauza factorului mare de colrelație pe de o parte și probabil din cauza concentrației foarte mici pe de altă parte.

Corelînd parametrii spectrului Mőssbauer se poate trage concluzia că pătrunderea Fe^{3+} pe pozițiile tetraedrice este limitată și că odată cu creșterea concentrației de fier în compuși, el se localizează în poziții ectaedrice neechivalente din punct de vedere al cationilor vecini cei mai apropiați.

Determinările efectuate au arătat lipsa ionilor Fe^{2+} în sistemul studiat, modificarea mecanismului interacțiilor și a distribuției ionilor de fier, cu creșterea concentrației acestuia.

BIBLIOGRAFIE

1. *Furuhashi. V., Ynagaki, M., Naka, S.*, J. Inorg. Nucl. Chem., 35, 3009 (1973)
2. *Oudet. X*, Acta Phys. Pol., *A47*, 6, 789 (1975)
3. *Zawatzky. G. S., Van der Woude. F., Morrish. A. H.*, J. Appl. Phys. *39*, 1024 (1968)
4. *Yagnik, C. M., Mathur. H. B,*. J. Phys. C (Proc. Phys. Soc., *1*, 2, 469 (1968)
5. *Nicolau. P.*, Teză de doctorat, București (1972)
6. *Filoti. G.*, Teză de doctorat, București (1971)
7. *Satya Murthy. N. N. S., Madha Ra L., Begum. R. I., Natura M. G., Youssef. S. I.*, J. de Phys. Suppl., *32*, C1—318 (1971)
8. *Ghizdeanu. C., Constantin. C., Ribco. L., Nicolau. P.*, În curs de publicare (1978)
9. *Ghizdeanu. C., Poposcu, M.*, În curs de publicare (1978).

The Study of the CoAl Fe O System Using Mössbauer Spectroscopy

The $CoAl_{2-x}Fe_xO_4$ systeme, in the range $0.1 \leqslant x \leqslant 0.7$ have been investigated by Mössbauer effect. The results have shown a small penetration of the Fe^{3+} on the tetrahedral sites, at lower concentrations, as well as the presence of unequivalent sites of the Fe^{3+} in the octahedral coordination. This been evidencee by the quadrupole splitting and the isomer shift variations, as well as the relativd areas values, directly connected with the Fe^{3+} ions placed in different configurations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

ELECTRONICĂ

C. Z.: 621. 385

SISTEM DE APARATE CONECTATE LA CALCULATOR PRIN INTERFATA STANDARD.

SANDA MAICAN, GH, ȘTEFAN, C. BĂLEANU, B. COCORA, I. MAICAN, V. MAICAN, I. PÎRVULESCU *

Articolul prezintă un sistem de aparate interconectate prin interfață standard IEEE 488—1975: display alfanumeric și grafic, cititor optic de cartele, generator de impulsuri și generator de cuvinte, aparate realizate în Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice, în cadrul activității la proiectele de diplomă.

Blocul logic cunoscut cu denumirea de interfață îndeplinește funcția de adaptare a unui sistem (dispozitiv periferic) la cerințele unui transfer multiplu de informație, în cadrul unui ansamblu limitat de puncte de recepție, emisie și control.

Interfața folosită de colectivul nostru a fost utilizată pentru prima oară de către firma Hewlett — Packard apoi a fost standardizată de IEEE sub denumirea: IEEE 488/1975 - Digital Interface for Programmable Instrumentations. Standardul se referă la transferul de informație între cel mult 15 echipamente legate prin cabluri de interconectare de maxim 20 m. Viteză de transfer e dată de perifericul cel mai lent. Transferul se face asincron prin cuvinte de 8 biți. Simultan pot exista în sistem un controlor de Bus, un emițător și unul sau mai mulți receptori. Bus-ul conține 8 linii de mesaj controlate de 3 linii de dialog denumite DAV, NRFD, NDAC.

Există alte 5 linii care controlează activitatea Busului ATN, EOI, IFC, REN, SRQ. Comanda sistemului se realizează cu ajutorul controlorului. El deține liniile REN, IFC, ATN, DAV, EOI. Pentru transferul de date se folosește tehnica dialogului (Handshake) pe 3 linii: NRFD (not ready for data), NDAC (not data accepted), DAV (data valid). [1, 2, 3]

Sistemul realizat cuprinde:

1. Display alfa-numeric și grafic „CAT 76".

Manuscris predat redacției la data de 6 iunie 1977

* Asistent ing.; Asistent ing. Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice; Ing. I IRUC; Ing. IIRUC; Ing. I. Microelectronica; Ing. I. Microelectronica, Ing. I Electrotehnica.

Performanţele aparatului sînt :

— Afişarea pe ecran a 32 de linii cu cîte 32 de caractere alfanumerice şi vectoriale, alb pe negru şi negru pe alb.

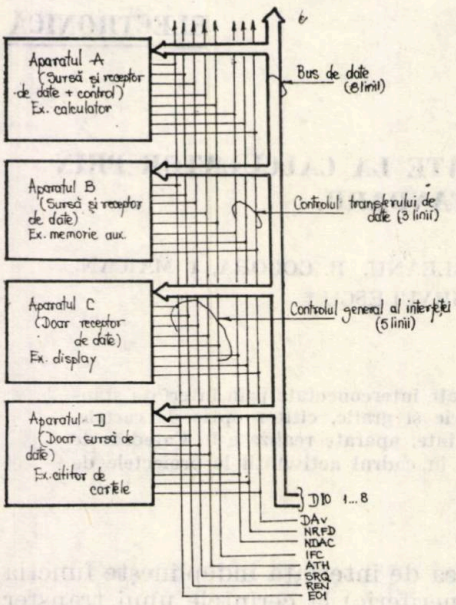


Fig. 1. — Schema generală a interfeţei standard IEEE 488/1975

Caracterele alfanumerice aparţin în varianta de bază codului ASCII de 6 biţi, şi se pot afişa pe verticală sau orizontală.

Sistemul se poate prelungi opţional la 128 de caractere (ASCII 7 biţi) prin schimbarea generatorului de caractere alfanumerice.

— Folosind o ideie originală sistemul poate trasa pe ecran curbe cu ajutorul generării unor caractere vectoriale.

— Depăşind atribuţiile unui sistem de afişaj simplu, sistemul răspunde la un set de instrucţiuni. Astfel, una din cele 1024 de locaţii pe ecran este în video invers, marcînd poziţia în care urmează să se scrie(cursor). 6 instrucţiuni mută acest cursor sus, jos, dreapta, stînga, colţ stînga sus, sau dînd adresa în binar, în oricare din cele 1024 poziţii pe ecran.

— Posibilitatea de a insera sau extrage un caracter din cadru unui rînd. Poziţia este marcată de cursor.

— Setul de instrucţiuni permite deasemenea deplasarea unui rînd sus sau jos precum şi ştergerea ecranului.

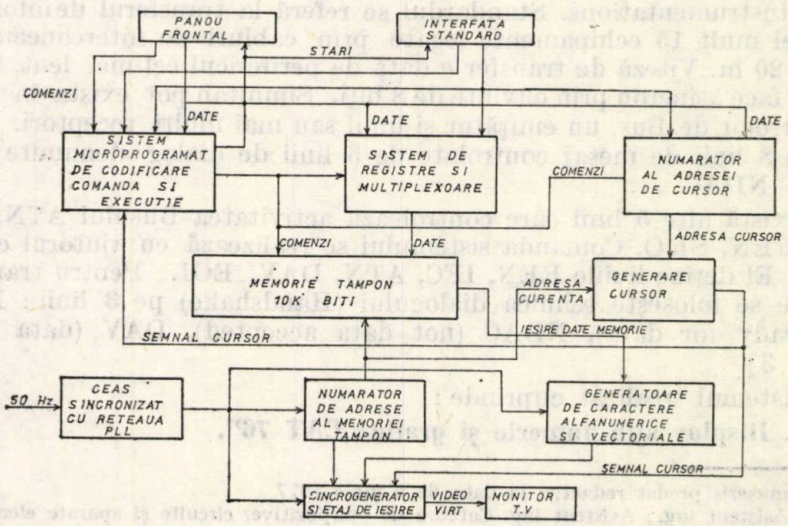


Fig. 2 — Schema bloc a display-ului alfanumeric şi grafic CAT 76

Realizarea se bazează pe utilizarea microprogramării şi a circuitelor MSI şi LSI, TTL şi MOS.

Aplicaţii

Cuplarea la un modem oferă aparatului rolul şi calităţile unui terminal de transmisii de date. În acelaşi timp CAP 76 a fost gîndit să fie parte componentă a unui sistem complex de testare, capabil să ofere facilităţile cele mai diverse.

Într-o primă fază displayul poate servi ca tester de nivele logice, putînd afişa pe ecran, cu ajutorul unui adaptor, nivelele numeric cu 0 şi 1.

Cuplat la un calculator puternic poate servi la analiza şi detecţia erorilor în cadrul unor scheme, datorită, posibilităţilor sale de afişare, fiind singurul periferic conversaţional grafic dintre toate echipamentele unui calculator.

2. Cititor de cartele perforate BC 76

Nevoia de date în configuraţii standard, folosite în sistemele de testare, la aparatele programabile, precum şi necesitatea unei surse de cuvinte de cod mai ieftină ca displayul a dus la proiectarea unui minicititor de cartele cît mai versatil.

Cititorul proiectat realizează citirea pe cale optică a informaţiei înmagazinate pe o cartelă. Timpul de citire pentru o perforaţie este de aproximativ 0,2 μs. Antrenarea mecanică se realizează cu ajutorul unui motor de curent continuu cu reductor de turaţie. Funcţionarea acestuia are loc numai în prezenţa cartelei. Citirea se face cu o pereche de senzori LED — fototranzistor. Accesul utilizatorilor la informaţia citită e posibil ca şi la aparatele descrise anterior prin interfaţa IEEE 488/1975.

Cuvintele de cod au lungime de 8 biţi sau opţional 16 biţi,

Problemele principale pe care le ridică realizarea părţii electrice sînt :

— Obţinerea unui sistem cu număr minim de elemente în ideea unui volum mic şi consum de putere redus.

— Asigurarea funcţionării din punct de vedere logic, a transferului de informaţie ce se realizează asincron între cartele şi interfaţă.

Faţă de sistemele uzuale care folosesc drept sursă de lumină lămpi cu filament, au fost preferate LED-urile care oferă o serie de avantaje.

Pentru economie de putere LED-urile sînt alimentate cu curent constant doar pe durata citirii cartelei.

Primele aplicaţii ale minicititorului au fost introducerea de configuraţii standard în display (capete de tabel, titluri, etc), încărcarea rapidă a memoriei generatorului de cuvinte RP 76, precum şi înscrierea în memoriile PROM a configuraţiilor necesare comenzii displayului. În acest caz cititorul era cuplat la un dispozitiv auxiliar ce furniza nivelele de tensiune necesare. Aplicaţiile cititorului sînt însă mult mai largi, incluzînd programarea oricărui mecanism automat cu memorie relativ mică şi transfer lent.

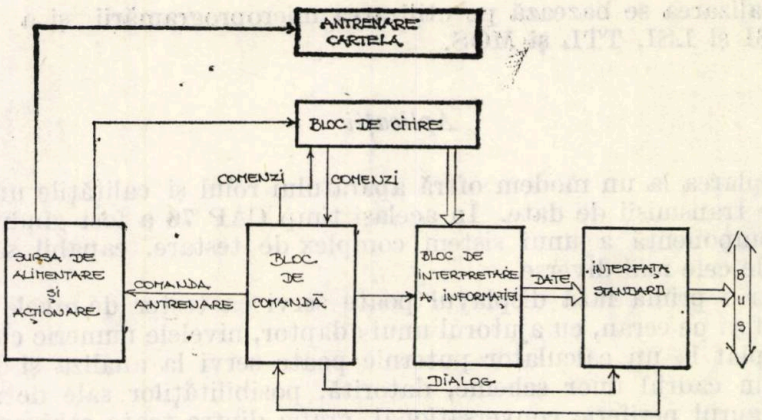


Fig. 3. — Schema bloc a cititorului optic de cartele BC 76

3. Generatorul de impulsuri MIV 75.

Generatorul de impulsuri MIV 75 a fost proiectat să constituie o sursă de semnal ale cărei principale calităţi să fie accesul independent, în game cît mai largi asupra parametrilor impulsurilor.

Blocul generator de impulsuri, la fel şi cel de generare a secvenţelor binare, a fost realizat în întregime cu circuite integrate din seria 74XX. Pentru celelalte 2 blocuri cerinţe de frecvenţă relativ ridicată (10MHz) ca şi de putere disipată au impus folosirea componentelor discrete.

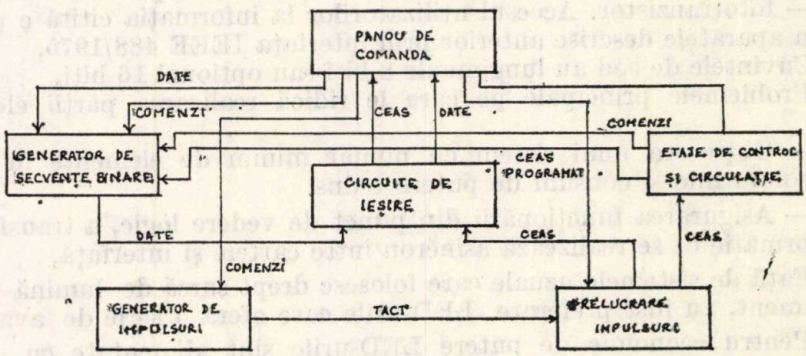


Fig- 4. — Schema bloc a generatorului de impulsuri MIV 75

— Generatorul de impulsuri se compune în principal din 3 monostabile. Primele două formează prin legarea lor într-o buclă de reacţie un astabil, avînd rolul de a varia fin şi brut perioada semnalului. Semnalul care atacă în continuare cel de al treilea monostabil, are calitatea de a varia durata.

— Generatorul de secvenţe binare. Este alcătuit din două registre de date în care se înscriu de pe panoul frontal cuvintele *A* şi *B*.

— Etajele de control şi circulaţie. În urma comenzilor pe care le primesc direcţionează traseul informaţiei în modalităţile indicate la paragraful performanţe.

— Etajul de prelucrare a impulsurilor. Se referă exclusiv la semnalele din generatorul de impulsuri, asupra cărora vom avea posibilitatea, în urma trecerii, prin acest etaj de a recontrola timpul de creştere şi descreştere, amplitudinea şi nivelul de curent continuu.

— Circuitele de ieşire. Au avut sarcina asigurării unei impedanţe de sursă de 50 ohmi în condiţiile în care aparatul trebuie să debiteze pe o sarcină standard de 50 ohmi.

Aplicaţii :

MIV 75 poate fi folosit în primul rînd datorită blocului său generator de impulsuri la verificarea performanţelor unor circuite sau montaje necesitînd excitarea de către impulsuri cu parametrii reglabili. Cele două secvenţe binare ale sale, prin modalităţile lor de circulaţie, declanşare şi control sînt ideale pentru simulări de montaje numerice de mărime mică şi medie. O menţiune suplimentară pentru facilitatea de a genera secvenţe pseudoaleatoare cu numeroase aplicaţii în transmisiile de date (codări ciclice).

Caracteristici

Pentru generatorul de impulsuri :

— Frecvenţa : 0,1 Hz—10 MHz. Reglabilă brut în opt trepte aflate în raportul 1/10 şi fin acoperitor pentru fiecare gamă.

— Durata 10 s — 100 ns. Reglabilă brut în opt trepte aflate în raportul 1/10 şi fin acoperitor pentru fiecare treaptă.

— Timp de front 100 ms — 10ns. Reglabil brut în patru trepte şi fin reglaj independent pentru cele două fronturi.

— Amplitudine OV—5V. Reglaj fin

— Nivel continuu — 5V — OV. Reglaj fin.

Pentru generatorul de secvenţe binare :

— Două cuvinte (secvenţe) de 16 biţi.

— Lungime variabilă 1 — 16 biţi.

— Modalităţi de circulare a informaţiei

paralel : 2 cuvinte de maximum 16 biţi

Normal

serie : un cuvînt de maximum 32 biţi.

Generarea de secvenţe pseudoaleatoare.

— Declanşarea. Continuă (la conectarea la reţea), un ciclu, de lungimea cuvintelor (declanşarea se face prin acţionarea comenzii „Start" manual sau automat).

— Comandă pentru iniţializarea circulaţiei datelor.

4. Generatorul de cuvinte RP 76

Generatorul de cuvinte RP 76 a fost proiectat pentru a livra paralel la ieşire cuvinte de cod de 8 biţi. Capacitatea sa maximă este de 32 de

astfel de cuvinte. Frecvenţa de repetiţie poate fi reglată brut şi fin între OHz — 10 MHz.

O secvenţă de lucru cu generatorul de cuvinte include o selecţie a modului de funcţionare, o selecţie a adreselor cuvintelor şi încărcarea configuraţiilor dorite.

Selectarea modului de funcţionare implică alegerea dintre : continuu-un ciclu, declanşat exterior-declanşat interior, normal-pseudoaleator, RZ—NRZ, formatul cuvintelor (lungimea lor)

Selectarea adreselor se face atunci cînd numai un cuvînt din cele 32 se modifică. Dacă se schimbă conţinutul tuturor, adresele se baleiază cu un numărător de adrese.

Pentru simplitatea manevării aparatul utilizează un singur rînd de comutatoare, urmînd ca cele 3 secvenţe descrise anterior să se poată selecta independent. Tot pentru uşurinţa manevării configuraţiile ce apar la ieşire şi adresele lor sînt marcate cu LED-uri (roşii respectiv verzi).

Blocul de ieşire realizează adaptarea sursei de semnal la transmisii pe linii lungi cu impedanţă caracteristică de 50 ohmi, pentru toţi cei 8 biţi şi ieşirea de sincronizare.

Sursa de tensiune, proiectată cu regulatoare integrate, pe lîngă alimentarea aparatului, oferă pe panoul frontal o ieşire independentă de cea din interior de 5V—2A protejată la scurt circuit.

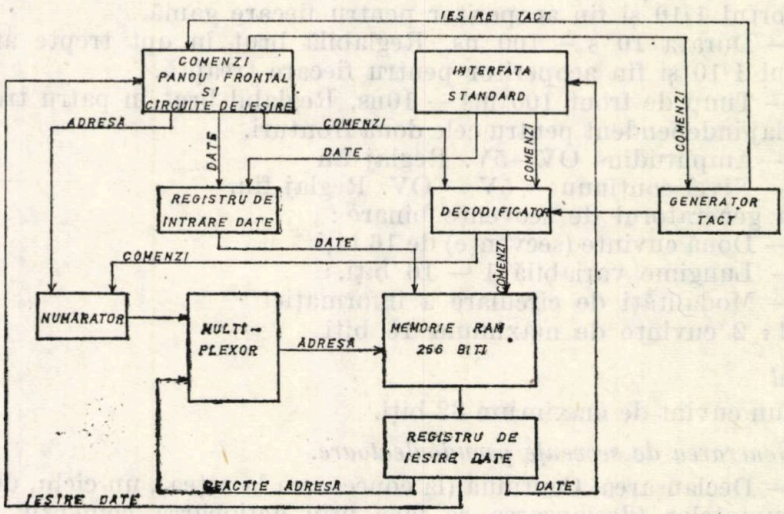


Fig. 5. — Schema bloc a generatorului de cuvinte RP 76

Aplicaţii

Este aparatul ideal pentru simularea şi testarea de circuite secvenţiale. Datorită indicatoarelor de pe panoul frontal se poate renunţa la display pentru afişarea stărilor logice, în cazul în care se utilizează o frecvenţă de lucru joasă.

Concluzii

Sistemul de aparate și periferice prezentat are următoarele caracteristici :

— este proiectat astfel încît să se respecte standardele internaționale

— aparatele sînt multifuncționale și au o concepție modulară și extensibilă.

— cuplarea la calculator permite experimente programate.

— metode de proiectare și realizare tehnologică moderne.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * IEEE 488—1975. Standard Interface Systems for Programmable Measuring Apparatus. Part 2 : Byte Serial-Byte Parallel Systems.
2. *Loughry D. C.* The Hewlett — Packard Interface Bus : Current Perspectives. În : Hewlett — Packard Journal, Ianuary 1975. Vol. 26. Nr. 5.
3. *Barton C.* A Desk — Top Graphic Computing System. In : Tekscope. Vol. 7. Nr. 5 — — 1975.
4. * * * Hewlett-Packard 1976 Electronic Instruments and Systems Catalog.

A System of Instruments

The paper presents a system of instruments, alphanumeric and graphic display, card reader, puls generator and word generator, connected at the standard interface IEEE 488—1975. They were realised with the support and in the laboratories for Electronic Devices Circuits and Apparatus.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.316.53

DINAMICA CONTACTORULUI LA DECONECTARE

CLAUDIA POPESCU, M. POPESCU *

Dinamica contactorului la deconectare este determinată de resoartele comprimate în poziția închis, a căror caracteristică are o alură specifică.
Calculul elementelor mișcării (cursă, viteză) s-a făcut pornind de la caracteristica forțelor rezistente, obținîndu-se relații ce se aplică succesiv, pe intervale.

Introducere

Contactoarele electromagnetice de joasă tensiune au o utilizare foarte largă și de aceea fac obiectul a numeroase studii.
Literatura de specialitate prezintă aspectele fundamentale constructive și funcționale, bazele teoretice și proiectarea diverselor elemente. [1], [2], [3].

Regimul dinamic la închidere este deasemenea prezentat în mai multe lucrări [1], [2] [4]. Asupra dinamicii contactorului la deconectare sînt mai puține informații. Date experimentale se prezintă în [3], [6].

În [2] se prezintă o formulă de calcul a resortului antagonist luîndu-se în considerare o forță medie F constantă pe durata cursei în contact :

$$F = \frac{1}{2}(F_{e\,\max} + F_{e\,\min}) \tag{1}$$

unde $F_{e\,\max}$, $F_{e\,\min}$ sînt valorile maximă și minimă din caracteristica forțelor antagoniste, corespunzătoare cursei în contact.

În [5] se propune pentru calculul vitezei medii formula :

$$V_{\text{med}} = \sqrt{\frac{2}{m}\int_0^{\delta} F ds} \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 22 septembrie 1978
* Ing., I. I. S. Electroaparataj București, asistent ing. Catedra de măsuri aparate electrice.

unde m este masa echipajului mobil iar $\int_0^{\delta} Fds$ lucrul mecanic statie corespunzător caracteristicii forţelor rezistente.

În cele ce urmează se prezintă o metodă mai exactă de calcul a caracteristicilor mişcării echipajului mobil la deconectare (cursa, viteza), pornind de la caracteristica forţelor rezistente. Ecuaţiile deduse sînt aplicate la cazul concret al unui contactor cu mişcare de translaţie. Se prezintă deasemeni verificarea experimentală a relaţiilor de calcul în situaţia unui contactor de 63A.

Dinamica contactorului la deconectare prezintă interes la corelarea caracteristicilor mecanice cu cele electrice în scopul optimizării procesului de stingere a arcului electric.

1. *Ecuaţia mişcării*

Mişcarea echipajului mobil la deconectare este determinată de energia înmagazinată în resoartele comprimate în poziţia închis a contactorului. Acestea sînt resoartele din contacte şi resoartele antagoniste, a căror forţe însumate conduc la o caracteristică specifică, denumită caracteristica forţelor rezistente [1]. Un exemplu este caracteristica din figura 1. Alura caracteristicii este determinată atît de resoartele din contactele principale şi auxiliare cît şi de tipul şi direcţia mişcării [2] [5]. În figură sînt marcate la întrefierul δ valorile forţelor :

F_c — forţa de presiune în contactele principale ;
F_r — forţa resoartelor antagoniste ;
G_a — greutatea armăturii (care nu apare dacă mişcarea se face pe orizontală) ;
F_{ca} — forţele din contactele auxiliare.

Atît în diagramă cît şi în dezvoltarea ulterioară se neglijează forţele de frecare.

Pentru calcul vom considera un sistem de masă m cu o mişcare de translaţie sub acţiunea forţei $F = F(x)$ a cărei caracteristică este liniară (sau liniarizată) pe porţiuni.

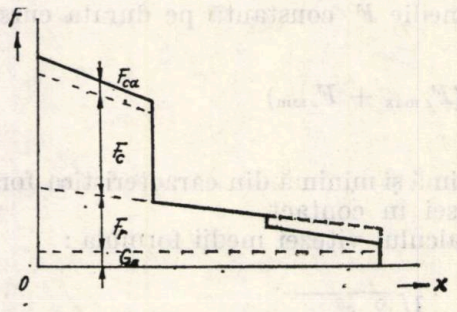


Fig. 1. — Elementele caracteristicii forţelor rezistente la contactor.

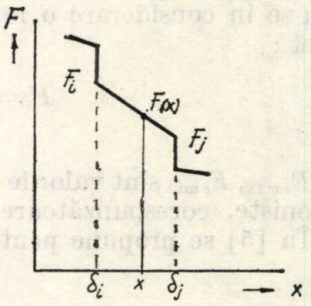


Fig. 2- — Diagrama forţelor relativă la intervalul $i - j$

În figura 2 s-a reprezentat intervalul δ_i, δ_j în care forţa variază liniar de la valoarea F_i la valoarea F_j. Forţa în punctul x din acest interval este :

$$F(x) = F_i - c_{ij}(x - \delta_i) \tag{3}$$

unde c_{ij} este o constantă elastică echivalentă :

$$c_{ij} = \frac{F_i - F_j}{\delta_j - \delta_i} \tag{4}$$

în intervalul δ_i, δ_j.

Ecuaţia generală a mişcării este :

$$m \frac{\mathrm{d}^2 x}{dt^2} = F(x) \tag{5}$$

Condiţiile iniţiale, la momentul $t = t_i$ sînt $x = \delta_i$ şi $v = v_i$. Rezolvarea ecuaţiei pe intervalul δ_i, δ_j este dată în anexa de calcul.

Caracteristicile cinematice în intervalul δ_i, δ_j sînt :

— cursa $x(t) = A_{ij} \sin (\omega_{ij} t - \varphi_{ij}) + x_{0i}$ (6)

— viteza $v(t) = A_{ij} \omega_{ij} \cos (\omega_{ij} t - \varphi_{ij})$ (7)

cu notaţiile :

$$A_{ij} = \sqrt{\frac{F_i^2}{c_{ij}^2} + \frac{m}{c_{ij}} v_i^2} \tag{8}$$

$$\omega_{ij} = \sqrt{\frac{c_{ij}}{m}} \text{ şi } x_{0i} = \frac{F_i}{c_{ij}} + \delta_i \tag{9}$$

$$\varphi_{ij} = \omega_{ij} t_i + \arcsin \frac{F_i}{A_{ij} c_{ij}} \tag{10}$$

Întrucît ecuaţia 3 este ecuaţia unui oscilator armonic parametrii A_{ij}, ω_{ij}, φ_{ij} au dimensiunile unei amplitudini, pulsaţii respectiv unui defazaj.

Pentru determinarea caracteristicilor cinematici pe întregul interval al cursei echipajului mobil $0, \delta$ se aplică ecuaţiile 6,7 pe fiecare interval de variaţie liniară a forţei, valorile finale dintr-un interval devenind condiţii iniţiale pentru următorul.

2. Aplicaţie la un contactor cu mişcare de translaţie

Caracteristica rezistentă ridicată experimental a unui contactor cu mişcare de translaţie este reprezentată în fig. 3. Se observă că ea poate fi considerată liniară pe 2 intervale :

— 0, δ_1 corespunzător cursei în contact ;

— δ_2, δ_3 corespunzător cursei libere.

În poziția închis, condițiile inițiale sînt :

$$t_0 = 0 \quad x_0 = 0 \quad v_0 = 0$$

Ecuațiile 6 și 7 aplicate pe primul interval $0, \delta_1$ conduc la :

$$x(t) = A_{01} \sin (\omega_{01} t - \varphi_{01}) + x_{00} \tag{11}$$

$$v(t) = A_{01}\omega_{01} \cos (\omega_{01} t - \varphi_{01}) \tag{12}$$

unde

$$A_{01} = \frac{F_0}{c_{01}} \qquad \varphi_{01} = \frac{\pi}{2} \qquad x_{00} = \frac{F_0}{c_{01}}$$

$$c_{01} = \frac{F_0 - F_1}{\delta_1} \qquad \omega_{01} = \sqrt{\frac{c_{01}}{m}}$$

Înlocuind în 11 și 12 se obțin :

$$x(t) = \frac{F_0}{c_{01}} (1 - \cos \omega_{01} t) \tag{13}$$

$$v(t) = \frac{F_0}{c_{01}} \omega_{01} \sin \omega_{01} t \tag{14}$$

Cu ajutorul expresiilor (13) (14) se poate calcula timpul de deplasare $0 \div \delta_1$ precum și viteza v_1 în momentul separării contactelor. Se obțin, după calcule simple :

$$t_1 = \frac{1}{\omega_{01}} \text{arc cos} \frac{F_1}{F_0} \tag{15}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{\delta_1}{m} (F_0 + F_1)} \tag{16}$$

Pentru intervalul δ_2, δ_3 corespunzător cursei libere, ecuațiile 6,7 devin : $(i = 2, \ j = 3)$

$$x(t) = A_{23} \sin (\omega_{23} t - \varphi_{23}) + x_{02} \tag{17}$$

$$x(t) = A_{23}\omega_{23} \cos (\omega_{23} t - \varphi_{23}) \tag{18}$$

cu notaţiile :

$$A_{23} = \sqrt{\frac{F_2^2}{c_{23}^2} + \frac{m}{c_{23}} v_2^2} \quad \omega_{23} = \sqrt{\frac{c_{23}}{m}} \quad x_{02} = \frac{F_2}{c_{23}} + \delta_2 \quad c_{23} = \frac{F_2 - F_3}{\delta_3 - \delta_2} \tag{19}$$

$$\varphi_{23} = \omega_{23} t_2 + \arcsin \frac{F_2}{A_{23} c_{23}}$$

Condiţiile iniţiale pentru acest interval sînt chiar valorile finale din intervalul anterior, adică :

$$t_1 = t_2 \qquad \delta_1 = \delta_2 \qquad v_1 = v_2$$

căci la limita a două intervale vecine, deşi forţa variază brusc, cursa şi viteza sînt funcţii continue.

Întrucît în intervalul δ_2, δ_3 condiţiile iniţiale sînt nenule, ecuaţiile (17) (18) nu se mai simplifică formal.

Observaţie

În unele situaţii $\omega_{01} t \ll 1$ şi atunci, prin dezvoltarea în serie şi neglijarea termenilor superiori, din formulele 13, 14 se obţin relaţiile aproximative :

$$x(t) = \frac{F_0}{2c_{01}} \omega_{01}^2 t^2 \tag{20}$$

$$v(t) = \frac{F_0}{c_{01}} \omega_{01}^2 t \tag{21}$$

care pot fi folosite în calcule estimative.

3. Verificări experimentale

Din caracteristica rezistentă, ridicată experimental, prezentată în figura 3 s-au extras valorile forţelor şi intervalelor şi s-au calculat elementele mişcării contactorului. Rezultatele sînt date în figura 4.

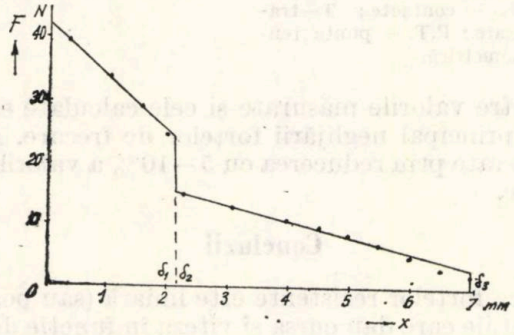


Fig. 3. — Caracteristica forţelor rezistente măsurată la un contactor cu mişcare de translaţie.

Pentru verificarea experimentală s-a folosit montajul prezentat în figura 5. Determinarea cursei s-a făcut cu un traductor de cursă inductiv T conectat la o punte tensometrică PT, înregistrarea fenomenului

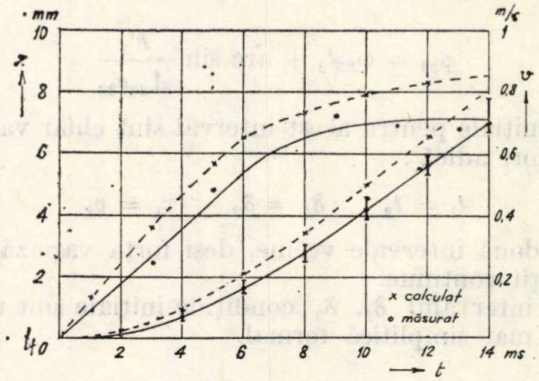


Fig. 4. — Diagramele cursei şi vitezei echipajului mobil.

făcîndu-se cu oscilograful cu buclă OB. O oscilogramă caracteristică este prezentată în figura 6.

S-au făcut o serie de 20 determinări, rezultatele fiind prezentate în figura 3 sub forma curbei medii şi intervalelor de variaţie. Viteza s-a determinat din oscilogramele cursei prin derivare grafică.

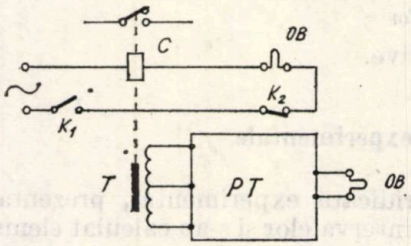


Fig. 5. — Schema instalaţiei de încercare. —C— contactorul ; OB — oscilograf cu bucle ; K_1, K_2 — contacte ; T—traductor de deplasare ; P.T. — punte tensometrică.

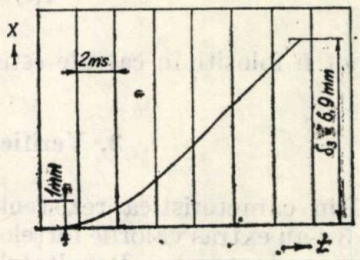


Fig. 6 — Oscilograma caracteristică a cursei echipajului mobil.

Diferenţa între valorile măsurate şi cele calculate este de maximum 15%, datorită în principal neglijării forţelor de frecare. Acestea ar putea fi eventual considerate prin reducerea cu 5—10% a valorilor din diagrama forţelor rezistente.

Concluzii

Caracteristica forţelor rezistente este liniară (sau poate fi liniarizată) pe porţiuni. Ecuaţiile care dau cursa şi viteza în funcţie de timp se aplică succesiv pe fiecare interval începînd de la poziţia închis şi observînd că valorile finale într-un interval sînt valori iniţiale în celălalt.

Verificarea experimentală arată concordanţa în limite acceptabile între valorile calculate şi cele măsurate.

Ecuaţiile cursei şi vitezei pot servi deasemenea la determinarea caracteristicilor dinamice încă în faza de proiectare cînd se cunosc diagrama forţelor rezistente şi masa echipajului mobil.

BIBLIOGRAFIE

1. *Hortopan G.*, Aparate electrice — teorie, proiectare, încercări — E.D.P. Buc. 1972 —
2. *Hortopan G., ş.a.*, Aparate electrice de joasă tensiune — E. T. Buc. 1969.
3. *Franken H.*, Schütze und Schutzensteuerungen — Springer Verlag — Berlin/Heidelberg/ New-York, 1967.
4. *Titz, G.*, Regimul dinamic al contactoarelor electromagnetice din reţelele de curent alternativ. Teză de doctorat. I. P. Buc., 1974.
5. *Tomoiaga, R.*, Goldimberg, *S.*, Contribuţii la proiectarea elementelor cinematice ale contactoarelor. Electrotehnica 12 (1964) pag. 104—117.
6. *Loh, O.* Kraft — Weg und Geschwindigkeitsmessungen an einem Schütz E. und M. (Wien) 77 (1960) pag. 149—154, 170—173.

La dynamique du contacteur au declanchement

La dynamique du contacteur au declanchement est déterminée par les ressorts comprimés dans la position fermé, dont la characteristique a une alure spécifique.

Le calcul des éléments du mouvement (deplacement, vitesse) etant fait en partant de la characteristiqze des forces resistents on a obtenu des relations qui s'appliquent succesivement dans des intervals.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C.Z.: 621.313.2.004

ANALIZA MIJLOACELOR DE CREȘTERE A EFICIENȚEI MAȘINILOR MAGNETOHIDRODINAMICE DE INDUCȚIE PRIN REDUCEREA EFECTULUI LONGITUDINAL DINAMIC.

VIRGILIU FIREȚEANU *

Lucrarea analizează mijloacele de reducere a efectului longitudinal dinamic în pompele electromagnetice de inducție în raport cu implicațiile asupra caracteristicilor energetice.

Se studiază influența numărului de poli, a vitezei și conductivității zonelor de margine ale indusului și eficiența utilizării unor înfășurări de compensare. Se demonstrează necesitatea optimizării înfășurărilor de compensare în raport cu performanțele.

Analiza teoretică se efectuează pe modele de calcul unidimensionale; rezultatele se verifică cu ajutorul unui model experimental.

Introducere

Discontinuitatea circuitului magnetic al mașinilor liniare cu indus omogen în direcția de deplasare a cîmpului progresiv determină o structură longitudinală a cîmpului electromagnetic caracteristică, definită ca efect longitudinal dinamic. Limitarea zonei cîmpului inductor în raport cu indusul determină apariția unor componente aperiodice ale mărimilor cîmpului electromagnetic a căror intensitate și constantă de atenuare depind de viteza v și conductivitatea σ ale indusului , pasul polar τ, numărul de poli $2p$ și frecvența f a sistemului de alimentare. După valorile parametrului $k = \mu_0 \sigma v^2/4\omega$, $\omega = 2\pi f$ se diferențiază [1] mașinile liniare de mică viteză, $k \gg 1$, în raport cu cele de mare viteză $k<1$, la care reducerea performanțelor datorită efectului longitudinal este mult mai pronunțată și repartiția longitudinală a cîmpului electromagnetic, ca urmare a reacției puternice a indusului la muchiile de intrare și ieșire mult mai neuniformă. Atenuarea efectului longitudinal se realizează fie, prin creșterea numărului de poli [2] astfel încît extinderea componentelor aperiodice să fie cît mai mică în raport cu lungimea mașinii, fie cu ajutorul unor mijloace de compensare. În general, se practică realizarea unor înfășurări de compensare [3, 4, 5] pentru uniformizarea cîmpului în întrefier sau modificarea configurației circuitului magnetic la cele două extremități [6, 7] pentru reducerea gradientului cîmpului inductor, respectiv a reacției indusului în aceste zone. Drept măsură a eficienței mijloacelor utilizate se consideră de obicei structura cîmpului sau forța dezvoltată asupra indusului în zona înfășurării principale. Aprecierea corectă și

Manuscris predat redacției la data de 25 mai 1978.

* Asistent ing. Catedra de mașini electrice.

completă a oportunităţii unei soluţii de compensare nu poate neglija fenomenele ce apar în zona înfăşurărilor suplimentare, pierderile, forţele precum şi mărirea curenţilor de compensare.

În lucrarea de faţă se analizează eficienţa în ansamblu a diverselor mijloace de atenuare a efectului longitudinal, cu aplicaţie la maşinile magnetohidrodinamice de inducţie. Întrucît conductivitatea indusului nu depăşeşte valoarea $\sigma = 7{,}5 \cdot 10^6/\Omega m$ iar viteza este limitată de pierderile de presiune în jurul valorii $v = 30$ m/s, pompele electromagnetice de inducţie sînt, în raport cu efectul longitudinal, maşini de mică sau medie viteză ($k < 6$). Vom considera pompe de mică viteză pentru $k \ll 1$ şi pompe de mare viteză pentru $k \geqslant 1$. Atenuarea efectului longitudinal la aceste maşini, reducerea caracterului neuniform al forţelor electromagnetice asigură reducerea turbulenţei la cele două extremităţi ale canalului şi implicit a pierderilor magnetohidrodinamice de presiune. Pompele de inducţie oferă şi o altă soluţie de control a efectului longitudinal prin modificarea rezistenţei indusului în zonele extreme cu ajutorul unor ecrane izolante în canal.

1. Influenţa vitezei, conductivităţii zonelor de margine şi numărului de poli asupra caracteristicilor energetice, în prezenţa efectului longitudinal

Se consideră modelul unidimensional de calcul din fig. 1 cu circuitul magnetic extins la infinit şi excitaţia de forma unei unde progresive, uniform repartizată în întrefier în zona 2 cu densitatea $J_{2m} = 2J_{sm}/\delta$ (J_{sm} — amplitudinea păturii de curent pe un inductor). Soluţiile potenţialului magnetic vector complex sînt de forma

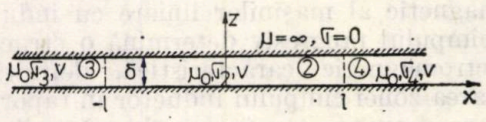


Fig. 1. Model de calcul.

$$A_2 = A_m e^{-j\alpha x} + B_2 e^{\beta_2 x} + C_2 e^{-\gamma_2 x},$$

$$A_3 = B_3 e^{\beta_3 x}, \tag{1}$$

$$A_4 = C_4 e^{-\gamma_4 x},$$

unde $A_m = \mu_0 J_{2m}/\alpha^2(1 + j\varepsilon_2)$, $\varepsilon_2 = s\,\omega\,\mu_0\sigma_2/\alpha^2$, $\beta_i = \lambda_i + \eta_i$, $\gamma_i = \lambda_i - \eta_i$, $\eta_i = \mu_0\,\sigma_i v/2$, $\lambda_i = \sqrt{\eta_i^2 + j\,\omega\,\mu_0\,\sigma_i}$, $i = 2, 3, 4$.

Condiţiile de conservare ale componentelor tangenţiale ale intensităţii cîmpurilor magnetic şi electric la $x = \pm l = \pm p\,\tau$ determină constantele

$$B_2 = \frac{(j\alpha + \beta_3)(\gamma_4 - \gamma_2)\,e^{-\gamma_2 l} + (j\alpha - \gamma_4)(\gamma_2 + \beta_3)\,e^{\gamma_2 l}}{(\beta_2 - \beta_3)(\gamma_4 - \gamma_2)e^{(\beta_2+\gamma_2)l} + (\gamma_2 + \beta_3)(\gamma_4 + \beta_2)\,e^{(\beta_2+\gamma_2)l}}\,(-1)^p A_m$$

$$C_2 = \frac{(j\alpha - \gamma_4)(\beta_2 - \beta_3)\,e^{-\beta_2 l} - (j\alpha + \beta_3)(\gamma_4 + \beta_2)\,e^{\beta_2 l}}{(\beta_2 - \beta_3)(\gamma_4 - \gamma_2)\,e^{-(\beta_2+\gamma_2)l} + (\gamma_2 + \beta_3)(\gamma_4 + \beta_2)\,e^{(\beta_2+\gamma_2)l}}\,(-1)^p A_m$$

$$B_3 = [(-1)^p A_m + B_2 e^{-\beta_2 l} + C_2 e^{\gamma_2 l}] / e^{-\beta_3 l} \quad (2)$$

$$C_4 = [(-1)^p A_m + B_2 e^{\beta_2 l} + C_2 e^{-\gamma_2 l}] / e^{-\gamma_4}$$

Inducţia şi densitatea curenţilor induşi sînt

$$B_{2,3,4} = \frac{d A_{2,3,4}}{dx}, \quad J_2 = -\frac{1}{\mu_0}\frac{d^2 A_2}{dx^2} - J_{2m} e^{-jx\alpha}, \quad J_{3,4} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{d^2 A_{3,4}}{dx^2}, \quad (3)$$

iar forţa şi pierderile Joule pe unitatea de lăţime a indusului se calculează cu relaţiile

$$F = \frac{\delta}{2} \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} B^* J \, dx \right\}, \qquad P_j = \frac{\delta}{2\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} JJ^* \, dx \quad (4)$$

Întrucît Real $\{\beta_2\} >$ Real $\{\gamma_2\} > 0$ termenul $C_2 e^{\gamma_2 x}$ va avea modulul maxim la muchia de intrare $x = -l$ şi se va atenua cu atît mai repede cu cît $|\gamma_2|$ este mai mare, iar $B_2 e^{\beta_2 x}$ va fi maxim în modul la muchia de ieşire $x = l$ şi se atenuează mai rapid decît $C_2 e^{-\gamma_2 x}$. Odată cu creşterea vitezei şi conductivităţii $|\beta_2|$ creşte iar $|\gamma_2|$ scade, atenuarea componentei $C_2 e^{-\gamma_2 x}$ va fi din ce în ce mai slabă şi va afecta o zonă din ce în ce mai mare din maşină, în timp ce componenta $B_2 e^{\beta_2 x}$ va fi sensibilă într-o zonă din ce în ce mai mică, către muchia de ieşire. Pentru $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4$ variaţia cîmpului în zona $x < -l$ va avea acelaşi caracter ca în zona activă către muchia de ieşire, iar atenuarea cîmpului la ieşire $x > l$, va avea caracterul componentei $C_2 e^{-\gamma_2 x}$.

Pentru $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_2$, $|C_2 e^{\gamma_2 l}| > |B_2 e^{\beta_2 l}|$ (2) indiferent de valoarea conductivităţii, $|B_2 e^{\beta_2 l}|$ scade cu creşterea conductivităţii şi vitezei (creşterea parametrului k) în timp ce $|C e^{\gamma_2 l}|$ creşte tinzînd către $-(-1)^p A_m$, adică efectul longitudinal tinde să anuleze cîmpul la muchia de intrare şi se manifestă pe o zonă din ce în ce mai mare.

Pentru $\sigma_3 = \sigma_4 = 0$ creşterea parametrului k determină scăderea mărimii $|B_2 e^{\beta_2 l}|$, care la limită este nulă, în timp ce $|C_2 e^{\gamma_2 l}|$ tinde către infinit. Prin urmare anularea conductivităţii zonelor extreme la maşinile de mare viteză sporeşte intensitatea componentelor aperiodice, determină variaţia rapidă a cîmpului la muchia de intrare şi creşterea pierderilor.

Verificarea experimentală a rezultatelor de mai sus s-a efectuat pe un model, fig. 2, obţinut pin îndepărtarea unei porţiuni din circuitul magnetic al unui motor asincron obişnuit, cu înfăşurare trifa-

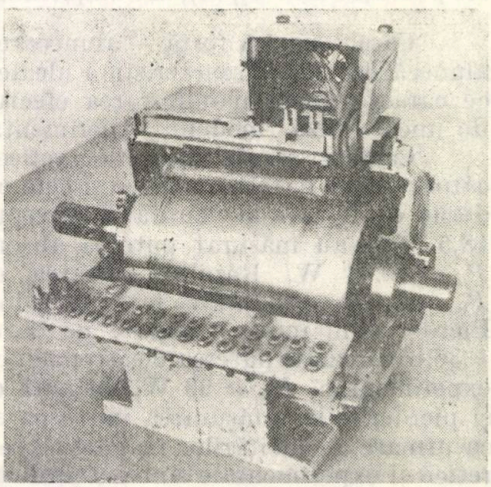


Fig. 2. Model experimental pentru studiul efectului longitudinal dinamic.

zată într-un strat cu $2p = 4$ cu 24 crestături, $\tau = 0{,}0485$ m şi bobine sondă pe fiecare dinte pentru măsurarea inducţiei. Rotorul modelului constă dintr-o cămaşă cilindrică de aluminiu de 5 mm grosime, aplicată pe un circuit magnetic. Mărimile echivalente modelului de calcul sînt $\delta = 5{,}8$ mm şi $\sigma = 23{,}85 \cdot 10^6\,(10^6)/\Omega$m.

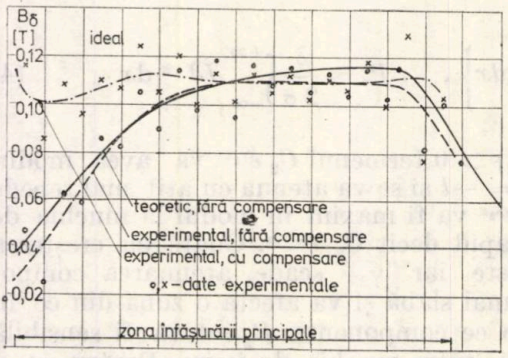


Fig. 3. Repartiţia longitudinală a inducţiei în modelul experimental.

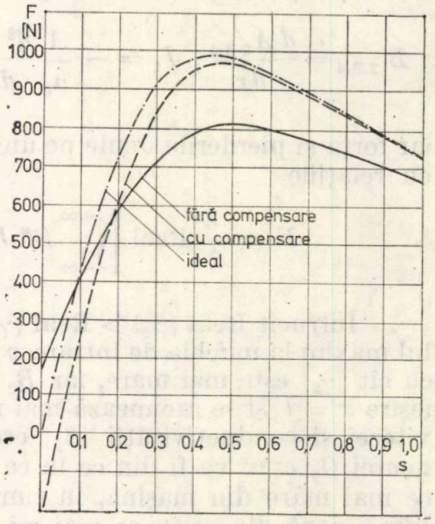


Fig. 4. Caracteristica mecanică a modelului experimental.

Variaţia longitudinală experimentală a inducţiei în întrefier, fig. 3, corespunzătoare păturii de curent $J_{sm} = 390$ A/cm, alunecării $s = 0{,}2$ şi frecvenţei $f = 50$ Hz este în bună concordanţă cu rezultatul teoretic. Componenta pur progresivă, corespunzătoare primului termen din expresia potenţialului A_2, (1), are amplitudinea $B_2 = \dfrac{\mu_0 J_{sm}}{\alpha\delta\sqrt{1+\varepsilon_2^2}} = 0{,}1185\text{T}\cdot$

Caracteristica forţă — alunecare, fig. 4, este superioară în domeniul alunecărilor mici caracteristicii ideale (maşină infinit lungă) [1], element ce caracterizează manifestarea efectului longitudinal la maşinile liniare de mică viteză (modelul experimental are $k = 0{,}455$).

Caracteristicile energetice reflectă de asemeni concordanţa satisfăcătoare între datele teoretice şi cele experimentale. S-au determinat pierderile de frecare şi ventilaţie corespunzătoare alunecării $s = 0{,}1$, $p_{f,v} = 18{,}5$ W, s-au măsurat puterea absorbită $P_a = 294$ W şi puterea utilă $P_u = 19{,}04$ W. Rezultă valoarea experimentală a puterii mecanice $P_{me} = P_u + p_{f,v} = 37{,}54$W, faţă de valoarea teoretică $P_{mt} = F \cdot v = 42{,}25$W. Pierderile în indus calculate pe baza rezultatelor teoretice fiind $P_j = 36{,}8$W, rezultă puterea electromagnetică $P_{et} = 79{,}05$ W faţă de valoarea experimentală $P_{ee} = 99$ W, obţinută ca diferenţă între puterea absorbită şi pierderile în înfăşurarea inductoare (pierderile în miez sînt neglijabile ca urmare a solicitărilor magnetice reduse). Diferenţele între valorile teoretice şi experimentale sînt determinate printre altele şi de neconsiderarea efectului transversal.

Pentru analiza cantitativă a influenţei efectului longitudinal şi a metodelor de reducere a acestuia asupra performanţelor se efectuează o aplicaţie numerică pentru $J_{sm} = 600$ A/cm, $\delta = 0{,}02$ m, $2p = 8$ şi $\sigma_2 = 5 \cdot 10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$ (conductivitatea aluminiului topit la 700°C). Influenţa variaţiei conductivităţii zonelor 3, 4, fig. 1, se obţine prin comparaţia aplicaţiilor cu $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_2$ şi $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_2/100$, care corespunde unor ecrane izolante în canal, respectiv $\sigma_3 = \sigma_1 = 5\,\sigma_2$, care corespunde unor elemente de şuntare, în zonele respective. Influenţa vitezei se studiază prin comparaţia aplicaţiilor cu $\tau = 0{,}05$ m, $f = 50$ Hz ($k_{s1} = 0{,}125$) şi $\tau = 0{,}15$ m, $f = 150$ Hz ($k_{s2} = 3{,}375$), k_s fiind valoarea parametrului k corespunzătoarea vitezei de sincronism $v_s = 2\,f\tau$.

Variaţia longitudinală a inducţiei pentru alunecarea $s = 0{,}1$, fig. 5, 6, diferă sensibil de la pompa de mică viteză (k_{s1}) la cea de mare viteză

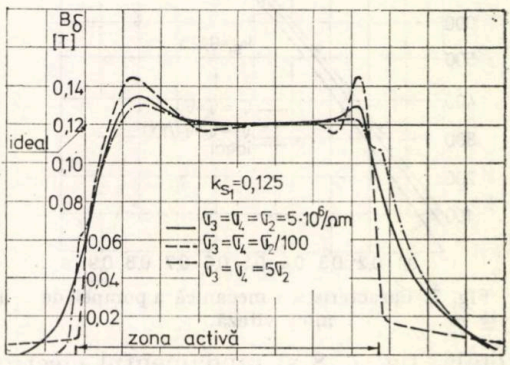


Fig. 5. Repartiţia longitudinală a inducţiei în pompa de mică viteză.

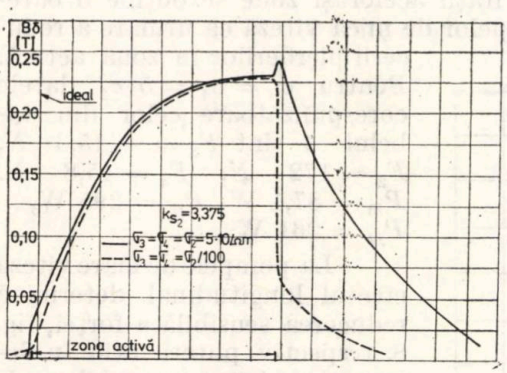


Fig. 6. Repartiţia longitudinală a inducţiei în pompa de mare viteză.

(k_{s2}) şi este puţin influenţată de valoarea conductivităţii zonelor extreme care modifică în principal gradientul variaţiei cîmpului în aceste zone. La aplicaţia de mare viteză reacţia puternică a indusului la muchia de intrare se resimte practic pe întreaga zonă activă.

Deşi prin reducerea conductivităţii zonelor extreme scade contribuţia acestora în forţa totală şi creşte contribuţia zonei active, tab. 1, întrucît creşte gradientul variaţiei densităţii curentului indus la cele două muchii, pierderile totale în indus cresc în mai mare măsură decît forţa

Tabelul 1

k_s	$\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_2$						$\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_2/100$					
	$F_3[N]$	$F_2[N]$	$F_4[N]$	$P_{j3}[W]$	$P_{j2}[W]$	$P_{j4}[W]$	$F_3[N]$	$F_2[N]$	$F_4[N]$	$P_{j3}[W]$	$P_{j2}[W]$	$P_{j4}[W]$
0,125	−8,21	198	24,6	86,4	459	259	−0,273	235	0,818	27,3	1160	81,9
3,375	−3,21	6990	244	132	49800	10000	−0,285	7520	21,3	50,1	58600	3750

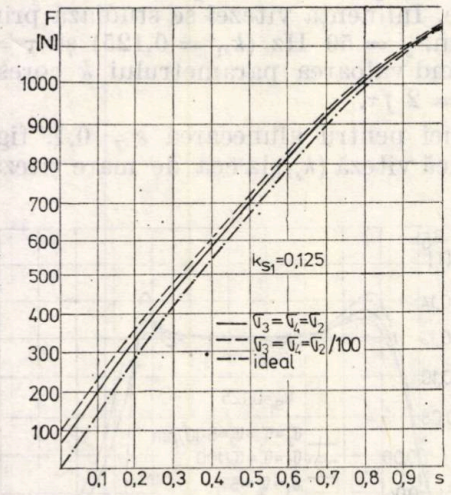


Fig. 7. Caracteristica mecanică a pompei de mică viteză.

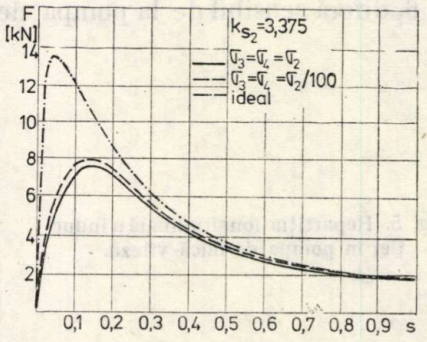


Fig. 8. Caracteristica mecanică a pompei de mare viteză.

totală, fig. 7, 8 şi randamentul electromagnetic $\eta_e = P_u/(P_u + P_j)$, fig. 9, scade. Prin creşterea conductivităţii aceloraşi zone se obţine o oarecare îmbunătăţire a eficienţei pompelor de mică viteză ca urmare a reducerii pierderilor în zona activă. Pentru $\sigma_3 = \sigma_4 = 5\ \sigma_2$ datele corespunzătoare celor din tabelul 1 sînt $F_3 = -15{,}3$ N, $F_2 = 172$ N, $F_4 = 45{,}8$ N. $P_{j3} = 87{,}1$ W, $P_{j2} = 295$ W, $P_{j4} = 261$ W.

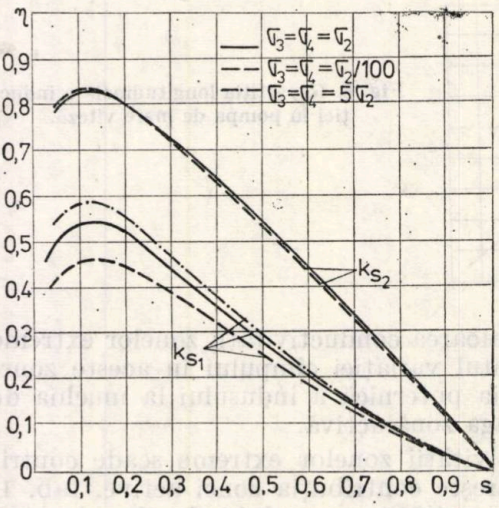


Fig. 9. Caracteristica randamentului electromagnetic.

La pompele de mare viteză efectul longitudinal determină reducerea sensibilă a forţei, fig. 8, respectiv puteri utile în domeniul de funcţionare (alunecărilor mici) faţă de cazul ideal. Pentru $s < 0{,}2$ pierderile în indus se reduc într-o măsură şi mai mare aşa încît randamentul electromagnetic este chiar superior celui ideal (tabelul 2). Aceasta este o caracteristică a manifestării efectului longitudinal la

maşinile de mare viteză şi cu număr suficient de mare de poli.

Creşterea numărului de poli determină o sporire sensibilă a randamentului conversiei, tabelul 2, în special la maşinile de mare viteză la care de asemeni creşterea forţei este mai mare. Deşi pentru $2p = 8$ lungimea maşinii este dublă faţă de $2p = 4$, ca urmare a reducerii efectului longitudinal, pierderile în indus sînt comparabile şi chiar mai mici la aplicaţia de mare viteză.

Tabelul 2

s	$k_s = 0{,}125$							$k_s = 3{,}375$						
	$2p = 4$			$2p = 8$				$2p = 4$			$2p = 8$			
	$F[N]$	$P_j[W]$	η_e	$F[N]$	$P_{j1}[W]$	$P_{j2}[W]$	η_e	$F[N]$	$P_j[W]$	η_e	$F[N]$	$P_j[W]$	$P_{j1}[W]$	η_e
0,1	140	781	0,447	214	805	71,8	0,544	1640	66500	0,5	7230	60000	55800	0,829
0,3	263	2040	0,311	475	2060	635	0,447	2660	65100	0,563	5620	66400	81400	0,728
0,5	370	4520	0,17	709	4530	1690	0,281	1790	68000	0,373	3670	68000	84500	0,55
0,7	459	7940	0,08	908	7950	3140	0,146	1320	68900	0,206	2680	68900	85400	0,344
0,9	529	12000	0,02	1070	12000	4850	0,031	1030	69500	0,062	2090	69500	85800	0,119

Prin urmare, întrucît densitatea curentului indus este mărimea cea mai afectată, repartiţia pierderilor în primul rînd şi a forţei asupra indusului sînt elementele de bază ale unei analize complete a influenţei energetice a efectului longitudinal.

2. Eficienţa înfăşurărilor de compensare a efectului longitudinal.

În literatură se consideră mai multe soluţii de compensare a efectului longitudinal cu ajutorul unor înfăşurări separate. În general elementele de compensare se calculează din condiţia de eliminare a componentelor aperiodice ale cîmpului din zona activă, $B_2 = C_2 = 0$, rel. 1. Modulele păturilor superficiale de curent de compensare [4] existente la $x = \pm l$, fig. 1, în absenţa indusului ($\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0$) sînt egale şi de $2\ \sigma/\pi\delta$ ori mai mari decît pătura de curent inductoare. În prezenţa indusului curentul de compensare la muchia de intrare creşte iar cel de la ieşire scade, diferenţa fiind cu atît mai mare cu cît k_s este mai mare şi alunecarea mai mică. În condiţiile aplicaţiilor de la § 1 pentru $s = 0{,}1$ pătura de curent de compensare la muchia de intrare este de 2,626 ori mai mare pentru pompa de joasă viteză şi de 40 ori pentru cea de mare viteză. Soluţia aceasta care presupune curenţi de compensare concentraţi devine imposibil de realizat tehnic pentru pompele de mare viteză.

În [3] şi [5] se propun înfăşurări trifazate repartizate, curenţii de compensare au valori mai reduse, însă nu se analizează eficienţa energetică a acestor înfăşurări.

Se va studia în continuare o soluţie mai simplă ca realizare şi funcţionare care constă în înfăşurări de compensare monofazate repartizate la cele două extremităţi. Modelul de calcul din fig. 1 se completează cu zona 5, de extindere $l_1 - l$, situată între 2 şi 3 şi zona 6, de extindere $l_2 - l$, între 2 şi 4, în care se consideră densităţile de curent de compen-

sare $J_{5,6m}=2\,J_{s5,6m}/\delta$; păturile de curent au forma $J_{s5,6}=\text{Real}\,\{J_{s5,6m}e^{j\omega t}\}$,. Potenţialul magnetic vector în aceste zone are forma

$$A_{5,6}=A_{5,6m}+B_{5,6}\,e^{\beta_{5,6}x}+C_{5,6}\,e^{\gamma_{5,6}x}, \tag{5}$$

unde $A_{5,6m}=J_{5,6m}/j\,\omega\,\sigma_{5,6}$; $\beta_{5,6}$, $\gamma_{5,6}$ sînt de forma (1).

2.1. Curenţii de compensare pentru cîmp pur progresiv în zona activă

În cazul $B_2=C_2=0$ (1) fenomenele la cele două muchii devin independente. Condiţiile de trecere la $x=-l_1$ şi $x=-l$ determină raportul dintre pătura de curent de compensare la intrare şi pătura inductoare

$$\frac{J_{s5m}}{J_{s2m}}=\frac{j\varepsilon_5}{s(1+j\varepsilon_2)}\cdot\frac{A_{5m}}{A_m}=$$

$$=\frac{(-1)^p j\varepsilon_5}{s(1+j\varepsilon_2)}\;\frac{(\beta_5-\beta_3)(\gamma_5-j\alpha)\,e^{-\beta_5 c_5}-(\beta_3+\gamma_5)(\beta_5+j\alpha)\,e^{\gamma_5 c_5}}{\gamma_5(\beta_5-\beta_3)\,e^{-\beta_5 c_5}-\beta_5(\beta_3+\gamma_5)\,e^{\gamma_5 c_5}+\beta_3(\beta_5+\gamma_5)} \tag{6}$$

şi constantele de integrare

$$B_5=(-1)^p\,\frac{\gamma_5(A_{5m}/A_m-1)+j\alpha}{-(\beta_5+\gamma_5)e^{-\beta_5 l_5}}\,A_m,\qquad C_5=(-1)^p\,\frac{\beta_5(A_{5m}/A_m-1)-j\alpha}{(\beta_5+\gamma_5)\,e^{\gamma_5 l}}\,A_m$$

$$B_3=-\frac{(-1)^p\,A_m}{\beta_3(\beta_5+\gamma_5)\,e^{-\beta_3 l_1}}\,[\beta_5\gamma_5\,(e^{-\beta_5 c_5}-e^{\gamma_5 c_5})\,(A_{5m}/A_m-1)+$$

$$+j\alpha\,(\beta_5 e^{-\beta_5 c_5}+\gamma_5\,e^{\gamma_5 c_5})],\;c_5=l_1-l$$

iar condiţiile la $x=l$ şi $x=l_2$ determină valoarea relativă a păturii de curent la ieşire,

$$\frac{J_{s6m}}{J_{s2m}}=\frac{j\,\varepsilon_6}{s(1+j\,\varepsilon_2)}\cdot\frac{A_{6m}}{A_m}=\frac{(-1)^p j\varepsilon_6}{s\,(1+j\varepsilon_2)}\cdot$$

$$\cdot\,\frac{(\beta_6+\gamma_4)(\gamma_6-j\alpha)+(\gamma_4-\gamma_6)(\beta_6+j\alpha)\;e^{-(\beta_6+\gamma_6)c_6}}{\gamma_6(\gamma_4+\beta_6)+\beta_6(\gamma_4-\gamma_6)\;e^{-(\beta_6+\gamma_6)c_6}-\gamma_4(\gamma_6+\beta_6)e^{-\beta_6 c_6}} \tag{7}$$

şi constantele de integrare

$$B_6=(-1)^p\,\frac{\gamma_6(A_{6m}/A_m-1)+j\alpha}{-(\beta_6+\gamma_6)e^{\beta_6 l}}\,A_m,\qquad C_6=(-1)^p\,\frac{\beta_6(A_{6m}/A_m-1)-j\alpha}{-(\beta_6+\gamma_6)\;e^{-\gamma_6 l}}A_m$$

$$C_4 = -\frac{(-1)^p A_m}{\gamma_4(\gamma_6+\beta_6)e^{-\gamma_4 l_2}}[\beta_6\gamma_6(e^{-\gamma_6 c_6}-e^{\gamma_6 c_6})(A_{6m}/A_m-1)-$$

$$-j\alpha(\gamma_6 e^{-\gamma_6 c_6}+\beta_6 e^{\beta_6 c_6})], \qquad c_6 = l_2 - l$$

Verificare experimentală

Curenţii de compensare (6), (7), corespunzători alunecării $s = 0{,}2$, prin cele două bobine pe primul şi ultimul dinte al modelului experimental, cu extinderea $c_5 = c_6 = 10$ mm, sînt $J_{s5m}/J_{s2m} = 4{,}5\ e^{j32{,}8°}$ şi $J_{s6m}/J_{s2m} = 1{,}01.\ e^{-j28{,}4°}$. Ei au fost obţinuţi cu ajutorul unui transformator rotativ cu primarul alimentat la sistemul de alimentare al înfăşurării principale pentru a putea controla faza. Cîmpul magnetic îşi uniformizează variaţia longitudinală în zona activă, fig. 3, însă creşte foarte mult în zona de compensare de la muchia de intrare. Creşterea forţei şi reducerea sensibilă a pierderilor în zona activă, tab. 3 ca efect al compensării se produc în acelaşi timp cu sporirea considerabilă a pierderilor în zona de intrare , aşa încît randamentul maşinii compensate este inferior celei necompensate.

Tabelul 3

	$F_3[N]$	$F_5[N]$	$F_2[N]$	$F_6[N]$	$F_4[N]$	$F[N]$	$P_{j3}[W]$	$P_{j5}[W]$	$P_{j2}[W]$	$P_{j6}[W]$	$P_{j4}W]$	$P_{j1}[W]$
Fără compensare	— 0,52	—	52,7	—	4,94	57,1	2,83	—	344	—	27	275,3
Cu compensare	—10,55	—6,28	70,2	3,35	3,41	60	58,3	312,6	68,1	39,9	26,4	505

Curenţii de compensare (6), (7) nu depind de lungimea zonei active sau numărul de poli. Compensarea zonei de intrare necesită curenţi din ce în ce mai mari odată cu creşterea vitezei; creşterea lui k implică scăderea $|\gamma_2|$, la limită $|\gamma_2| \to 0$ iar $|J_{s5m}/J_{s2m}| \to \infty$ pentru $\sigma_3 = \sigma_5 = \sigma_2$.

Variaţia modulului curenţilor în funcţie de extinderea zonelor de compensare în condiţiile aplicaţiilor de la § 1 , pentru alunecarea $s = 0{,}1$, este prezentată în tabelul 4.

Tabelul 4

$j_6 = |J_{s6m}/J_{s2m}|, \qquad j_5 = |J_{s5m}/J_{s2m}|$

$\frac{c_{5,6}}{\tau}$	$\sigma_3=\sigma_4=\sigma_5=\sigma_6=\sigma_2$				$\sigma_2=\sigma_4=\sigma_5=\sigma_6=\sigma_2/100$				$\sigma_3=\sigma_4=\sigma_5=\sigma_6=5\sigma_2$	
	$k_s = 0{,}125$		$k_s = 3{,}375$		$k = 0{,}125$		$k = 2{,}375$		$k_j = 0{,}125$	
	j_5	j_6	j_5	j_6	j_5	j_6	j_5	j_6	j_5	j_6
0,2	2,90	1,21	12,4	0,99	1,70	1,54	1,31	0,808	5,6	1,05
0,4	1,60	0,753	6,77	0,99	0,86	0,781	0,699	0,446	3,18	0,893
0,6	1,19	0,618	5,16	0,99	0,583	0,529	0,498	0,328	2,47	0,876
0,8	0,994	0,562	4,64	0,99	0,444	0,404	0,399	0,271	2,20	0,876
1,0	0,891	0,538	4,73	0,99	0,360	0,328	0,341	0,239	2,14	0,877

În raport cu mărimea curenţilor astfel de înfăşurări de compensare repartizate sînt realizabile din punct de vedere practic, cel puţin pentru pompele de mică şi medie viteză.

Calculul repartiţiei forţelor şi pierderilor pentru pompa de mică viteză, însă cu $2p = 4$ şi comparaţia valorilor compensat-necompensat au oferit următoarele concluzii:

— curenţii de compensare variază foarte puţin cu alunecarea iar pierderile în cele 4 zone extreme şi cele totale sînt minime pentru extinderea $c/\tau = 1$.

— cu toate că pierderile în indus în zona activă se reduc considerabil, pierderile în zonele de compensare sînt atît de mari încît pompa compensată are randament electromagnetic superior celei necompensate doar pentru alunecări $s > 0{,}6$.

— prin reducerea conductivităţii zonelor extreme, $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_2/100$, se reduc curenţii de compensare, forţele dezvoltate în aceste zone devin neglijabile în comparaţie cu forţa din zona activă însă pierderile corespunzătoare cresc foarte mult. Soluţia poate fi considerată numai în legătură cu uniformizarea caracterului curgerii întrucît elimină turbulenţa determinată de neuniformitatea longitudinală a forţei electromagnetice.

— pentru $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 5\sigma_2$ pierderile în zonele de compensare se menţin mai mari decît în cazul aceleiaşi conductivităţi, creşte însă sensibil forţa rezultantă prin contribuţia zonelor 5, 6, în special pentru alunecări mici (de aproximativ 2 ori pentru $s \leqslant 0{,}3$).

Prin urmare, utilizarea înfăşurărilor de compensare nu se justifică din punct de vedere al randamentului electromagnetic. Dacă însă în raport cu întreaga instalaţie de transport a metalului topit puterea dezvoltată în indus nu se consideră „pierderi în indus", atunci înfăşurările de compensare pot fi utile în sensul celor prezentate mai sus. Într-o instalaţie de transfer termic sau de transport a metalului topit energia dezvoltată prin efect Joule în indus reprezintă o transformare energie electrică — energie termică şi nu o pierdere din punct de vedere energetic.

Pentru aplicaţia de mare viteză cu $2p = 4$ se precizează următoarele:

— ca urmare a creşterii curentului de compensare la intrarea odată cu viteza, tabelul 4, soluţia este realizabilă practic numai în combinaţie cu reducerea conductivităţii zonelor de margine, dacă alunecarea $s < 0{,}2$. În domeniul alunecărilor mici curentul de compensare la intrare scade rapid cu creşterea alunecării. Maximul forţei şi minimul pierderilor corespund extinderii $c/\tau = 0{,}4$.

— pentru $s > 0{,}2$ compensarea asigură creşterea forţei totale, reducerea pierderilor, tabelul 5, şi creşterea randamentului electromagnetic; contribuţia zonelor extreme la forţa totală este neglijabilă.

— reducerea conductivităţii indusului în zonele de compensare are ca efect util diminuarea curenţilor de compensare, eficienţa energetică nu se modifică însă sensibil faţă de cazul $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6$.

Tabelul 5

s	necompensat		compensat $c/\tau = 0{,}4$								
	$F[N]$	$P_j[W]$	j_5	j_6	$F_3[N]$	$F_5[N]$	$F_2[N]$	$F\,[N]$	$F_4[N]$	$F[N]$	$P_j[W]$
0,2	2770	65900	3,71	0,986	−36,2	−81,9	4220	44,7	3,02	4150	106000
0,4	2140	67600	1,78	0,973	−11,6	−2,65	2320	4,77	2,38	2310	61200
0,6	1530	68500	1,27	0,943	−8,37	0,31	1580	0,98	2,93	1570	54300
0,8	1160	69200	1,2	0,888	−10,8	0,33	1190	0,26	4,78	1180	53200

2.2. Determinarea curenţilor de compensare pe baza maximului randamentului electromagnetic.

Prin crearea unui cîmp pur progresiv § 2.1., cu ajutorul înfăşurărilor de compensare, caracteristicile energetice, forţa, pierderile în indus, randamentul în zona activă sînt cele ideale (absenţa efectului longitudinal). Dacă însă aceste mărimi se apreciază în raport cu întreaga maşină aşa cum reiese din § 2.1. sînt puţine situaţiile în care toate mărimile de mai sus se modifică avantajos în raport cu maşina fără înfăşurări de compensare. Reducerea pierderilor în zona activă, este compensată de creşterea pierderilor în zonele de margine, iar forţa totală nu este întotdeauna superioară celei dezvoltate de maşina necompensată. Prin urmare, este posibil ca valorile curenţilor de compensare determinate la §2.1. să nu fie optime dinpunct de vedere energetic.

Tabelul 6

	$F[N]$	$P_j[W]$	P_u/P_j
0,4 $J_{s2m}\,e^{-j0°}$	−10,4	2052	−0,0178
0,4 $J_{s2m}\,e^{-j30°}$	68	1540	0,1547
0,4 $J_{s2m}\,e^{-j60°}$	114	1406	0,285
0,4 $J_{s2m}\,e^{-j90°}$	−11,7	2155	−0,019
0,8 $J_{s2m}\,e^{-j0°}$	154,6	1835	0,295
0,8 $J_{s2m}\,e^{-j30°}$	165	1422	0,406
0,8 $J_{s2m}\,e^{-j60°}$	190	1520	0,438
0,8 $J_{s2m}\,e^{-j90°}$	172	1630	0,369
1,2 $J_{s2m}\,e^{-j0°}$	83,4	1330	0,22
1,2 $J_{s2m}\,e^{-j30°}$	162,5	1411	0,402
1,2 $J_{s2m}\,e^{-j60°}$	195,7	1531	0,447
1,2 $J_{s2m}\,e^{-j90°}$	189,8	1792	0,371
1,6 $J_{s2m}\,e^{-j0°}$	97,3	1324	0,257
1,6 $J_{s2m}\,e^{-j30}$	144,8	1512	0,335
1,6 $J_{s2m}\,e^{-j60°}$	−2,9	1956	−0,005
1,6 $J_{s2m}\,e^{-j90°}$	199,5	2036	0,344

S-a reluat problema prezentată la începutul § 2 considerînd diverşi curenţi de compensare ca fază şi modul şi influenţa acestora asupra forţei şi pierderilor totale în indus. Rezultatele numerice pentru maşina de mică viteză la $c_5/\tau = c_6/\tau = 0{,}4$ şi $s = 0{,}3$ sînt prezentate în tabelul 6. Pentru comparaţie, aplicaţia fără compensare are $F = 132{,}5N$ şi $P_j = 1119{,}4W$ respectiv raportul $P_u/P_j = 0{,}414$ iar cea cu înfăşurări de compensare pentru cîmp pur progresiv are performanţe inferioare celei necompensate. La un curent de compensare $1{,}2\,J_{s2m}\,e^{-j60°}$ mai mic în modul decît cel de la § 2.1, tab. 4 , ($j_5 = 1{,}6$) se obţine un spor de aproximativ 50% asupra forţei şi 6% asupra randamentului. În scopul utilizării înfăşurărilor de compensare cu eficienţa maximă optimizarea acestora devine prin urmare necesară.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Yamamura*, Theory of Linear Induction Motors, University of Tokyo Press, 1972.
2. *Al. Fransua*, Tratat de maşini electrice, vol. III, Ed. Academiei, 1971.
3. *S. Yamamura H. Ito, Y. Ishikawa* IEEE Trans — PAS — 91, July/August 1972, p.
4. *A. I. Voldek*, Induc̦ionîe magnitoghidrodinamiceskie maşini s jidkometaliceskim rabocim telom, Energia, Leningrad, 1970.
5. *S. A. Nasar, I. Boldea N. Laguna*, Performance of Linear Induction Motors with Dual Windings, IEE-Congres, London 21—23.10. 1974.
6. *H. Mosebach, F. Huhns E. S. Pierson, D. Hermann*, IEEE Trans. — PAS —96, 4, 1977.
7. *O. Peşteanu*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Eléctrotechn. et Energ., 4, 1975, p.

L'analyse des moyens pour l'accroissement d'efficienee des machines magneto-hidrodynamique d'induction par la réduction de l'effet de borde longitudinal dynamique.

L'article analyse les moyens de la réduction de l'effet de borde lognitudinal dynamique dans les pompes électromagnétiques à induction par rapport avec les implications sur les caractéristiques energétiques.

On étude l'influence du nombre des pas polaires, de la vitesse et de la conductibilité des zones de borde de l'induit et l'efficience de l'utilisation des euroulements des compensation. On prouve la nécessité d'optimisation des enroulement des compensation par rapport avec les performances de la machine.

L'analyse théorique est effectué sur des modèles des calcul unidimensionales ; les résultats sont vérifiés à l'aide d'un modèle expérimental.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

AUTOMATICĂ

C. Z.: 62—55:518. 12

ASUPRA DERIVĂRII NUMERICE DIN PUNCT DE VEDERE AL APLICAȚIILOR PRACTICE

RALUCA BRĂILEANU, GR. BRĂILEANU*

Lucrarea se referă la problemele speciale care apar în cazul aplicațiilor practice a e metodelor numerice de derivare ale funcțiilor date prin valori discrete. Tratarea teoretică se bazează pe o iterpretare originală a problemei prin intermediul teoremei lui Shannon. Se stabilește o nouă procedură de derivare și se prezintă rezultatele numerice pe un exemplu edificator.

1. Motivație

Problema determinării unei funcții $f(t) \in L_2[0, T]$, dată numai prin valorile sale în p puncte echidistante pe $[0, T]$ este nedeterminată și deci cu atît mai mult problema derivării ei. Pe de altă parte însă, derivarea numerică se utilizează frecvent în practică, avînd, în general, rezultate pe deplin acceptabile. Explicația constă în faptul că în realitate se introduc, în mod indirect, o serie de ipoteze sau condiții suplimentare, rezultate din experiența existentă în domeniul din care rezultă problema, sau pe baza cunoașterii unor proprietăți ale $f(t)$, deduse teoretic, astfel încît *se acceptă aprioric unicitatea soluției.* Aceasta revine la a considera un subspațiu $Y[0, T]$ al spațiului funcțiilor ale căror derivate aparțin lui $L_2[0, T,$I, cu $Y[0, T]$ definit printr-un izomorfism cu spațiul R^p, și a pune problema derivării numerice sub forma unei probleme de aproximare a $f(t)$ în $Y[0, T]$, urmînd a efectua apoi derivarea analitic, în acest subspațiu.

De exemplu, în toate cazurile în care se aplică metoda polinoamelor de interpolare de grad $p - 1$, trecînd prin cele p puncte date, se acceptă în mod implicit ipoteza că, în limitele erorii admise, $f(t)$ poate fi reprezentat prin dezvoltarea sa în serie Taylor trunchiată, conținînd numai p termeni. Metoda se dovedește însă inaplicabilă nu numai în cazul unor discontinuități pe $[0, T]$ ale derivatelor de ordin superior, ci și în cazul în care dispunem de șirul de valori g_k, definite prin

$$g_k = f(t_k) + e_k, \quad k = 1, \ldots, n, \quad n \geqslant p, \tag{1.1}$$

* Lector, Catedra Matematicii II; Șef lucrări matematicii II
Manuscris predat redacției la data de 3 iulie 1978

unde e_k reprezintă abateri ale valorilor cunoscute față de valorile exacte, necunoscute ale $f(t)$. Astfel, după cum rezultă și din Anexă, chiar pentru $|e_k| < 10^{-3}$, polinomul de interpolare utilizat în exemplu poate conduce la abateri prohibitive între punctele de interpolare, în special în zonele extreme ale intervalului $[0, T]$, deși se poate verifica trecerea riguroasă a graficului polinomului prin punctele corespunzătoare valorilor g_k.

Continuînd să avem în vedere ipoteza unui izomorfism între R^P și $Y[0, T]$, să observăm că de cele mai multe ori se cere ca funcția $g(t) \in Y[0, T]$ — care reprezintă cea mai bună aproximație posibilă a $f(t)$, în sensul normei definită în cadrul izomorfismului izometric respectiv — să fie o bună aproximație a $f(t)$ și în sensul normei din $L_2[0, T]$; de exemplu, aceasta reprezintă o condiție necesară în cazul derivării numerice și, desigur, așa cum am afirmat mai sus, necesită o serie de informații suplimentare cu privire la caracteristicile funcției $f(t)$. Vom utiliza un rezultat obținut de Shannon (1948) sub forma următoarei teoreme [1] : Dacă spectrul Fourier $A(\omega)$ al unei funcții $f(t)$ definită pe $(-\infty, \infty)$, se anulează pentru pulsațiile ω mai mari în valoare absolută decît un $\omega_0 > 0$, atunci funcția $f(t)$ este complet caracterizată prin valorile sale în puncte echidistante, plasate pe axa reală la intervale egale cu

$$h_0 = \frac{\pi}{\omega_0}. \tag{1.2}$$

Această teoremă reprezintă o justificare teoretică a restrîngerii problemei derivării numerice la clasa funcțiilor $f(t) \in Y[0, T]$, chiar și în condițiile dificile ale includerii unor abateri e_k în șirul de valori g_k atribuite funcției $f(t)$, conform (1.1), și permite o prezentare unitară a metodelor de derivare numerică pentru cele mai frecvente cazuri, tratate în această lucrare.

Trebuie de asemenea specificat faptul că în absența unor informații foarte precise asupra formei funcției nu se poate justifica o anumită partiție pe întreg domeniul de definiție al $f(t)$, astfel încît de obicei se alege partiția uniformă, sau cel mult partiții uniforme pe porțiuni, și de aceea am considerat o partiție uniformă pe subintervalul $[0, T]$, cu

$$t_{k+1} - t_k = h, \quad k = 1, \ldots, n. \tag{1.3}$$

2. Parametrii principali ai problemei de derivare numerică.

Este cunoscut efectul alegerii intervalului h asupra erorii de calcul, fiind întotdeauna necesară realizarea unui comprimis între o valoare h_{MAX}, limitată superior din considerente de reducere a erorii de aproximare a $f(t)$, și o valoare h_{MIN}, limitată inferior de propagarea erorilor de rotunjire și de efectele abaterilor e_k asupra erorii de derivare. Acest din urmă caz poate fi exemplificat în mod sugestiv prin diagramele din fig. 1 și fig. 2, în care s-a considerat reprezentarea (1.1) a datelor, cu $|e_k| < e_{MAX}$ ($k = 1, \ldots, n$), iar h a fost redus pînă la valoarea h_a pentru care $f(t)$ se

poate reprezenta în $t \in [t_1, t_2]$, printr-o dreaptă; eroarea de derivare constă în diferenţele pantelor dreptelor corespunzătoare şi este evident efectul reducerii intervalului h în alterarea puternică a valorii derivatei, calculată printr-o formulă cu diferenţe finite.

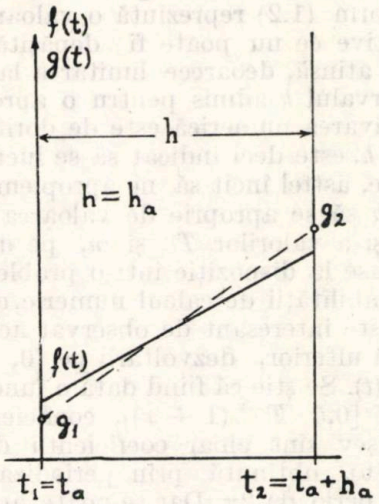


Fig. 1. Aproximarea derivatei funcţiei $f(t)$, alterată de erori de determinare

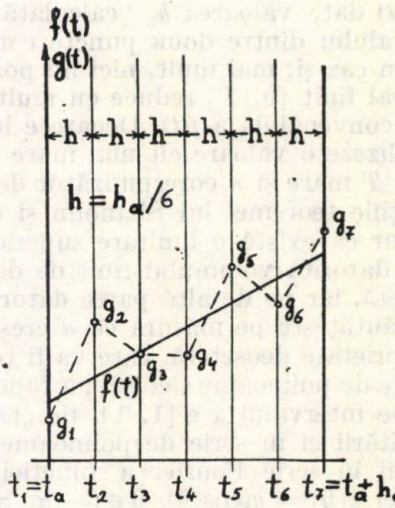


Fig. 2. Efectul reducerii intervalului h asupra erorii de aproximare a derivatei funcţiei $f(t)$, alterate de erori de determinare.

Utilizarea teoremei lui Shannon clarifică problema criteriilor de alegere a lui h şi conduce la introducerea lungimi T a intervalului de calcul şi a numărului de subintervale, drept parametrii principali ai problemei de derivare numerică, rezultînd desigur $h = T/n$. Acesta este modul cel mai convenabil de abordare a problemei, deşi o interpretare superficială a relaţiei (1.2) ar fi susţinut punctul de vedere larg răspîndit al căutării unui h optim, unic pentru un $f(t)$ dat. Întradevăr, în teorema lui Shannon, pulsaţia ω_0 reprezintă rezultatul unei duble idealizări, presupunînd pe de o parte o observare a funcţiei pe întreaga axă reală $(-\infty, \infty)$ şi pe de altă parte un spectru Fourier cu amplitudini riguros nule pentru componentele cu pulsaţii $\omega > \omega_0$. Punerea unor ipoteze reale şi anume observare pe un interval finit $[0, T]$ şi spectru conţinînd amplitudini neglijabile (însă nenule) pentru $\omega > \omega_0$ complică problema, în special datorită primei ipoteze. În acest caz este posibilă extensia funcţiei $f(t)$ prin periodizare cu perioada T, astfel încît spectrul Fourier al funcţiei rezultate să fie un spectru discret, corespunzător dezvoltării în serie Fourier pe $[0, T]$. Următoarea aserţiune este uşor de demonstrat: spectrul Fourier al extensiei prin periodizare a unei funcţii $f(t)$, derivabilă pe $(-\infty, \infty)$ de un număr nedefinit de ori, este mai larg decît spectrul Fourier continuu al $f(t)$, deoarece întotdeauna funcţia rezultată prin extensie este derivabilă de un număr finit de ori; cu alte cuvinte, extensia introduce întotdeauna discontinuităţi care

măresc considerabil valoarea ω_M a pulsației maxime din spectru, aleasă astfel încît amplitudinile componentelor de pulsații $\omega > \omega_M$ să fie neglijabile, în sensul unui criteriu dat. Se poate demonstra de asemenea că raportul $\omega_M/\omega_0 > 1$ crește odată cu micșorarea lui T.

Principala concluzie a celor de mai sus constă în faptul că pentru un $f(t)$ dat, valoarea h_0 calculată conform (1.2) reprezintă o valoare a intervalului dintre două puncte consecutive ce nu poate fi depășită în nici un caz și, mai mult, nici nu poate fi atinsă, deoarece limitarea la un interval finit $[0, T]$ reduce cu mult intervalul h admis pentru o aproximare convenabilă a $f(t)$. Deoarece în derivarea numerică este de dorit să se utilizeze o valoare cît mai mare a lui h, este deci indicat să se lucreze cu un T mare și n corespunzător de mare, astfel încît să ne apropiem de condițiile teoremei lui Shanonn și deci h să se aproprie de valoarea h_0. Desigur că există o limitare superioară și a valorilor T și n, pe de o parte datorită volumului finit de date puse la dispoziție într-o problemă concretă, iar pe de altă parte datorită stabilității de calcul numeric, care se înrăutățește pe măsură ce n crește. Este interesant de observat acum o proprietate deosebită, care va fi reluată ulterior, dezvoltării pe $[0, T]$, în serie de polinoame Cebîșev, a funcției $f(t)$. Se știe că fiind dată o funcție $q(x)$ pe intervalul $x \in [1, 1]$, fie $q(x) = f\ [0{,}5 \cdot T \cdot (1 + x))$, coeficienții dezvoltării ei în serie de polinoame Cebîșev sînt chiar coeficienții dezvoltării în serie Fourier a funcției $\Phi(\theta)$, obținută prin periodizarea funcției $\varphi(\theta) = g(\cos\theta)$, $\theta \in (-\pi, \pi)$, cu perioada 2π. Dar se poate arăta ușor că dacă $f(t)$ este indefinit derivabilă pe $(0, T)$, atunci $\Phi(\theta)$ este indefinit derivabilă peste tot pe $(-\infty, \infty)$; conform celor de mai sus este de așteptat ca spectrul Fourier al $\infty(\theta)$ să fie redus, intervalul h dintre două valori consecutive ale variabilei θ să fie mare, apropiat de intervalul optim h_0, iar numărul necesar al termenilor dezvoltării în serie — pentru o precizie dată — să fie mic, ceea ce era de altfel de așteptat, fiind cunoscută proprietatea de „economisire" a dezvoltării în serie de polinoame Cebișev.

Deși rezultatele de pînă acum par a avea numai o valoare teoretică, întrucît în practică nu este posibilă evaluarea analitică a pulsațiilor ω_0 și ω, chiar cînd se cunoaște $f(t)$, vom stabili pe baza lor o procedură sistematică de rezolvare practică a problemei derivării numerice, prezentînd pentru fiecare clasă de probleme metodica determinării valorilor optime ale parametrilor T și n. Vom distinge următoarele clase principale de probleme :

a) funcția $f(t)$ este indefinit derivabilă pe $[0, T]$, iar valorile sale în puncte date se pot calcula cu o precizie comparabilă cu precizia de calcul a calculatorului numeric (CN) respectiv;

b) funcția $f(t)$ poate fi determinată cu precizie ca și în cazul (a) însă este derivabilă numai de un număr limitat de ori pe $[0, T]$;

c) determinarea valorilor funcției $f(t)$ comportă erori, rezultînd valorile g_k conform relației (1.1).

Mai mult, o problemă dată se poate încadra — prin proprietăți cunoscute aprioric — în una dintre clasele de mai sus, sau — dimpotrivă — nu dispunem decît de un șir de date numerice și numai de ordinul de mărime al ω_0. În acest din urmă caz metodele prezentate mai jos se pot

combina — exprerienţa analistului avînd un rol deosebit de important — iar ordinul de mărime al ω_0 poate indica raportul existent între h_0 şi intervalul existent dintre două date numerice consecutive; este necesar ca raportul să fie cît mai mare pentru a putea folosi redondanţa datelor disponibile în vederea extragerii unor informaţii suplimentare despre $f(t)$, după cum va rezulta în continuare.

3. Limitele utilizării polinoamelor de interpolare în derivarea numerică

Clasele de probleme (*a*) şi (*b*) se pot aborda deosebit de eficient cu ajutorul metodei de interpolare a $f(t)$, însoţită de derivarea analitică a polinomului de interpolare rezultat. Utilizarea polinoamelor de interpolare o vom considera cunoscută, fiind prezentată detaliat în literatura de specialitate, de exemplu [2], [3] şi vom prezenta procedura de determinare a valorilor optime T şi n, unde de data aceasta n va fi gradul polinomului de interpolare; principalele rezultate numerice în cazul unor exemple de utilizare a acestei proceduri sînt date în Anexă.

În cazul (*a*) criteriul teoretic de alegere a valorii h a intervalului ar fi numai limitarea efectelor erorilor de rotunjire, depinzînd în principal de lungimea cuvintelor *CN* şi în măsură neglijabilă de funcţia $f(t)$. În cadrul contractelor de colaborare ştiinţifică între IPB şi IPA-Bucureşti [4], [5], s-a realizat subrutina NWTSTR de calcul a coeficienţilor polinoamelor de interpolare Newton pentru extremităţile intervalului $[0, T]$ de interpolare şi Stirling pentru zona centrală a $[0, T]$. În acest mod, deşi teoretic polinomul de interpolare este unic, metodele Newton şi Stirling de grupare a termenilor polinomului, utilizate în acest mod, reduc considerabil erorile de rotunjire.

Datorită însă faptului că aceste polinoame sînt folosite într-o problemă de derivare, aşa cum s-a mai amintit, alegerea unui h exagerat de redus poate mări considerabil efectul unor eventuale erori în determinarea valorilor $f(t)$ şi de aceea — bazat pe faptul că NWTSTR este o subrutină foarte rapidă — s-a introdus un program de reducere succesivă a parametrului n pentru un T relativ mare, testîndu-se de fiecare dată modul de convergenţă spre zero a coeficienţilor polinoamelor respective. În [2] se arată că polinoamele de interpolare pot fi interpretate ca o dezvoltare a funcţiei $f(t \pm x \cdot h)$ în serie Taylor în vecinătatea lui t iar derivatele funcţiei sînt calculate în punctul t prin dezvoltările lor în funcţie de diferenţele progresive, regresive sau centrale, conform formulei de interpolare utilizate ; tipic pentru polinoamele de interpolare este faptul că, în cazul în care $f(t)$ este un polinom de grad m, cunoscut prin n puncte, $n > m$, diferenţele de ordin p se anulează pentru orice $p > m$. Similar dacă $f(t)$ are o variaţie lină, adică dacă derivatele sale succesive descresc în valoare absolută, diferenţa de ordinul n va tinde către zero, pe măsură ce rangul n creşte. Pe baza acestor considerente s-a introdus următorul test : notînd cu Δ diferenţa j de ordin k a $f(t)$, definită prin relaţiile de recurenţă

$$\Delta_j^k = \Delta_{j+1}^{k-1} - \Delta_k^{k-1} \quad k = 2,\ldots,n, \quad j = J_k', J_k' + 1 \ldots, J_k'', \quad (3.1)$$

unde j corespunde diferitelor puncte în care se cunoaşte $f(t)$, J_k' şi J_k'' depind de metoda de interpolare aleasă, iar

$$\Delta_j^1 = f(t_{j+1}) - f(t_j), \tag{3.2}$$

se formează şirurile $\{r_k\}$ şi $\{s_k\}$, $k = 1, \ldots, m < n$:

$$r_k = \max_{j=[1,J_k]} |\Delta_j^k|, \quad s_k = \frac{1}{J_k'' - J_k'} \left(\sum_{j=J_k'}^{J_k''} (\Delta_j^k)^2 \right)^{\frac{1}{2}}; \tag{3}$$

a) dacă ultimii termeni ai ambelor şiruri tind către zero rezultă că ne aflăm în cazul (a) ; se micşorează apoi n şi se repetă testul, continuîndu-se în acest mod pînă ce condiţia impusă nu se mai îndeplineşte, ceea ce indică depăşirea valorii h admise pentru o bună aproximare a $f(t)$ pe $[0, T]$; este de asemenea, posibil să se utilizeze acest test, definit prin (3 3), şi pentru căutarea valorii optime a lui T, începînd cu o valoare moderată T_0, calculînd de fiecare dată valoarea optimă a lui n şi mărind progresiv valoarea lui T pînă cînd începe să intervină eroarea datorită instabilităţii numerice ;

b) dacă pentru o pereche (n_0, T_0), aleasă iniţial, testul (3.3) nu este îndeplinit, este posibil ca problema să se încadreze fie în (b) fie în (c) ; în [2] se prezintă o metodă de utilizare a tabelului diferenţelor centrale pentru controlul propagării erorilor în calculul coeficienţilor polinoamelor de interpolare, astfel încît de cele mai multe ori experienţa analistului poate permite ca în urma examinării tabelului diferenţelor centrale să se stabilească dacă divergenţa rezultată în şirurile (3.3) este datorată unor discontinuităţi în $[0, T]$, care să împidice dezvoltarea în serie Taylor a $f(t \pm x \cdot h)$ (cazul b), sau abaterilor în stabilirea valorilor g , atribuite lui $f(t)$, (cazul c).

Aproape fără excepţie însă, în practică, considerente auxiliare asupra modului de formare a $f(t)$ permit cunoaşterea apriorică a încadrării problemei în unul dintre cazurile (a) — (c). În cazul (b) se vor alege punctele cunoscute de discontinuitate ca extremităţi de interval ; dacă nu se cunosc poziţiile acestora se va micşora T, efectuîndu-se o regrupare a subinter. valelor în care testul (3.3) este îndeplinit şi izolîndu-se celelalte ; acestea din urmă se vor subîmpărţi la rîndul lor pînă cînd, în cele din urmă, se va obţine precizia dorită.

4. Efectuarea derivării numerice prin intermediul aproximării $f(t)$ în subspaţiul funcţional Y $[0, T]$

În cazul (c) este dat şirul $\{g_k\}$, de valori definite prin relaţia (1.1), şi fie şirul $\{e_k\}$, $k = 1, \ldots, n$, caracterizat prin valoare medie nulă şi avînd elementele mărginite superior în valoare absolută, $|e_k| \leqslant \varepsilon_0$, $k = 1, \ldots . n$. Datorită caracterului aleator al abaterilor e nu se mai poate pune nici o ipoteză cu privire la derivabilitate, iar metoda polinoamelor de interpolare devine inaplicabilă, cel puţin pentru zonele extreme ale intervalului $[0, T]$.

Reluînd consecinţele teoremei lui Shannon, prezentate în paragraful 2 al acestei lucrări, rezultă că cea mai bună strategie în cazul (c) constă

în utilizarea valorii maxim posibile a intervalului T, astfel încît funcției $f(t)$ să îi corespundă, teoretic, o extensie prin periodizare cu perioada T cu un număr cît mai mic posibil de termeni semnificativi ai dezvoltării în serie Fourier, și fie p acest număr; prin limitarea la p termeni rezultă aproximarea $f(t)$ a funcției $f(t)$ pe $[0, T]$, aparținînd subspațiului p — dimensional generat de un sistem complet de funcții trigonometrice.
Cu această motivație putem formula problema într-un mod mai general Fie $f(t)$ conținut în subspațiul funcțiilor ale căror primă derivată aparține spațiului L_2 $[0, T]$; conform unui corolar al teoremei Riesz-Fischer [6], orice sistem ortonormal complet de funcții, fie

$$\{r_j(t)\}, \quad t \in [0, T], \quad j = 1, 2, \ldots \tag{4.1}$$

induce un izomorfism între funcțiile $f(t) \in L_2$ $[0, T]$ pe de o parte și șirurile $\{x_k\}$ pentru care $\sum_{k=1}^{\infty} x_k^2$ converge, pe de altă parte. Dacă — așa cum este de așteptat — $f(t)$ este reprezentat într-o bună aproximație prin

$$\hat{f}_{p0}(t) = \sum_{i=1}^{p} x_j \cdot r_j(t), \tag{4.2}$$

astfel încît $\|f(t) - \hat{f}_{p0}(t)\| < \varepsilon(p_0)$, atunci încercarea de a calcula derivata funcției $f(t)$, în varianta teoretică a datelor disponibile în formă continuă, prin intermediul funcției $g(t) \in L_2$ $[0, T]$, definită

$$g_\varepsilon(t) = f(t) + e(t), \qquad e(t) \in L_2[0, T], \tag{4.3}$$

este cu atît mai eficientă (în condițiile abaterii $e(t)$ de valoare medie nulă și mărginită în modul) cu cît funcția $e_1(t)$ are un efect mai redus în descompunerea

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t), \quad e_1(t) \in Y[0, T], \quad e_2(t) \in Y^{\perp}[0, T], \tag{4.4}$$

unde $Y[0, T]$ este subspațiul generat de p_0 funcții liniar independente $r_j(t)$, $j = 1, \ldots, p_0$.

Într-adevăr, dacă vom considera funcții $r_j(t)$ avînd prima derivată în $L_2[0, T]$, din (4.2) rezultă $f(t) \in Y[0, T]$, astfel încît, conform teoremei proiecției [6] în spațiul Hilbert $L_2[0, T]$, $f(t)$ este proiecția ortogonală a $g(t)$ pe $Y[0, T]$ și deci, notînd cu $\|\cdot\|$ norma în $L_2[0, T]$:

$$\varepsilon(p_0) = \|g(t) - \hat{f}_{p0}t\| = \min_{\hat{f} \in Y[0,T]} \|g(t) - \hat{f}\| \tag{4.5}$$

Rămînînd încă în cadrul prezentării teoretice a abordării cazului (c) rezultă că metodica optimă posibilă în condițiile cantității reduse de informație disponibile cu privire la $e(t)$ și la $f(t)$ (se cunoaște semnificația lui p_0 însă nu și valoare sa) constă în următoarele: se alege o valoare inițială $p_1 = 1$, căreia îi va corespunde un Y $[0, T]$ — subspațiul generat de sistemul complet $\{r_j(t)\}$, $j = 1, \ldots, p_1$, se calculează $\varepsilon(p_1)$ conform relației de definiție (4,5); se reia calculul pentru valori crescătoare ale p

rezultînd şirul descrescător $\{\varepsilon(p_k)\}$ şi se urmăreşte momentul începînd cu care mărirea lui p_k încetează să mai aducă o scădere sensibilă a erorii $\varepsilon(p_k)$; valoarea obţinută pentru p_k va fi foarte apropiată sau chiar va coincide cu p_0.

În cazul real al cunoaşterii şirului de valori discrete $\{q_k\}$, definit în (1.1), metoda de mai sus se păstrează însă, de data aceasta, minimizarea corespunzătoare relaţiei (4.5) se va efectua pentru o normă definită în spaţiul R^n al coeficienţilor x_j asociaţi sistemului (4.1) conform teoremei Riesz-Fisher, iar n reprezintă numărul de valori g_k cunoscute ($n \geqslant p_0$).

Deoarece metoda aceasta de aproximare se aplică aici problemei derivării numerice, rezultă că este de dorit ca rezultatele variantei discrete a aplicării relaţiilor (4.1) — (4.5) să conducă la o valoare cît mai redusă a $\varepsilon(p_0)$, calculat conform (4.5) pentru norma în $L_2[0, T]$, ceea ce este deosebit de dificil de controlat, neavînd decît valori discrete g , $k = 1, \ldots, n$ şi evident, cu excepţia cazului (a) minimizarea normei în R^{p0} sau chiar în R nu conduce la valori suficient de reduse ale normei în $L_2([0, T$. De exemplu, în cazul prezentat în Anexă, norma în R , pentru $n = 41$, este neglijabilă în toate cele trei cazuri (a) — (c) însă se observă că pentru zona de început a intervalului considerat norma în are valori prohibitive pentru cazurile (b) şi (c), întrucît abaterile calculate depăşesc în anumite puncte 10^7.

Acest inconvenient poate fi compensat în mare măsură alegînd o valoare redusă a intervalului h, păstrînd h constant şi mărind T. Într-adevăr, conform rezultatelor aplicării teoremei lui Shannon deşi p_0 creşte (din cauza lărgirii intervalului pe care urmează a fi aproximată funcţia $f(t)$) raportul n/p_0 creşte, apropiind considerabil valorile $\varepsilon(p_0)$ corespunzătoare variantelor discretă şi continuă de prezentare a datelor; în plus, se poate arăta că mărirea raportului n/p_0 reduce efectul valorilor $e_1(t)$ definite prin discretizarea relaţiilor (4.4).

Întreaga problemă — în cazul (c) — se reduce deci la o problemă, de minimizare în sensul unei norme definită în spaţiul R^n al coeficienţilor x_j, rezultînd diferite metode posibile, în funcţie de norma aleasă; de exemplu : metoda liniară a celor mai mici patrate pentru $\|\mathbf{e}\|_2 = (\sum_{j=1}^{n} e_j^2)^{\frac{1}{2}}$ unde $\mathbf{e} \in R^n$ este vectorul $[e_1, \ldots, e]$, sau o problemă de programare liniară pentru $\|\mathbf{e}\|_1 = \sum_{j=1}^{n} |ej|$. Spre deosebire de cazurile (a) şi (b) unde se urmărea mărirea intervalului h, aici se păstrează constantă valoarea h minimă ce se poate obţine şi se rezolvă problema prin formarea şirului $\varepsilon(p)$—la fel ca în procedura prezentată în cazul continuu (teoretic)—pentru valori crescătoare ale lui T, pînă ce se observă apariţia instabilităţii numerice.

În [4] şi [5] s-a utilizat un sistem de programe care pe baza testului (3.3) selecţionează cazul (a), tipăreşte tabelul diferenţelor centrale cînd problema nu se încadrează în (a) şi este prevăzut cu opţiuni pentru variantele (b), discutate mai sus şi pentru cazul (c); opţiunea pentru (c) rezolvă problema determinării lui p_0 printr-o variantă a metodei celor mai mici

pătrate, bazată pe serii de polinoame Cebîşev şi permite repetarea calculului pentru un număr dat de valori impuse ale intervalului de aproximare T, lăsînd la latitudinea analistului alegerea variantei optime.

ANEXA

Efectele utilizării metodei interpolării în cazurile *(a) — (c)*

În exemplul de mai jos s-a utilizat subrutina NWTSTR în calculul polinoamelor de interpolare pentru funcţiile :

$$f_a(t) = f(t), \quad f_b(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0,16] \\ f(t-17), & t > 16, \end{cases}$$

cunoscute în punctele date de valorile întregi ale lui t, $t > 0$, cu $T = 40$; pentru cazul c) s-au tabelat valorile g_k cu ajutorul unei subrutine de generare a numerelor aleatoare, cu $|e_k| < 10^{-3}$;

$$f(t) = e^{-0,014t} \cdot \sin \frac{3\pi}{70} t + 1,3 \cdot \sin \frac{1,2 \cdot \pi}{35} t$$

Coeficienţii polinomului Newton

Cazul (a)	Cazul (b)	Cazul (c)
0-272122D+00	0.0	0.271924D+00
−0.766290D−02	0.0	−0.823382D−02
−0.371336D−02	0.0	−0.172398D−02
0.242796D−03	0.0	−0.345108D−02
0.468547D−04	0.0	0.518401D−02
−0.566141D−05	0.0	−0.648649D−02
−0.491857D−06	0.0	0.926671D−02
0.113550D−06	0.0	−0.171333D−01
0.271668D−08	0.0	0.372321D−01
−0.203333D−08	0.0	−0.856260D−01
0.534167D−10	0.0	0.205322D+00
0.326461D−10	0.0	−0.511902D+00
−0.279085D−11	0.0	0.128376D+01
0.592026D−13	0.0	−0.310145D+01
−0.101687D−11	0.0	0.699537D+01
0.228328D−11	0.0	−0-144543D+02
−0.441452D−11	0.272122D+00	0.269433D+02
0.728098D−11	−0.436161D+01	−0.442547D+02
−0.856369D−11	0.371275D+02	0.605960D+02
0.157874D−12	−0.223034D+02	−0.569924D+02
0.392320D−10	0.106049D+04	−0.111788D+02
−0.157596D−09	−0.424561D+04	0.230822D+03
0.452439D−09	0.148706D+05	−0.745566D+03
−0.110734D−08	−0.467661D+05	0.174793D+04
0.244865D−08	0.134527D+06	−0.339829D+04
−0.503218D−08	−0.358912D+06	0.555186D+04
0.977360D−08	0.897661D+06	−0.702166D+04
−0.181353D−07	−0.212254D+07	0.375358D+04
0.323529D−07	0.477730D+07	0-155366D+05
−0.555666D−07	−0.102926D+08	−0.796571D+05
0.913596D−07	0.213261D+08	0.259085D+06
−0.141277D−06	−0.426623D+08	−0.722247D+06
0.196709D−06	0.826759D+08	0.186543D+07
−0.216809D−06	−0.155655D+09	−0.460852D+07
0.744182D−07	0.285419D+09	0.110568D+08
0.566786D−06	−0.510831D+09	−0.259542D+08
−0.251585D−05	0.894084D+09	0.598089D+08

Polinomul de interpolare Newton $N(t)$ s-a format pentru calculul valorilor funcției aproximante pentru $t \in [0,10]$ iar polinomul Stirling $S(t)$ pentru $t \in (10,30]$; în continuare s-a utilizat de asemenea polinomul Stirling, recalculîndu-se tabloul diferențelor centrale pentru intervalul $t \in [21,60]$, funcția aproximată utilizîndu-se pentru calculul pe $t \in [31, 50]$, ș.a.m.d.; coeficienții $a_1 - a_{40}$ din formula

$$N(t) = f(0) + a_1 \frac{t}{1!} + a_2 \frac{t \cdot (t-1)}{2!} + \ldots + a_n \frac{t \cdot (t-1) \ldots (t-(n-1))}{n!} + \ldots$$

scrisă pentru primul interval [0,41] sînt trecuți în tabelul de mai sus.
Din studiul erorilor de interpolare în punctele date t în coloana (a) a tabelului de mai jos rezultă că $N(t)$ și $S(t)$ trec riguros prin punctele de interpolare în cazurile (*a*) și (*b*), avînd abateri foarte mari la extremitatea stîngă a intervalului [0,41], între punctele de interpolare,

Abaterile valorilor polinomului

	Cazul (a)	Cazul (b)	Cazul (c)
0.0	0.0	0.0	−0.15793D−02
0.1	−0.12539D−06	−0.17511D+08	−0.19937D+07
0.2	0.15964D−06	−0.22352D+08	−0.25407D+07
0.3	0.14899D−06	−0.20915D+08	−0.23734D+07
0.4	0.12015D−06	−0.16911D+08	−0.19158D+07
0.5	0.87579D−07	−0.12360D+08	−0.13978D+07
0.6	0.58300D−07	−0.82503D+07	−0.93148D+07
0.7	0.35021D−07	−0.49696D+07	−0.56011D+06
0.8	0.18116D−07	−0.25778D+07	−0.29003D+06
0.9	0.68330D−08	−0.97505D+06	−0.10950D+06
1.0	0.0	0.0	−0.13820D−02
1.1	−0.35917D−08	0.51548D+06	0.57685D+05
1.2	−0.50014D−08	0.71991D+06	0.80414D+05
1.3	−0.50697D−08	0.73192D+06	0.81604D+05
1.4	−0.44143D−08	0.63921D+06	0.71135D+05
1.5	−0.34564D−08	0.50205D+06	0.55764D+05
1.6	−0.24607D−08	0.35852D+06	0.39746D+05
1.7	−0.15746D−08	0.23014D+06	0.25464D+05
1.8	−0.86471D−09	0.12678D+06	0.14000D+05
1.9	−0.34517D−09	0.50774D+05	0.55956D+04
2.0	0.0	−0.35077D−09	−0.61375D−03
2.1	0.20159D−09	−0.29849D+05	−0.32463D+04

Aproximare Stirling pe segmentul central

16.8	0.22204D−15	0.74439D−02	−0.63800D−03
16.9	0.66613D−15	0.35489D−02	−0.69925D−03
17.0	0.31127D−16	−0.23592D−14	−0.73442D−03
17.1	0.11102D−14	−0.29583D−02	−0.75240D−03
17.2	0.87518D−15	−0.51691D−02	−0.76305D−03
17.3	0.88731D−15	−0.65600D−02	−0.77605D−03
17.4	0.13322D−14	−0.71353D−02	−0.79984D−03
17.5	0.85911D−15	−0.69644D−02	−0.84076D−03
17.6	0.78717D−15	−0.61675D−02	−0.90239D−03
17.7	0.13295D−14	−0.48995D−02	−0.98514D−00
17.8	0.88817D−15	−0.33336D−02	−0.10862D−02

pentru cazul (*b*); în cazul (*c* interpolarea se efectuează de asemenea corect în punctele $t = 0, 1, 2, \ldots$ însă în coloana erorilor intervin, în aceste puncte, valorile abaterilor e_k generate de subrutina de numere aleatoare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Oliver R. M., Pierce J. R., Svhnnon C. E.*, Proc. IRE 36 nr. 11 nov. 1948 p. 1324—.
2. *Salcadori M. G., Baron M. L.* Metode numerice în tehnică. Ed. Tehnică 1972.
3. *Dorn, W. S., McCracken, D. D.*, Metode numerice cu programe în FORTRAN IV Ed. Tehnică 1976.
4. *Brăileanu R., Brăileanu Gr.*, Proiectarea regulatorului adaptiv al variantului de turație V — IPA, nr. 325/31 iulie 1975.
5. *Brăileanu R., Brăileanu Gr.*, Alegerea structurilor și parametrilor regulatorului adaptiv de turație pentru acționarea în gamă largă. Contract IPB — IPA nr. 386/28 sept. 1976.
6. *Goffman C., Pedrick G.*, First Course in Functional Analysis, Prentice Hallj Englewood Cliffs, N. J., 1965.

On the Numerical Differentiation, form the Point of View of the Applications.

The papper deals with particular problems, which arrise when implementing numerical methods for computing the derivatives of some sampled functions. The theoretical approach is based on an original interpretation of the problem via Shannon's theorem. A new differentiation procedure is derived and numerical results are given on an illustrative example.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C. Z.: 62—55

ASUPRA SINTEZEI SISTEMELOR DE REGLARE SUPUSE LA PERTURBAȚII

IOANA MIHU*

În lucrare se prezintă o metodologie unitară de proiectare a regulatoarelor robuste pentru procese caracterizate de o dinamică de ordin ridicat. Regulatorul asigură pentru procese cu o singură intrare și o singură ieșire atît rejecția perturbației cît și stabilizarea sistemului.

1. Considerații preliminare

Problematica abordată în prezenta lucrare se referă la sinteza robustă a regulatoarelor proceselor (cu o intrare și o ieșire) supuse la perturbații ce acționează atît asupra stării cît și ieșirii procesului. În consecință modelul complet care descrie dinamica procesului sub acțiunea comenzii și perturbației este :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + b\,u + b_1 w \\ y &= c^T x + d\,w \end{aligned} \tag{1}$$

unde $x \in \mathcal{R}^n$, $w, u, y \in \mathcal{R}$, fiind respectiv starea, comanda, perturbația și ieșirea.

Vom presupune că perturbațiile aparțin clasei funcțiilor de tip treaptă (de amplitudine necunoscută), adică sînt descrise de

$$\dot{\omega} = 0 \tag{2}$$

cu condiția inițială $\omega(0)$ arbitrară și necunoscută, presupunîndu-se totodată că ω nu se poate măsura (se exclude deci apriori reglajul cu compundare). Considerînd mărimea de referință pentru reglarea procesului $y_r = \text{ct.}$, adică descrisă funcțional de

$$\dot{y}_r = 0 \tag{3}$$

Manuscris predat redacției la data de 3 iulie 1978
* Asistent ing. Catedra automatică II

cu $y_r(0)$ cunoscut şi reprezentînd referinţa dorită, problema care se va aborda în lucrarea de faţă constă din metodologia de proiectare a unui regulator robust care să asigure totodată stabilitatea întregului sistem de reglare. Mai exact, regulatorul trebuie astfel conceput încît

I) $\lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = y_r(t) - y(t) = 0$, oricare ar fi $\omega(0)$

II) Sistemul rezultant (regulator plus proces) să fie stabil.

2. Structura regulatorului

Regulatorul se va compune din două subsisteme cu funcţii corespunzînd rejectării perturbaţiei pe de o parte, şi de stabilizare pe de altă parte. Cu alte cuvinte componentele regulatorului vor fi :

a) modelul intern al referinţei şi perturbaţiei, adică

$$\dot{\xi} = \varepsilon \tag{4}$$

unde $\xi \in R$ şi este starea modelului intern

b) legea de reacţie stabilizatoare

$$w = f_0\,\xi + f^T\hat{x} \tag{5}$$

unde $\hat{x}$ este o estimaţie (asimptotică) a lui x

Cumulînd sistemul (1) cu (4) rezultă

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c^T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} b_1 \\ -d \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \tag{6}$$

$$\varepsilon = [\,-c^T\ 0\,]\begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} - d\omega + y_r\,. \tag{7}$$

Cu reprezentările (6) şi (7) problema sintezei revine la găsirea lui f_0 şi f^T astfel încît sistemul global (5) şi (7) să fie intern stabil, iar condiţia (I) să fie satisfăcută.

Pentru aceasta expunem :

3. Principalele rezultate teoretice

Este evident că o condiţie operantă rezidă în controlabilitatea perechii

$$\pi = \left[\begin{pmatrix} A & 0 \\ -c^T & 0 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}\right]$$

avînd în acest sens

Teorema 1.

Dacă perechea (A, b) este complet controlabilă iar

$$\text{rang} \begin{bmatrix} A & b \\ -c^T & 0 \end{bmatrix} = n + 1 \tag{8}$$

atunci perechea π este complet controlabilă.

Demonstrație. Vom aplica criteriului Hautus perechii π rezultînd matricea

$$\pi(s) = \begin{bmatrix} sI - A & 0 & b \\ c^T & s & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

pentru care trebuie să arătăm că
rang $\pi(s) = n + 1$, oricare ar fi s complex.

Într-adevăr se constată din (8) că rang $\pi(0) = n + 1$ și direct din (9) că pentru $s \neq 0$ rang $\pi(s) =$ rang $[sI - A \mid b] + 1 = n + 1$, prin aplicarea criteriului lui Hautus perechii (A, b) presupusă complet controlabilă. Așadar rang $\pi(s) = n + 1$, oricare ar fi s.

Există în consecință f^T și f^T astfel încît legea de reacție

$$u = [f^T f_0] \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} \tag{10}$$

stabilizează perechea π. Aplicînd atunci (10) lui (6) și (7) rezultă sistemul global

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + b f^T & b f_0 \\ -c^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ -d \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \tag{11}$$

$$\xi = [-c^T \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + y - d\omega \tag{12}$$

Avem atunci,

Teorema 2.

Pentru sistemul (11) și (12) $\lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) = 0$, oricare ar fi y_r și w furnizați respectiv de (3) și (2).

Demonstrație :

Din (11) și (12) avem, aplicînd transformata Laplace

$$sI - (A + b\ f^T)\, x(s) - b f_0\, \xi(s) = b_1 \omega(s) \tag{13}$$

$$c^T x(s) + s\, \xi(s) = -d\omega(s) + y_r(s) \tag{14}$$

unde rădăcinile determinantului

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} sI - (A + b f^T) & -b f_0 \\ c^T & s \end{vmatrix} \tag{14}$$

sînt plasate după dorință în C^- de către legea (10).

Explicitînd $\xi(s)$ din (14) și înlocuindu-l în (13) se poate calcula $X(s)$ ca fiind

$$X(s) = (s^2 I - (A + bf^T)\, s + bf_0\, c^T]\, [(sb_1 - bf_0)\, \omega + bf_0\, y_r] \tag{15}$$

unde rădăcinile numitorului lui $X(s)$ din (15) se găsesc sigur (după eventuale simplificări) printre rădăcinile lui $\Delta(s)$ dat de (14), adică în C^-.

Atunci rezultă din (12)

$$\varepsilon(s) = y_r - c^T\, [s^2 I - (A + b f^T)\, s + b f_0\, c^T]^{-1}\, [(s b_1 - b f_0 d)\, \omega +$$

$$+ b f_0\, y_r] - d\omega = sc^T\, [s^2 I - (A + bf^T)\, s + bf_0\, c^T)\,]^{-1} ([sI -$$

$$+ (A + bf^T)\, (c^T)^D\, (y_r(s) - d\omega(s)] - b_1\, \omega(s)) \tag{16}$$

Înlocuind în (16) $y_r(s)$ și $\omega(s)$ cu transformatele lor, adică $\frac{y_r(0)}{s}$ și $\frac{\omega(0)}{s}$ se vede imediat că polii în origine se simplifică, adică $s\varepsilon(s)$ este olomorf în semiplanul drept, iar $\lim\limits_{t\to\infty} s\,\varepsilon(s) = 0$ rezultînd în consecință din teorema valorii finale că $\lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = 0$

Observație.

Implementînd legea (10) cu ajutorul unui estimator de stare

$$\dot{\hat{x}} = Ax + 1(c^T x - y) + bu \tag{17}$$

adică de fapt legea ((5) deoarece estimatorul este stabil, teorema 2 continuă să fie valabilă și în cazul legii de reacție (5).

4. Sinteza propriu zisă

Pe baza considerațiilor de mai sus rezultă că regulatorul este furnizat de sistemul

$$\dot{\xi} = \varepsilon$$

$$\dot{\hat{x}} = Ax + 1\ (c^T x - y) + bu$$

$$u = f^\circ \xi + f^T \hat{x}$$

adică acesta prelucrează referința și ieșirea procesului elaborînd comanda adecvată.

5. Exemplul numeric

Fie sistemul (A, b, c) complet controlabil

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

şi setul simetric extins

$$\Delta = (-1, -1 \pm j) \tag{20}$$

a) Se realizează perechea $\pi = (A', b')$ unde

$$A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c^T & 0 \end{bmatrix}, b' = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

Înlocuind valorile lui A, b, c, din (19) în (21) obţinem :

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad b' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad c' = 1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Se aduce perechea $(A', b',)$ la forma standard c.c., rezultă

$$\hat{A} = SA'S^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

unde

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

c) Cu ultima linie a lui A (coeficienţii polinomului caracteristic) şi coeficienţi polinomului caracteristic impus

$$\Lambda(s) = s^3 + 3s^2 + 4s + 2$$

Se determină coeficienţii legii de reacţie (5)

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

de unde

$$f^T = \hat{f}^T S = [-3 \; -4 \; -2]$$

Înlocuind valorile obținute în (14) și (16) rezultă:
$\Delta(s) = \Lambda(s)$ deci sistemul (11) și (12) are polii plasați după dorință în $\mathcal{C}^-$, iar $\lim_{s \to 0} s\varepsilon(s) = 0$

Concluzii

În lucrare se expune o metodologie unitară de proiectare a sistemelor de reglare supuse la perturbații și a cărei utilitate devine evidentă atunci cînd procesul are multe constante de timp imposibil de a fi separate prin reglarea în cascadă, și în consecință, un regulator convențional nu poate satisface exigențele de reglare.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. J. Davison, A Goldenberg,* Robust Control of a General Servomechanism Problem : The Servo-compensator. Automatica, vol. II, Pergamon Press, 1975.
2. *E. J. Davison, A.* The output control of linear time — invariant multivariable systems with unmeasurable arbitrary disturbances. IEE Trans. Automatic Control, AG — 18 (1973)

On the Synthesis of Control Systems Subject to Disturbances

This work prezents a design procedure of a robust regulator for high order dynamic proceses. The regulator assures the disturbances rejection and the system stability as well for a single imput and a single output linear proceses.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C. Z.: 62—52

FACTORIZAREA POLINOAMELOR AUTO-RECIPROCE ȘI IDENTIFICAREA SISTEMELOR

PETRE STOICA*

Factorizarea polinoamelor auto-reciproce (PAR) este direct legată de problema factorizării densității spectrale a proceselor de medie — alunecătoare (PMA) pure. În acest sens în articol este analizată teoretic problema factorizării PAR și un algoritm eficient pentru rezolvarea ei este discutat. Cînd acest algoritm este utilizat pentru identificarea PMA, se arată că se obține o estimație consistentă. Procedura simplă de estimare a parametrilor PMA bazată pe algoritmul eficient de factorizare spectrală este cuplată cu metoda matricii instrumentale pentru a produce un algoritm complet de identificare (care furnizează atît modelul părții deterministe cît și modelul de zgomot). Altă posibilă utilizare a algoritmului de factorizare și anume într-o procedură de identificare de tip cele mai mici pătrate generalizate (CMMPG), este demonstrată ca neviabilă.

Introducere

Factorizarea polinoamelor auto-reciproce (PAR) a fost abordată de diverși autori în conexiune cu unele probleme ca de exemplu : separarea unui polinom în părțile sale Hurwitz și non-Hurwitz [4] estimarea parametrilor proceselor de medie alunecătoare (PMA) pure [17], factorizarea matricilor raționale [11] etc. Algoritmii utilizați în articolele citate mai sus au însă o convergență liniară și pot deveni foarte ineficienți în anumite situații [11].

În aceste condiții este interesant de observat că în [10] este elaborat un algoritm cu o convergență cuadratică. Acesta a fost de asemenea obținut în [22] printr-o abordare diferită de cea utilizată în [10]. Acest algoritm are unele proprietăți atractive care-l fac utilizabil în mod direct la estimarea parametrilor PMA. Acest tip de problemă poate să apară în legătură cu analiza seriilor de timp. De asemenea, procedura simplă de estimare a parametrilor PMA bazată pe algoritmul eficient de factorizare poate fi cuplată cu metoda matricii instrumentale [9, 18, 20] pentru a produce o metodă de identificare completă. Această cale de estimare a parametrilor unui sistem stochastic discret a fost utilizată în [17, 18], dar algoritmii de factorizare implicați sînt mai puțin eficienți și mai puțin fundamentați teoretic decît cel utilizat în acest articol. Trebuie de asemenea notat că alte abordări ale problemei utilizării factorizării spectrale pentru identificarea sistemelor apar în, de ex., [12, 13]. Atît în [12] cît și în [13] sînt obținute reprezentările prin inovații ale proceselor stochastice studiate și nu caracterizări intrare-ieșire. Metodele utilizate au ca

Manuscris predat redacției la data de 9 iunie 1978.
* Asistent ing. Catedra Automatică II

parte principală rezolvarea unei ecuații Riccati discrete și utilizează ca date de intrare covarianțele procesului stochastic respectiv.

Utilizarea directă a densității spectrale conduce la obținerea unui model intrare-ieșire și acest tip de abordare este considerată aici pentru situația sistemelor monovariabile. Metoda ce va fi descrisă în articol este însă ușor generalizabilă la cazul sistemelor multivariabile.

Planul acestui articol este următorul : în secțiunea II este analizată teoretic factorizarea PAR. Această analiză nu este realizată prin particularizarea rezultatelor mai generale obținute pentru PAR complexe [21], ci prin raționamente simple, sînt deduse unele proprietăți și o teoremă de factorizare pentru cazul, interesant aici, al PAR reale. În acest mod se așteaptă o mai bună introducere în problemă a cititorului.

În secțiunea III sînt succint descrise cele două abordări care conduc la același algoritm (cu convergență cuadratică) de factorizare. Proprietățile algoritmului și problema alegerii valorilor de start sînt de asemenea discutate.

În secțiunea IV sînt abordate diferitele posibilități de utilizare a algoritmului de factorizare în cadrul unor proceduri de identificare completă. În secțiunea V sînt incluse unele exemple numerice.

1. Factorizarea polinoamelor auto-reciproce

Fie polinomul cu coeficienți reali

$$R_1(z) = r_n z^{2n} + r_{n-1} z^{2n-1} + \ldots + r_0 z^n + \ldots + r_{n-1} z + r_n \tag{1}$$

și fie polinomul reciproc

$$R_1^*(z) = z^{2n} R_1(z^{-1}) = R_1(z) \tag{2}$$

Datorită unei rațiuni evidente $R_1(z)$ este numit PAR. Pentru a putea utiliza direct rezultatele acestei secțiuni în cele următoare, în locul factorizării lui $R_1(z)$ se va studia problema echivalentă a factorizării expresiei

$$R(z) = z^{-n} R_1(z) = \sum_{k=-n}^{n} r_{|k|} z^{-k} \tag{3}$$

Definiție. $R(z)$ ($R_1(z)$) este factorizabil dacă există un polinom real $C(z)$ cu toate zerourile în afara sau pe cercul unitar (CU) încît

$$R(z) = C(z)C(z^{-1}) \qquad (R_1(z) = C(z)C^*(z)) \tag{4}$$

Observație : Condiția pusă pe zerourile lui $C(z)$ asigură unicitatea factorizării și are o importanță deosebită pentru secțiunile următoare.

Lema 1. a. Dacă $R(z)$ nu are zerouri complexe cu grad de multiplicitate impar pe CU, atunci el nu-și schimbă semnul pe CU (și reciproc) ;

$$R(z) \geqslant 0 \quad \forall z \in CU \quad \text{sau} \quad R(z) \leqslant 0 \quad \forall z \in CU$$

b. În caz contrar, $R(z)$ schimbă de semn pe CU (şi reciproc).
Demonstraţia este directă şi în consecinţă este omisă.

O altă lemă foarte importantă pentru formularea unei teoreme de factorizare este următoarea :

Lema 2. Dacă $R(z)$ nu schimbă de semn pe CU atunci există un polinom real unic $C(z)$ cu toate zerourile în afara sau pe CU încît

$$R(z) = \text{sign } [R(\lambda)]C(z)C(z^{-1}) \qquad \forall\, \lambda \text{ cu } |\lambda| = 1,\ R(\lambda) \neq 0 \qquad (5)$$

Demonstraţie :

Datorită Lemei 1 urmează că $R(z)$ nu are zerouri complexe cu grad de multiplicitate impar pe CU. În consecinţă zerourile lui sînt grupate ca mai jos :

zerouri reale $\left(a_i, \dfrac{1}{a_i}\right)$

zerouri complexe $(b_i,\ 1/b_i,\ \bar{b}_i,\ 1/\bar{b}_i)$

unde $\bar{b}_i$ = complex conjugatul lui b_i.
Considerînd, pentru convenienţă, $|a_i| \geqslant 1$ şi $|b_i| \geqslant 1$ fie polinomul real cu toate rădăcinile în afara sau pe CU :

$$C_1(z) = \prod_i (z - a_i)\ (z - b_i)(z - \bar{b}_i) \qquad (6)$$

Atunci

$$R(z) = g\, C_1(z)C_1(z^{-1}) \qquad g \in Reale$$

Deoarece pe CU $C_1(z)C_1(z^{-1}) \geqslant 0$, rezultă

$$g = |g| \operatorname{sign} R(\lambda) \quad \forall\, \lambda \in CU,\ R(\lambda) \neq 0$$

Se alege

$$C(z) = |g|^{1/2}\, C_1(z)$$

şi deoarece unicitatea urmează din construcţia lui $C(\cdot)$ demonstraţia este terminată.

Teorema 1. Condiţia necesară şi suficientă ca $R(z)$ să fie factorizabil este

$$R(z) \geqslant 0 \quad \forall z \in CU$$

Demonstraţia se bazează pe lemele 1 şi 2 şi este elementară.

a. Dacă $R(z)$ este factorizabil, atunci aplicînd (4) pe CU se obţine :

$$R(z) = |C(z)|^2 \geqslant 0$$

b. Pentru suficienţă se aplică Lema 2.

Observaţie : În restul situaţiilor ($R(z) \leqslant 0$ sau $R(z) \gtrless 0$, $z \in CU$) $C(z)$ rezultă cu coeficienţi complecşi.

O dată stabilită condiția în care $R(z)$ este factorizabil în continuare sînt succint descrise încercările diverșilor autori de a rezolva problema de factorizare formulată anterior :

1. Calea cea mai directă constă în determinarea rădăcinilor lui $R_1(z)$ și gruparea lor convenabilă. Pentru aceasta este necesară rezolvarea unei ecuații de ordin n și a n ecuații de ordin doi.

2. Fie S_k suma puterilor de ordin k ale rădăcinilor lui $R_1(z)$, obținută din coeficienții acestuia cu relațiile lui Newton. Cînd $k \to \infty$

$$S_k \to S_k^1 = \sum_{i=1}^{n} z_i^k |z_i| > 1, \quad R_1(z_i) = 0$$

Din S_k^1 pot fi calculați coeficienții lui $C(z)$ (cu toate rădăcinile în afara CU) utilizînd relațiile lui Newton,

Abordările anterioare implică însă unele dificultăți numerice, iar rezultatele furnizate de ele depind esențial de repartiția rădăcinilor lui $R_1(z)$ față de CU. Astfel, dacă $R_1(z)$ are rădăcini apropiate de CU, pentru obținerea convergenței $S_k \to S_k^1$ vor fi necesare valori mari ale lui k, erorile de rotunjire care apar în această situație avînd valori inadmisibile.

3. În [17] este propus un algoritm foarte simplu pentru factorizarea lui $R(\cdot)$. Convergența acestuia, care (dacă există) este liniară, nu a fost totuși demonstrată.

4. Algoritmul propus în [4] converge totdeauna la soluția dorită a problemei, dar convergența lui este liniară.

Ea este foarte lentă cînd $R_1(z)$ are rădăcini în apropierea CU. Pentru unele încercări de accelerare a convergenței acestei metode, vezi de ex. [11].

În secțiunea III este prezentat un algoritm simplu numeric a cărui convergență este însă de ordinul doi.

2. Algoritm de factorizare

În continuare sînt utilizate două căi pentru a obține același algoritm de factorizare. Demonstrațiile teoremelor din această secțiune pot fi găsite în [10] și respectiv [22] pentru cele două abordări, în consecință fiind omise aici.

Prima abordare

Determinarea polinomului $C(\cdot)$ din

$$R(z) = C(z)C(z^{-1}) \tag{7}$$

este echivalentă cu rezolvarea următorului sistem neliniar de ecuații :

$$e_k = \sum_{i=0}^{n-k} c_i c_{i+k} - r_k = 0 \quad k = 0, \ldots, n \tag{8}$$

Atunci $\{c_i\}$ pot fi obținuți printr-o procedură Newton-Raphson :

$$c^{k+1} = c^k - B_{c^k}^{-1} e \tag{9}$$

unde :
k = numărul iteraţiei

$$c = [c_0 \dots c_n]^T \quad e = [e_0 \dots e_n]^T$$

$$B_{c^k} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial e_0}{\partial c_0} & \dots & \frac{\partial e_0}{\partial c_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial e_n}{\partial c_0} & \dots & \frac{\partial e_n}{\partial c_n} \end{array} \right] c = c^k$$

Prin calcul direct B_{c^k} este obţinut ca suma a două matrici de tip Hankel şi respectiv Toeplitz :

$$B_{c^k} = \left[\begin{array}{cccc} c_0^k & \dots & c_{n-1}^k & c_n^k \\ c_1^k & \dots & c_n^k & \\ \vdots & \iddots & & \\ c_n^k & & 0 & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} c_0^k & c_1^k & \dots & c_n^k \\ & c_0^k & \dots & c_{n-1}^k \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & c_0^k \end{array} \right] \tag{10}$$

Prin manipulări simple (9) poate fi pus sub următoarea formă convenabilă :

$$c^{k+1} = \frac{1}{2} c^k + B_{c^k}^{-1} r \tag{11}$$

unde $r = [r_0 \dots r_n]^T$

Fie $C^k(z)$ polinomul corespunzător lui c^k. Atunci următoarea teoremă stabileşte proprietăţile şirului (11) :

Teorema 2. a. Dacă $R(z)$ este factorizabil, atunci $C^k(z)$ converge uniform la $C(z)$ pentru $z \in [-1,1]$, cînd $k \to \infty$.

b. Convergenţa este de ordinul doi.

c. $C^k(z)$ are în interiorul CU acelaşi număr de zerouri ca şi $C^0(z)$.

d. Alegînd $C^0(z)$ fără nici un zero în interiorul CU, atunci

$$\text{sign } C^k(z) = \text{sign } C^0(z) = \text{const.} \quad z \in [-1, 1]$$

A doua abordare
Fie polinoamele

$$C(z) = \sum_{k=0}^{n} c_k z^k \quad S(z) = \sum_{k=0}^{n} s_k z^k \quad P(z) = \sum_{k=0}^{n} p_k z^k$$

şi fie, respectiv, vectorii c, s, $p \in R^{n+1}$ asociaţi lor :

$$c = [c_0 \dots c_n]^T \text{ şi similar } s \text{ şi } p.$$

Se definește în R^{n+1} operația :

$$c \otimes s = p \tag{12}$$

prin

$$\frac{1}{2}\left[C(z)\,S(z^{-1}) + C(z^{-1})\,S(z)\right] = P(z) + P(z^{-1}) \tag{13}$$

Următoarele proprietăți ale $\otimes$ sînt simplu obținute :

1. $u = [2\ 0\ \ldots\ 0]^T$ $(u \otimes s = s)$ — elementul unitate

2. $c \otimes s = \dfrac{1}{2} D_c s$

$$D_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c_0 & \cdots & \frac{1}{2}c_{n-1} & \frac{1}{2}c_n \\ c_1 & \cdots & c_n & \\ \vdots & \iddots & & \\ c_n & & 0 & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c_0 & \frac{1}{2}c_1 & \cdots & \frac{1}{2}c_n \\ & c_0 & \cdots & c_{n-1} \\ & & \iddots & \vdots \\ 0 & & & c_0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

3. Dacă $\tilde{c}$ este inversul lui c față de $\otimes$ $(\tilde{c} \otimes c = u)$ atunci

$$\tilde{c} \otimes s = 2\,D_c^{-1} s$$

Dacă se ia în (12) $s = c$ și $p = \left[\frac{r_0}{2}\ r_1\ \ldots\ r_n\right]^T$ atunci se obține :

$$c \otimes c = \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} \qquad C(z)\,C(z^{-1}) = R(z)$$

În consecință, prin analogie cu extragerea rădăcinii pătrate dintr-un scalar prin formula lui Newton, este de așteptat ca șirul

$$c^{k+1} = \frac{1}{2}\left(c^k + \tilde{c}^k \otimes \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}\right) \tag{15}$$

să conveargă la soluția dorită a problemei.

Identitatea dintre (15) și (11) este imediat pusă în evidență :

$$\tilde{c}_k \otimes \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = 2D_{c^k}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = 2 \left(\begin{bmatrix} 2 & & \\ 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} D_{c^k} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 & & \\ 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r \end{bmatrix} = 2B_{c^k}^{-1} r \tag{16}$$

În privința proprietăților lui (15) în [22] este demonstrată o teoremă similară cu Teorema 2.

Alegerea valorilor de start [10]

Utilizînd (11) se poate scrie

$$D_{c^k} c^{k+1} = \frac{1}{2} D_{c^k} c^k + \begin{bmatrix} \frac{r_0}{2} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} \tag{17}$$

sau în polinoame asociate

$$C^k(z)\, C^{k+1}(z^{-1}) + C^k(z^{-1})\, C^{k+1}(z) = C^k(z)\, C^k(z^{-1}) + R(z) \tag{18}$$

Făcînd $z = 1$ în (18) se obține :

$$C_{(1)}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[C^k(1) + \frac{R(1)}{C^k(1)} \right] \tag{19}$$

care este formula lui Newton pentru extragerea rădăcinii pătrate din $R(1)$, arătînd că $C^k(1)$ tinde la $C(1)$. Dacă nici o informație aprorică asupra valorilor $\{c_i\}$ nu există, atunci o alegere naturală a valorilor de start este următoarea :

$$c_0^0 = [R(1)]^{1/2} \quad c_i^0 = 0 \quad i = 1, \ldots, n \tag{20}$$

Alegerea valorii „mai speciale" pentru c_0^0 are următoarele consecințe :

a. Prin calcularea lui $R(1)$ și testarea pozitivității acestuia, se verifică o condiție necesară ca $R(\cdot)$ să fie factorizabil (v. Teorema 1).

b. Deoarece $c_0^0 > 0$, rezultă că $c_0^k > 0\ \forall_k$ (v. Teorema 2).

Eliminarea ambiguității privind sign c_0^k este importantă în estimarea parametrilor utilizînd algoritmul de factorizare.

c. În privința sumei coeficienților, convergența este realizată de la prima iterație :

$$\sum_{i=0}^{n} c_i^k = C^k(1) = C(1) \quad k = 0, 1, \ldots$$

3. Indentificarea sistemelor discrete stochastice

Cînd zgomotele aleatoare care acţionează asupra sistemului sînt procese stochastice cu densităţi spectrale raţionale, atunci, presupunînd sistemul monovariabil şi discret, un model general pentru acesta este următorul [1] :

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\, e\,(t)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_{na} z^{-na} \tag{21}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_{nb} z^{-nb} \qquad C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + \ldots + c_{nc} z^{-nc} \tag{22}$$

$e(\cdot)$ = zgomot alb de dispersie unitară
$y(\cdot)$ = ieşirea $u(\cdot)$ = intrarea
În plus se consideră că :

a. Perechile $(A(z), B(z))$ şi $(A(z), C(z))$ conţin polinoame prime între ele.

b. $A(z)$ şi $C(z)$ au toate zerourile în afara CU.

Aplicarea imediată a algoritmului de factorizare descris în secţiunea anterioară este posibilă dacă în (21)

$$A(z^{-1}) \equiv 1 \quad B(z^{-1}) \equiv 0 \tag{23}$$

În situaţia în care (23) sînt adevărate, $y(\cdot)$ se numeşte PMA pur. Un astfel de proces stochastic este finit corelat, iar densitatea lui spectrală se obţine prin calcule directe ca fiind :

$$\Gamma(z) = \sum_{k=-n}^{n} \gamma_{|k|} z^{-k} = C(z)\, C(z^{-1}) \tag{24}$$

unde $\gamma_{|k|}$ este funcţia de covarianţă definită prin

$$\gamma_{|k|} = E\,[y(t)\, y(t+k)] \tag{25}$$

Utilizînd o estimaţie consistentă (N = numărul de date) :

$$r_k = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-k} y(t)\, y(t+k) \tag{26}$$

pentru γ_k, se obţine o estimaţie $R(z)$ a densităţii spectrale $\Gamma(z)$ (cu atît mai bună cu cît N este mai mare). Este clar că prin factorizarea acesteia

$$R(z) = \sum_{k=-n}^{n} r_{|k|} z^{-k} = \hat{C}(z)\, \hat{C}(z^{-1}) \tag{27}$$

se vor obţine estimaţii consistente pentru $\{c_i\}$. Problema determinării ordinului nc, la fel ca şi aceea a obţinerii unei expresii asimptotice pentru

matricea de covarianță a estimatorului furnizat prin factorizare spectrală sînt tratate, prima în [6], [23], a doua în [24].

Observație : $R(z)$ este, în mod asimptotic, aproape sigur factorizabil. Pentru valori „mici" ale lui N este posibil ca $R(z)$ să nu mai respecte teorema de factorizare (Teorema 2).

Procedura simplă de estimare a parametrilor modelelor de medie alunecătoare poate fi utilizată în cadrul unor proceduri de identificare completă (estimarea tuturor parametrilor lui (21)). În continuare sînt abordate două dintre aceste posibilități. Deși ambele metode apar într-un mod foarte natural este arătat totuși că numai prima furnizează estimații consistente pentru parametrii lui (21), a doua fiind neviabilă.

Procedura în doi pași

1. Utilizînd „măsurătorile" $\{u(i), y(i)\,;\ i = 1, \ldots, N\}$, (21) se poate scrie condensat :

$$Y = X\,\theta + V \tag{28}$$

unde

$$Y = [y(na) \ldots y(N)]^T \qquad \theta = [a_1 \ldots a_{na}\ b_0 \ldots b_{nb}]^T \tag{29}$$

$$X = \begin{bmatrix} -y(na-1) \ldots -y(0) & \vdots & u(na-nb) \ldots u(na-nb) \\ \vdots \quad\quad\quad \vdots & \vdots & \vdots \quad\quad\quad \vdots \\ -y(N-1) \ldots -y(N-na) & \vdots & u(N) \quad\quad\quad u(N-nb) \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$V = [v(na) \ldots v(N)] \quad v(t) = C(z^{-1})\,e(t) \tag{31}$$

Fie Z o matrice cu următoarele proprietăți :

$$\frac{1}{N} Z^T V \underset{N\to\infty}{\longrightarrow} O \text{ și } \frac{1}{N} Z^T X \underset{N\to\infty}{\longrightarrow} H \text{ (o matrice nesingulară)} \tag{32}$$

Atunci o estimație consistentă a parametrilor θ care caracterizează partea deterministă a lui (21) se obține cu :

$$\hat{\theta} = (Z^T X)^{-1} Z^T Y \tag{33}$$

Matricea Z este numită matrice instrumentală și diferite posibilități de construcție a ei sînt discutate în [9], [20], [25].

2. Utilizînd $\hat{\theta}$ se obține o estimație consistentă a reziduurilor lui (28) :

$$\hat{V} = Y - X\,\hat{\theta} \tag{34}$$

Din (31) se observă că $v(\cdot)$ este un PMA și deci pentru obținerea unor estimații consistente ale parametrilor $\{c_i\}$ se poate utiliza algoritmul de factorizare spectrală aplicat lui $\hat{v}(\cdot)$. Această procedură a fost verificată pe date simulate în cazul unor sisteme autoregresive — medie alunecătoare în [24]. De asemenea vezi exemplul numeric al acestui articol.

Procedura iterativă

Abordarea care urmează exploatează caracteristica funcţiei de verosimilitate pentru sistemul (21) de a fi cuadratică în θ şi puternic neliniară în $\{c_i\}$.

Estimaţia de verosimilitate maximă a parametrilor lui (21) se obţine prin minimizarea următoarei funcţii de pierdere [2,25];

$$L(\theta, c) = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N} \varepsilon^2(t) \qquad c = [c_0 \ldots c_{nc}]^T \tag{35}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{c_0}{C(z^{-1})}[A(z^{-1})y(t) - B(z^{-1})u(t)] \tag{36}$$

Problema este puternic neliniară, în general pentru minimizarea lui (35) utilizîndu-se procedura Newton — Raphson. Reducerea dimensiunii problemei neliniare se poate face „optimizînd" (35) prin relaxare. Algoritmul care se obţine în acest caz este următorul:

$$c^0 - \text{dat}; \quad k = 1$$

a. $\theta^k = \arg \min_{\theta} \quad L(\theta, c^{k-1})$

b. $c^k = \arg \min_{c} L(\theta^k, c)$ (37)

c. Testează convergenţa:

îndeplinit: ieşi

neîndeplinit: pune $k = k + 1$ şi du-te la *a*.

În procedura de mai sus punctul *a*. este o problemă simplă a celor mai mici pătrate. Singura problemă neliniară este estimarea parametrilor modelului de zgomot (punctul *b*.). Ea este de dimensiune mai mică decît problema iniţială a minimizării lui (35), dar este totuşi dificilă din punct de vedere numeric şi unele tulburări inerente programării neliniare (minime locale, instabilităţi) pot să apară. Toate aceste dificultăţi sînt ocolite dacă parametrii modelului de zgomot sînt estimaţi prin factorizare spectrală. Algoritmul care rezultă este mult mai simplu numeric decît (37). Procedura care se obţine nu mai este însă una de tip verosimilitate maximă (sau de minimizare a erorii de predicţie) şi în consecinţă convergenţa ei este dificil de analizat (prin analogie cu [15, 16] metoda astfel obţinută poate fi considerată de tip cele mai mici pătrate generalizate). Este totuşi evident că obţinerea convergenţei este strict condiţionată de factorizabilitatea spectrului reziduurilor celor mai mici pătrate obţinute la punctul a:

$$v^k(t) = A^k(z^{-1})\, y(t) - B^k(z^{-1})u\,(t) \quad k = 1,2,\ldots \tag{38}$$

Teoretic $v^k(\cdot)$ sînt infinit corelate şi în consecinţă pentru a face spectrul lor sigur factorizabil (în mod asimptotic) este necesară considerarea netrun-

chiată a acestuia. Aceasta va conduce la un $C^k(z)$ cu un ordin suficient de mare, încît în mod asimptotic :

$$v^k(t) = C^k(z^{-1})\, e(t) e(\cdot) = \text{zgomot alb} \tag{39}$$

În consecință

$$A^k(z^{-1}) \frac{y(t)}{C^k(z^{-1})} - B^k(z^{-1}) \frac{u(t)}{C^k(z^{-1})} = e(t) \tag{40}$$

La iterația $k+1$:

$$\theta^{k+1} = \arg \min_{\theta} \sum_{t=1}^{N} \left[A(z^{-1}) \frac{y(t)}{C^k(z^{-1})} - B(z^{-1}) \frac{u(t)}{C^k(z^{-1})} \right]^2 \tag{41}$$

Datorită lui (40) rezultă că θ^{k+1} va fi o estimație consistentă a parametrilor „sistemului" (40) și deci :

$$\theta^{k+1} = \theta^k + 0(1/\sqrt{N}) \tag{42}$$

Aplicînd raționamentul anterior pentru $k = 1$ rezultă că în mod asimptotic

$$\theta^k = \theta^1 \qquad k \geqslant 2 \tag{43}$$

Dar datorită reziduurilor corelate ale lui (21), θ^1 este o estimație neconsistentă a lui θ, deci $\theta^1 \neq \theta$. În consecință rezultă că pentru N tinzînd la infinit procedura iterativă va furniza, într-un pas, un model necorespunzător.

Teorema negativă demonstrată mai sus privind utilizarea factorizării spectrale într-o metodă de tip cele mai mici pătrate generalizate se aplică și în situația în care $C^0(z)$ este o bună aproximație a lui $C(z)$ obținută de exemplu prin procedura în doi pași (în această situație ordinul $C^k(z)$ $\forall k$ poate fi considerat nc). Într-un astfel de caz, în mod asimptotic :

$$\left.\begin{aligned} \theta^k &= \theta^0 \\ c^k &= c^0 \end{aligned}\right\} k \geqslant 1 \quad c^0, \theta^0 = \text{obținute cu procedura în doi pași} \tag{44}$$

Utilizarea procedurii în doi pași și inutilitatea aplicării procedurii iterative pentru ameliorarea estimației furnizată de prima sînt exemplificate în secțiunea următoare.

4 *Exemple numerice*

1. Înainte de a exemplifica modul în care lucrează metodele de identificare prezentate în secțiunea anterioară, algoritmul de factorizare discutat în secțiunea III este testat pe următoarele două cazuri :

a. $R(z) = C(z)C(z^{-1}) = -0{,}06z^{-4} + 0{,}192z^{-3} + 0{,}326z^{-2} - 1{,}7472z^{-1} +$
$+ 2{,}708 - 1{,}7472z + 0{,}326z^2 + 0{,}192z^3 - 0{,}06z^4$

b. $R(z) = C(z)C(z^{-1}) = -0{,}18z^{-4} + 0{,}072z^{-3} + 0{,}583z^{-2} + 0{,}2168z^{-1} +$
$+ 1{,}5405 + 0{,}2168z + 0{,}583z^2 + 0{,}072z^3 - 0{,}18z^4.$

Atît pentru *a.* cît şi pentru *b.* convergenţa este obţinută în 8 iteraţii: Tabela Ia, respectiv Tabela Ib.

Tabela Ia

Parametru		c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
Nr. iteraţiei	0	0,36000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	2	2,18193	−2,52143	0,51409	0,27503	−0,08962
	4	1,07204	−1,23030	0,45049	0,12478	−0,05703
	6	1,00010	−1,20000	0,49990	0,12000	−0,05999
	8	1,00000	−1,20000	0,50000	0,12000	−0,06000
Val. adevărată		1,00000	−1,20000	0,50000	0,12000	−0,06000

Tabela Ib.

Parametru		c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
Nr. iteraţiei	0	1,71000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	2	1,13122	0,11509	0,54104	0,07459	−0,1593
	4	1,01183	0,10118	0,68580	0,08881	−0,17763
	6	1,00001	0,10000	0,69998	0,08999	0,18000
	8	1,00000	0,10000	0,70000	0,09000	−0,18000
Val. adevărată		1,00000	0,10000	0,70000	0,09000	−0,18000

Timpul de calcul necesar ambelor exemple a fost 2,33 sec. pe FELIX C256. De remarcat rapiditatea şi precizia deosebită a algoritmului de factorizare.

2. Este considerat următorul sistem ($u(t) \equiv 0$):

$$y(t) - 0{,}7y(t-1) + 0{,}5y(t-2) - 0{,}35y(t-3) = e(t) + 0{,}5\,e(t-1) + 0{,}2e(t-2)$$

$e(\cdot)$ = zgomot alb de dispersie unitară

$N = 4000$

În tabela III la iteraţia 0 sînt indicate estimaţiile parametrilor obţinute cu procedura în doi paşi. Estimaţiile de la iteraţiile următoare sînt obţinute cu procedura iterativă utilizînd c^0 furnizat de procedura în doi paşi.

Ele dovedesc că (44) este bine respectată (se reamintește că (44) este valabilă cînd N tinde la infinit), dovedind astfel neviabilitatea procedurii iterative.

Tabela II

Parametrul	Val. adev.	Numărul iterației			
		0	1	2	3
a_1	−0,70	−0,7672	−0,7673	−0,7673	−0,7674
a_2	0,50	0,5621	0,5620	0,5621	0,5622
a_3	−0,35	−0,3547	−0,3541	−0,3542	−0,3543
c_0	1,00	1.0073	1,0073	1,0073	1,0073
c_1	0,50	0,4439	0,4438	0,4437	0,4437
c_2	0,20	0,1660	0,1661	0,1661	0,1661

Concluzii

Articolul exploatează rezultatele obținute mai întîi în [10] și recent în [22] privind un algortim rapid de factorizare a PAR. Acest algortim poate fi aplicat direct la estimarea parametrilor PMA. Este subliniat faptul că densitatea spectrală de eșantion a PMA este aproape sigur factorizabilă numai cînd N tinde la infinit. În acest context este evident că proprietatea estimațiilor de a fi consistente este de dorit și se arată în articol că estimațiile obținute prin factorizare spectrală sînt consistente. De asemenea sînt discutate unele proceduri de identificare completă în cadrul cărora obținerea modelului de zgomot se face utilizînd algoritmul de factorizare prezentat. Exemplele numerice date sînt în concordanță cu rezultatele teoretice obținute.

BIBLIOGRAFIE

1. *K. J. Åström,* Introduction to Stochastic Control Theory. New York : Academic, 1970.
2. *K. J. Åström and T. Bohlin, Proc. IFAC Symp. Theory Seelf-Adapt. Syst,* Teddington, England, 1965.
3. *M. S. Bartlett, An Introduction to Stochastic Processes.* London : Cambridge Univ. Press, 1962.
4. *F. L. Bauer, Arch. Elekt. Übertragung,* vol. 9, pp. 285—20, June 1955 ; reviewed by V. Belevitch, *IRE Trans. on Circuit Theory,* vol. CT—2, pp 370 — December 1955.
5. *J. C. Chow, IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC—17,pp, 707—, October 1972.
6. *J. C. Chow IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC—17, pp. 386, June 1972.
7. *D. E. Clarke, Proc. IFAC Symp. Identification in Automatic Control Systems,* Prague 1967.
8. *J. C. Chow, IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC—17, pp 268— April 1972.
9. *K. Y. Wong, and E. Polak, IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol AC—12, pp. 707—7, Dec. 1967.
10. *G. Wilson, SIAM J. Numer. Anal.,* vol. 6, pp March 1969.
11. *A. C. Riddle and B. D. Anderson, IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC—11, pp 764 October 1966.

12. *M. J, Denham, IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC – 20, pp 535, August 1975.
13. *B. W. Dickinson, T. Kailath and M. Morf, IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC–19, pp 656, December 1974.
14. *R. K. Mehra, IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC–16, pp 12, Feb. 1971.
15. *T. Söderström, Automatica*, vol. 10, pp. 617, 1974.
16. *P. Stoica, T. Söderström*, IEEE Trans. Automat. Contr., AC–22 p. 631, 1977
17. *V. Peterka and A. Halouskova, Proc, IFAC Symp. Identification and Process Parameter Estimation*, Prague, 1970.
18. *I. H. Rowe, Int J. Control*, vol, 12, pp 721 1970.
19. *N. A. Lindberger, Int. J. Control*, vol. 19, pp 1021 1974.
20. *S. Gentil, J. P. Sandraz and C. Foulard, Proc. IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation*, the Hague, 1973.
21. *V. M. Popov*, Hiperstabilitatea sistemelor automate, Editura Academiei 1966.
22. *F. Munteanu*, O problemă de optim pentru procese discrete. Lucrare de diplomă, Fac. Matematică – Mecanică, Univ. București, 1972.
23. *P. Stoica*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Electrotechn. et Energ. 23, p. 267, 1978
24. *P. Stoica*, Problems of Control and Information Theory, în curs de publicare.
25. *P. Strica*, Automatica – Management – Calculatrare, vd. AMC 23, 1976.

Factorization of the Self-inversive Polinomials and System Identification

The parameters of the moving-average systems can be consistently estimated using algorithms for the factorization of self-inversive polynomials. Then, the problem of spectral factorization is discussed and some factorization algorithms are analysed.

Two possible utilizations of the spectral factorization in system identification are also tackled. Some numerical examples are included in order to show the large-sample properties of the estimates.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

CALCULATOARE

C. Z.; 681. 3. 04

PROPRIETĂȚI DE ÎNCHIDERE ALE OPERATORULUI DE COMPOZIȚIE CONCURENTĂ

IRINA ATHANASIU, C. ZERVOS *

Articolul analizează închiderea în raport cu operatorul de compoziție concurentă $\triangle$ a mai multor familii de limbaje. Astfel, se arată că familiile de limbaje recursiv enumerabile, recursive, acceptate în timp cvasi-real, dependente de context și respectiv regulate sînt închise în raport cu operatorul $\triangle$. Familia limbajelor independente de context nu este închisă în raport cu operatorul $\triangle$. Este indicată o condiție suficientă pentru ca compoziția concurentă a două limbaje de tip Dyck să genereze un limbaj strict dependent de context. În final, rezultatele enumerate sînt extinse pentru compoziția concurentă a n limbaje.

Introducere

Operatorul de compoziție concurentă a fost introdus în [4] cu scopul de a descrie anumite interferențe între procese concurente în cadrul sistemelor de operare. Proprietățile de închidere în raport cu operatorul de compoziție concurentă ale familiilor de limbaje generate de către rețelele Petri și de către diverse variante ale rețelelor Petri au fost studiate în [2], [3] și [6]. În articolul de față se analizează închiderea în raport cu operatorul de compoziție concurentă a mai multor familii cunoscute de limbaje.

1. Proprietăți de închidere

Începem prin a prezenta notații și definiții.

Fie Σ un alfabet finit. Operatorul de compoziție *concurentă* Δ este definit în mod recursiv, după cum urmează:

1. pentru orice $a \in \Sigma$, $a \Delta \lambda = \lambda \Delta a = \{a\}$.
2. pentru orice $a, b \in \Sigma$, $x, y \in \Sigma^*$,

$$ax \Delta by = \{a\}(x \Delta by) \cup \{b\}(ax \Delta y).$$

Manuscris predat redacției la data de 6 septembrie 1978.

* Asistent ing; Șef lucrări dr. ing. Catedra de Calculatoare

Fie $L' \subseteq \Sigma^*$ şi $L'' \subseteq \Sigma^*$ două limbaje asupra alfabetului Σ;

$$L' \Delta L'' = \bigcup_{\substack{x \in L' \\ y \in L''}} x \Delta y$$

Un automat Turing cu n benzi este un sistem $M = (K, \Sigma, \Gamma_1, \ldots, \Gamma_n, \delta, q_0, F, n)$ unde:

1. K, Σ, $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ sînt seturi finite, $q_0 \in K$, $F \subseteq K$ şi n este un număr întreg, $n \geqslant 0$.

2. δ este o funcţie definită pe domeniul $K \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times ((\Gamma_1 \cup \{\lambda\}) \times \ldots \times (\Gamma_n \cup \{\lambda\}))$ şi care ia drept valori subseturi finite ale setului $K \times ((\Gamma_1 \times \{1, 0, -1\} \cup \Gamma_1^*) \times \ldots \times (\Gamma_n \times \{1,0, -1\} \cup \Gamma_n^*))$.

O configuraţie a automatului M este un vector $(2n + 2)$-dimensional $(q, w, y_1, \ldots, y_n, i_1, \ldots, i_n)$ unde:

1. $q \in K$, $w \in \Sigma^*$.

2. $y_k \in \Gamma_k^*$, $0 \leqslant i_k \leqslant |y_k|$ şi $i_k = 0$ dacă şi numai dacă $y_k = \lambda$, pentru toate valorile k, $1 \leqslant k \leqslant n$.

Relaţia $|\overline{}_M$ între configuraţii este definită după cum urmează. Fie $(q, aw, y_1, \ldots, y_n, i_1, \ldots, i_n)$ o configuraţie, $a \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Fie $(q', \tau_1, \ldots, \tau_n)$ un element din $\delta(q, a, A_1, \ldots, A_n)$. Atunci.

$$(q, aw, y_1, \ldots, y_n, i_1, \ldots, i_n) \,|\overline{}_M\, (q', w, y_1', \ldots, y_n', i_1', \ldots, i_n')$$

dacă pentru fiecare k, $1 \leqslant k \leqslant n$, una din următoarele condiţii este îndeplinită:

1. $A_k \in \Gamma_k$, $\tau_k = (B, i)$, $y_k = xA_ky$, $y_k' = xBy$, $i_k = |x| + 1$, $0 < i_k' = i_k + i \leqslant |y_k|$.

2. $A_k = \lambda = y_k$, $\tau_k = Z_k \in \Gamma_k^*$, $y_k' = Z_k$ şi $i_k' = |Z_k|$.

3. $A_k \in \Gamma_k$, $\tau_k = Z_k \in \Gamma_k^*$, $y_k = xA_k$, $i_k = |x| + 1$, $y_k' = xZ_k$ şi $i_k' = |xZ_k|$.

Relaţiile $|\overline{}_M^m$ $(m \geqslant 0)$ şi $|\overline{}_M^*$ sînt definite după cum urmează. Pentru orice configuraţie C, $C \,|\overline{}_M^0\, C$. Dacă $C_0 \,|\overline{}_M\, C_1 \,|\overline{}_M \ldots |\overline{}_M\, C_m$ atunci $C_0 \,|\overline{}_M^m\, C_m$ şi dacă $C_0 = (q_0, w, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0)$ atunci $C_0, C_1, \ldots, C_m$ se numeşte un calcul în m paşi asupra şirului w. Dacă $C_m = (q, \lambda, \lambda, \ldots, \lambda, 0 \ldots, 0)$ cu $q \in F$ atunci $C_0, C_1, \ldots, C_m$ este un calcul care acceptă şirul w. Pentru orice pereche de configuraţii C_1 şi C_2, $C_1 \,|\overline{}_M^*\, C_2$ dacă $C_1 \,|\overline{}_M^m\, C_2$ pentru un $m \geqslant 0$. Dacă $C_0 \,|\overline{}_M\, C_1 \,|\overline{}_M \ldots |\overline{}_M\, C_m$ şi $k > 0$ este o constantă astfel încît pentru oricare configuraţie $C_j = (q, w_j, y_1, \ldots, y_n, i_1, \ldots, i_n)$ fiecare y_r este astfel încît $|y_r| \leqslant k$ atunci M nu vizitează mai mult de k celule pe fiecare dintre benzile sale de-a lungul calculului $C_0, C_1, \ldots, C_m$.

Limbajul acceptat de către automatul Turing M este setul $W(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \,|\overline{}_M^*\, (q, \lambda, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0)$ pentru un $q \in F\}$.

Propoziția 1 Familia limbajelor recursiv enumerabile este închisă în raport cu operatorul de compoziție concurentă.

Demonstrație: Fie L' și L'' două limbaje recursiv enumerabile oarecare. Vrem să arătăm că $L' \Delta L''$ este deasemenea un limbaj recursiv enumerabil.

Deoarece L' și L'' sînt limbaje recursiv enumerabile există automatele Turing $M' = (K', \Sigma', \Gamma'_1, \ldots, \Gamma'_m, \delta', q'_0, F', m)$ și $M'' = (K'', \Sigma'', \Gamma''_1, \ldots, \Gamma''_p, \delta'', q''_0, F'', p)$ astfel încît $L' = W(M')$ și $L'' = W(M'')$.

Fără a pierde din generalitate presupunem că $\Sigma' \cap \Sigma'' = \emptyset$ (în caz contrar, aplicăm unuia dintre limbaje un homomorfism de reetichetare adecvat).

Construim un automat Turing $M = (K, \Sigma, \Gamma_1, \ldots, \Gamma_n, \delta, q_0, F, n)$ cu $n = m + p$ benzi astfel încît $W(M) = L' \Delta L''$. Fie $K = K' \times K''$, $\Sigma = \Sigma' \cup \Sigma''$, $\Gamma = \Gamma'_i$ pentru $i = 1, \ldots, m$, $\Gamma_{m+j} = \Gamma''_j$ pentru $j = 1, \ldots, p$, $q_0 = (q'_0, q''_0)$ și $F = F' \times F''$.

Funcția δ este definită în felul următor. Pentru oricare $(q', q'') \in K$, $A_i \in \Gamma_i \cup \{\lambda\}$:

1. $\delta((q', q''), a, A_1, \ldots, A_n) = \{((r, q''), \tau_1, \ldots, \tau_m, (A_{m+1}, 0), \ldots, (A_n, 0)) \mid (r, \tau_1, \ldots, \tau_m) \in \delta'(q', a, A_1, \ldots, A_m)\}$ dacă $a \in \Sigma'$.

2. $\delta((q', q''), a, A_1, \ldots, A_n) = \{((q', r), (A_1, 0), \ldots, (A_m, 0), \tau_1, \ldots, \tau_p) \mid (r, \tau_1, \ldots, \tau_p) \in \delta''(q'', a, A_{m+1}, \ldots, A_n)\}$ dacă $a \in \Sigma''$.

3. $\delta((q', q''), \lambda, A_1, \ldots, A_n) = \{((r, q''), \tau_1, \ldots, \tau_m, (A_{m+1}, 0), \ldots, (A_n, 0)) \mid (r, \tau_1, \ldots, \tau_m) \in \delta'(q', \lambda, A_1, \ldots, A_m)\} \cup \{((q', r), (A_1, 0), \ldots, (A_m, 0), \tau_1, \ldots, \tau_p) \mid (r, \tau_1, \ldots, \tau_p) \in \delta''(q'', \lambda, A_{m+1}, \ldots, A_n)\}$

Fie acum $w = w' \Delta w''$ un șir din $L' \Delta L''$, unde $w' \in L'$ și $w'' \in L''$. Fără a pierde din generalitate presupunem că w este de forma

$$w'_1 w''_1 w'_2 w''_2 \ldots w'_s w''_s \text{ unde } w'_1 w'_2 \ldots w'_s = w' \text{ și } w''_1 w''_2 \ldots w''_s = w''.$$

Deoarece $w' \in L'$ rezultă că

$$(q'_0, w'_1 w'_2 \ldots w'_s, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \mid\overset{*}{}_{M'} (q'_1, w'_2 \ldots w'_s, y'_1, \ldots, y'_m, i'_1, \ldots, i'_m) \mid\overset{*}{}_{M'} (q'_f, \lambda, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \text{ unde } q'_f \in F'.$$

În mod similar,

$$(q''_0, w''_1 w''_2 \ldots w''_s, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \mid\overset{*}{}_{M''} (q''_1, w''_2 \ldots w''_s, y''_1, \ldots, y''_p, i''_1, \ldots, i''_p) \mid\overset{*}{}_{M''} (q''_f, \lambda, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \text{ unde } q''_f \in F''.$$

Pe baza regulilor de construcție prezentate mai sus, automatul M poate executa următorul calcul asupra șirului w :

$$((q'_0, q''_0), w'_1 w''_1 w'_2 w''_2 \ldots w'_s w''_s, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0) \mid\overset{*}{}_{M}$$

$$((q'_1, q''_0), w''_1 w'_2 w''_2 \ldots w'_s w''_s, y'_1, \ldots, y'_m, \lambda, \ldots, \lambda, i''_1, \ldots, i''_m, 0, \ldots, 0) \mid\overset{*}{}_{M}$$

$$((q'_1, q''_1), w'_2 w''_2 \ldots w'_s w''_s, y'_1, \ldots, y'_m, y''_1, \ldots, y''_p, i'_1, \ldots, i'_m, i''_1, \ldots, i''_p) \mid\overset{*}{}_{M}$$

$$((q'_f, q''_f), \lambda, \lambda, \ldots, \lambda, 0, \ldots, 0).$$

Deoarece $(q_f', q_f'') \in F$ rezultă că $w \in W(M)$. Putem trage concluzia că $L'\Delta L'' \subseteq W(M)$. Aplicînd o argumentaţie similară se poate arăta că $W(M) \subseteq L'\Delta L''$ şi deci că $L' \Delta L'' = W(M)$ sau, cu alte cuvinte, $L'\Delta L''$ este un limbaj recursiv enumerabil.

Pe baza construcţiei realizate în demonstraţia propoziţiei 1 putem face următoarele observaţii :

1. Dacă pentru orice şir de intrare fiecare din automatele M', M'' se opresc şi M se va opri.

2. Dacă L', $L'' \in TIME(n)$, $L'\Delta L'' \in TIME(n)$ unde $TIME(n) = \{W(M) |$ M este un automat Turing care operează în limita de timp $n\}$ (cf. [7])

Dacă $L', L'' \in TAPE(n)$, $L'\Delta L'' \in TAPE\ (n)$ unde $TAPE(n) = \{W(M) |$ M este un automat Turing care operează în limita de spaţiu $n\}$ (cf. [7])

3. Particularizînd $m = p = 0$, $M' = (K', \Sigma', \delta', q_0', F')$ şi $M'' = (K'', \Sigma'', \delta'', q_0'', F'')$ sînt automate finite iar L', L'' sînt limbaje regulate. Implicit, $n = m + p = 0$ şi $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ este un automat finit care acceptă limbajul regulat $L'\Delta L''$.

Obţinem deci imediat următoarele corolare :

Corolarul 1.1 Familia limbajelor recursive este închisă în raport cu operatorul de compoziţie concurentă.

Corolarul 1.2 Familia limbajelor acceptate în timp cvasireal şi familia limbajelor dependente de context sînt închise în raport cu operatorul de compoziţie concurentă.

Corolarul 1.3 Familia limbajelor regulate este închisă în raport cu operatorul de compoziţie concurentă.

Să considerăm în continuare familia limbajelor independente de context. Spre deosebire de familiile de limbaje analizate anterior, în acest caz putem enunţa următorul rezultat :

Propoziţia 2 Familia limbajelor independente de context nu este închisă în raport cu operatorul de compoziţie concurentă.

Demonstraţie : Fie limbajele independente de context

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* | \# (a, w) = \# (b, w)\}$$

$$L_2 = \{w \in \{c, d\}^* | \# (c, w) = \# (d, w)\}$$

unde $\# (a, w)$, de exemplu, denotă numărul de apariţii ale simbolului a în şirul w.

$$L_1 \Delta L_2 = L_3 = \{w \in \{a, b, c, d\}^* | \# (a, w) = \# (b, w), \# (c, w) = \# (d, w)\}.$$

Conform corolarului 1.2 L_3 este un limbaj dependent de context. Vrem să arătăm că L_3 nu este independent de context.

Fie limbajul dependent de context :

$$L_4 = \{a^n c^m b^n d^m | n \geqslant 0, m \geqslant 0\}.$$

Utilizînd lema lui Ogden ([1]) (într-un mod analog demonstrației propoziției 3) se poate arăta că L_4 nu este independent de context. Pe de altă parte, remarcăm că

$$L_4 = L_3 \cap a^*c^*b^*d^*.$$

Dat fiind că familia limbajelor independente de context este închisă în raport cu operația de intersecție cu limbaje regulate, dacă L_3 ar fi un limbaj independent de context aceasta ar implica că și L_4 este un limbaj independent de context, ceea ce nu este adevărat. Rezultă deci că L_3 nu este independent de context.

Remarcăm însă că compoziția concurentă a două limbaje independente de context nu produce în mod necesar un limbaj strict dependent de context, adică un limbaj dependent de context dar nu independent de context. De exemplu,

$$\{a^n b^n \mid n \geqslant 0\} \Delta L_1 = L_1$$

Se naște deci în mod natural întrebarea care este subfamilia limbajelor independente de context a căror compoziție concurentă generează limbaje strict dependente de context. Un răspuns parțial la această întrebare va fi dat în cele ce urmează.

Fie două limbaje independente de context, D_n și D_m, care satisfac condițiile :

(1) D_n și D_m sînt limbaje de tip Dyck (cf. [5]) asupra alfabetului $V_n = \{a_1, b_1, \ldots, a_n, b_n\}$ și respectiv $V_m = \{c_1, d_1, \ldots, c_m, d_m\}$.

(2) există $a_q, b_q \in V_n$ astfel încît $a_q, b_q \notin V_m$ și există $c_p, d_p \in V_m$ astfel încît $c_p, d_p \notin V_n$.

Propoziția 3 $L = D_n \Delta D_m$ este un limbaj strict dependent de context.

Demonstrație : Observăm mai întîi că șirul $a_q^r b_q^r \in D_n$, $r \geqslant 0$, $c_p^s d_p^s \in D_m'$ $s \geqslant 0$, și $a_q^t c_p^s b_q^r d_p^s \in L$.

Conform corolarului 1.2 L este un limbaj dependent de context. Să presupunem că L este independent de context. Conform lemei lui Ogden, pentru oricare gramatică independentă de context G care generează L există un număr întreg $k \geqslant 3$ astfel încît dacă se marchează primele k poziții distincte din șirul $z = a_q^k c_p^t b_q^k d_p^t$, $t > 0$, z poate fi scris sub forma $uvwxy$ și următoarele condiții sînt îndeplinite :

(3) w conține cel puțin o poziție marcată

(4) fie u și v conțin poziții marcate, fie x și y conțin poziții marcate,

(5) există un neterminal A al gramaticii G astfel încît

$$S \overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}} uAy \overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}} uvAxy \overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}} \ldots \overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}} u\,v^i\,Ax^i\,y \overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}} uv^i wx^i y,$$

unde S este simbolul de start al gramaticii G.

Din condițiile (1), (2), (3), (4) și deoarece $uv^i wx^i y \in L$, pentru $i > 1$, rezultă drept singura posibilitate $v = a_q^\omega$ și $x = b_q^\omega$, unde $0 < \omega \leqslant k - 2$. În acest caz, $u = a_q^\alpha$, unde $1 \leqslant \alpha \leqslant k - \omega - 1$, $y = b_q^\beta d_p^t$, unde $0 \leqslant \beta \leqslant k - \omega$, și $w = a_q^{k-\omega-\alpha} c_p^t b_q^{k-\omega-\beta}$.

Din (5) rezultă că există un neterminal A_t astfel încît :

$$S \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} a_q^\alpha A_t b_q^\beta d_p^t \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} a_q^\alpha a_q^\omega A_t b_q^\omega b_q^\beta d_p^t \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} \ldots \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} a_q^\alpha a_q^{\omega i} A_t b_q^{\omega i} b_q^\beta d_p^t \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}}$$

$$\underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} a_q^\alpha a_q^{\omega i} a_q^{k-\omega-\alpha} c_p^t b_q^{k-\omega-\beta} b_q^{\omega i} d_p^t = a_q^{k+\omega(i-1)} c_p^t b_q^{k+\omega(i-1)} d_p^t$$

În consecință, pentru fiecare $t > 0$, gramatica G trebuie să conțină un neterminal distinct A_t astfel încît $A_t \underset{G}{\overset{+}{\Rightarrow}} a_q^{k-\omega-\alpha} c_p^t b_q^{k-\omega-\beta}$.

Rezultă că nu există nici o gramatică independentă de context finită care să genereze limbajul L și deci L este un limbaj strict dependent de context.

Pe baza propoziției 3 putem deci afirma că oricare două limbaje de tip Dyck, care satisfac condiția (2), generează prin compoziție concurentă un limbaj strict dependent de context.

Rezultatele prezentate anterior pot fi extinse după cum urmează. Pe baza propoziției 1 și a corolarelor 1.1, 1.2 și 1.3 obținem imediat următoarea propoziție :

Propoziția 4 Fie $L_1, L_2, \ldots, L_n$ n limbaje regulate (acceptate în timp cvasi-real, dependente de context, recursive, recursiv enumerabile). $(\ldots(L_1 \Delta L_2) \Delta \ldots \Delta L_n)$ este un limbaj regulat (respectiv acceptat în timp cvasi-real, dependent de context, recursiv, recursiv enumerabil).

Fie acum $D_{m_1}, D_{m_2}, \ldots, D_{m_n}$ n limbaje de tip Dyck asupra alfabetelor $V_{m_1}, V_{m_2}, \ldots, V_{m_n}$, care satisfac condiția :

(6) există două perechi de simboli $a_{qmi}, b_{qmi} \in V_{mi}$ și $c_{pmj}, d_{pmj} \in V_{mj}$, $1 \leqslant i, j \leqslant n$, astfel încît $a_{qmi}, b_{qmi} \notin V_{mj}$ și $c_{pmj}, d_{pmj} \notin V_{mi}$.

Propoziția 5 $L_n = (\ldots(D_{m_1} \Delta D_{m_2}) \Delta \ldots \Delta D_{m_n})$ este un limbaj strict dependent de context.

Demonstrație : Pe baza propoziției 4 L_n este un limbaj dependent de context. Vrem să arătăm că L_n nu este independent de context.

Observăm că $\lambda \in D_{m_r}$, $r = 1,2,\ldots,n$, $a_{qmi}^s b_{qmi}^s \in D_{mi}$, pentru $s \geqslant 0$ și $c_{pmj}^t d_{pmj}^t \in D_{mj}$, pentru $t \geqslant 0$. Rezultă că $a_{qmi}^s c_{pmj}^t b_{qmj}^s d_{pmj}^t \in L_n$.

Aplicînd lema lui Ogden în mod analog demonstrației propoziției 3 se poate arăta că nu există nici o gramatică independentă de context finită care să genereze L_n și deci L_n nu este un limbaj independent de context.

Propoziția 5 arată că compoziția concurentă a n limbaje de tip Dyck este un limbaj strict dependent de context dacă cel puțin două dintre limbaje satisfac condiția (2).

Concluzii

Rezultatul interesant al acestui articol, în opinia autorilor, constă în faptul că familia limbajelor independente de context nu este închisă în raport cu operatorul de compoziție concurentă și în special în faptul că limbajele de tip Dyck, cu restricția impusă de condiția (2), generează prin compoziție concurentă limbaje strict dependente de context. Rămîne o problemă deschisă dacă condiția (2) este nu numai o condiție suficientă dar și necesară pentru ca compoziția concurentă a două limbaje de tip Dyck să fie un limbaj strict dependent de context. Observăm, de exemplu, că pentru limbajele de tip Dyck $\{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}^*$ și $\{b^n a^n \mid n \geqslant 0\}^*$,

$$\{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}^* \Delta \{b^n a^n \mid n \geqslant 0\}^* = \{w \in \{a, b\}^* \mid \# (a, w) = \# (b, w)\},$$

un limbaj independent de context.

De asemenea rămîne o problemă deschisă determinarea unei caracterizări pentru subfamilia de limbaje independente de context a căror compoziție concurentă generează limbaje strict dependente de context. Observăm că pentru limbajele L_1 și L_2 din demonstrația propoziției 2, $L_1 \Delta L_2$ este un limbaj strict dependent de context deși L_1 și L_2 nu sînt limbaje de tip Dyck.

BIBLIOGRAFIE

1. *Aho A. V., Ullman J. D.*, The Theory of Parsing, Translation and Compiling, vol. 1, Prentice-Hall, 1972.
2. *Hack, M.*, Petri Net Languages, Computation Structures Group Memo 124, Project MAC, MIT, Cambridge, Massachusetts, June 1975.
3. *Peterson, J. L.*, Modelling of Parallel Systems, Ph. D. Thesis, Department of Electrical Engineering, Stanford University, 1973
4. *Riddle W. E.*, The Modelling and Analysis of Supervisory Systems, Ph. D. Thesis, Department of Electrical Engineering, Stanford University, 1972.
5. *Salomaa, A.*, Formal Languages, ACM Monograph Series, Academic Press, 1973.
6. *Zervos, C. R.*, Colored Petri Nets : Their Properties and Applications, Ph. D. Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering , The University of Michigan, SEL—TR—107, January 1977.
7. *Book, R. V., Greibach, S. A., Wegbreit, B.*, Time-and-Tape Bounded Turing Acceptors and AFLs, Journal of Computer and System Sciences : 4, 1970.

Closure Properties of the Concurrent Composition Operator

The paper analyzes the closure of various well-known language families under the concurrent composition operation $\triangle$. Thus, it is shown that the recursively enumerable, recursive, quasi-realtime, context sensitive and regular language families, respectively, are closed under the $\triangle$ operation. The family of context free languages is not closed under the $\triangle$ operation. A sufficient condition for the concurrent composition of two Dyck languages to be strictly context sensitive is given. Finally, the above mentioned results are extended for the concurrent composition of n languages.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C. Z.: 681. 3. 06.

SISTEME DE PROGRAMARE EXTENSIBILE — REALIZAREA REPREZENTATIVITĂȚII PROGRAMELOR

CRISTIAN GIUMALE *

Sînt discutate soluții de asigurare a reprezentativității programelor, factor de performanță important în contextul descentralizării puterii de calcul. Se insistă pe utilizarea sistemelor extensibile, analizîndu-se diverse metode de implementare, în special cele bazate pe macroprelucrare, aplicabile la echipamentele de calcul de putere mică.

Introducere

Ultima decadă a marcat, pe planul utilizării tehnicii de calcul, o evoluție particulară datorată, mai ales, apariției echipamentelor bazate pe folosirea microprocesoarelor (MC). Deși, comparativ cu sistemele mari, echipamentele MC au o arhitectură mai simplă, practica a dovedit că prin soluții constructive și suport software bine gîndit, acestea pot prelua sarcini importante și pot concura, în multe cazuri, sub raport preț/performanțe, chiar cu sistemele mari de calcul. Iată de ce asistăm în prezent la o descentralizare și, într-un sens, la o facilitare a utilizării puterii de calcul. Dată fiind dinamica aplicațiilor și masa largă de beneficiari, exigențele impuse echipamentelor MC au ponderi diferite în raport cu sistemele mari, și, în plus, necesită strategii particulare de rezolvare. Printre aceste exigențe se numără ‚reprezentativitatea programelor', calitate care, deși dezirabilă și în sistemele de calcul clasice, capătă o importanță deosebită în cazul echipamentelor de calcul ‚populare', fiind printre factorii de prim rang ce influențează ușurința în exploatare și, în ultimă instanță, succesul acestora.

1. Reprezentativitatea programelor

Orice program specifică în esență un algoritm de transformare a unor date primare în rezultate. Atît modul de organizare a datelor, cît și algoritmul de transformare, sînt proprii aplicației pentru care este scris

Manuscris predat redacției la data de 15 septembrie 1978
* Șef lucrări dr. ing. Catedra de calculatoare

programul şi, prin urmare, ar trebui să fie specificate în acest spirit în program. În acest punct intră în discuţie notaţia folosită pentru descrierea proprietăţilor datelor şi a transformării, respectiv limbajul de programare utilizat, care, în fond, reprezintă interfaţa inteligentă, dezirabil populară, între utilizator şi maşina convenţională accesibilă unui grup restrîns de iniţiaţi. Limbajul de programare influenţează uşurinţa de exprimare a unei anumite aplicaţii şi, deci, gradul în care programul este reprezentativ pentru aplicaţia dată.

Cel puţin pînă în prezent, multe limbaje de programare au fost proiectate în ideea acoperirii unor domenii cît mai largi de aplicaţie. Astfel au apărut limbaje ca FORTRAN, ALGOL-60, COBOL etc. Din nefericire, datorită răspîndirii, tradiţiei, şi, de multe ori, în lipsă de ceva mai bun, limbajele de acest gen au fost şi sînt încă folosite chiar pentru aplicaţii ce nu fac parte din domeniul acoperit. Însăşi ideea unui grad de generalitate cît mai mare, imprimat unui limbaj de programare, poate conduc, la creşterea dificultăţii în utilizare şi implementare. Mai mult, limbajele de acest tip reflectă mai curînd conceptele generale ale programării, văzute prin prisma pragmaticii maşinilor de calcul contemporane, decît caracteristicile unui anumit domeniu de aplicaţie. Ca urmare, există o diferenţă, uneori apreciabilă, între specificaţia unei aplicaţii formulată de utilizator şi programul rezultat. Să presupunem, de exemplu, listarea selectivă a cărţilor dintr-o bibliotecă în raport cu un subiect S dat. Iată cum ar putea să arate specificaţia utilizatorului şi o secţiune a programului ALGOL-60 posibil :

(A)

Specificaţie utilizator	*Program ALGOL-60*

Tipăreşte titlul, editura şi autorul cărţilor cu subiectul S,	*array* CARTE [1 : N, 1 :4];...
	for $i := 1, i + 1$ *while* $i \leqslant$ N *do*
	if CARTE [i, 1] = S *then*
	begin
	print (CARTE [i, 2]);
	print (CARTE [i, 3]);
	print (CARTE [i, 4])
	end;

Programul ALGOL impune cunoaşterea lui N (numărul tuturor cărţilor din bibliotecă) şi forţează utilizarea unui ciclu cu contor, cu pretest, pentru parcurgerea tabloului CARTE. În plus, trebuie cunoscută organizarea acestui tablou. Astfel, CARTE [i, 1] reprezintă subiectul cărţii indice i, CARTE [i, 2] titlul, CARTE [i, 3] editura, iar CARTE [i, 4] autorul. Organizarea şi amănuntele necesare reprezentării şi prelucrării bibliotecii sînt impuse de ALGOL , nicidecum de natura aplicaţiei. Exemplul dat este simplu, însă, cititorul îşi poate imagina cu uşurinţă complicaţiile ce apar dacă aplicaţia impune stabilirea şi prelucrarea unor asociaţii

între datele programului. Mult mai reprezentativ pentru aplicaţia discutată ar fi programul :

(B)

pentru fiecare CARTE *cu* SUBIECT *S* :
tipăreşte TITLU CARTE *apoi*
AUTOR CARTE *apoi*
EDITURA CARTE ;

Diferenţa dintre acest program şi precedentul este netă. Se lucrează cu obiecte numite CARTE, fiecare obiect avînd ca atribute TITLU-l, AUTOR-ul şi EDITURA. Există cîte o valoare pentru fiecare atribut al unei anumite cărţi. Un obiect particular nu este determinat printr-un indice, de exemplu CARTE [*i*], ci prin setul proprietăţilor sale. Această abordare a problemei exemplificate este mai apropiată de modul natural de raţionament. Să observăm, de asemenea, că timpul necesar unui utilizator pentru a se familiariza cu forma de reprezentare (*B*) este mai redus decît pentru (*A*).

În dorinţa de a mări puterea de exprimare şi a îmbunătăţi reprezentativitatea programelor, evoluţia limbajelor de programare a urmat două direcţii principale. Pe de o parte s-au dezvoltat limbajele de programare extensibile ; pe de altă parte au proliferat limbajele de programare specializate.

2. Limbaje de programare specializate

În (1) Sammet citează aproximativ 60 de limbaje destinate unor aplicaţii particulare, subliniind că cifra nu este acoperitoare. Fără îndoială că, fiind croite pentru un domeniu particular de aplicaţie, aceste limbaje asigură o reprezentativitate ridicată a programelor. În schimb, proliferarea unui număr mare de limbaje acceptate diferenţiat în anumite cercuri de utilizatori, complică foarte mult viaţa inginerilor software şi poate conduce la scumpirea puterii de calcul. În extremis, făcînd abstracţie de portabilitatea programelor, care încă pune probleme, pentru fiecare nou calculator şi pentru fiecare domeniu de aplicaţie ar trebui implementat cîte un nou translator. Chiar dacă translatoarele ar fi scrise folosind un limbaj de largă circulaţie (gen FORTRAN), probleme ar continua să existe la transferul acestora de pe un sistem de calcul pe altul. În plus, implementarea de programe de sistem folosind astfel de limbaje implică un efort notabil şi, mai ales, cere resurse mari de calcul. Dacă alte inconveniente pot fi surmontate în sistemele mari, această ultimă deficienţă nu poate fi tolerată în cazul echipamentelor de calcul ieftine, organizate pe baza microprocesoarelor. De asemenea, să nu uităm că, în mod normal, translatorul unui limbaj de programare şi programele prelucrate de acesta necesită un suport de execuţie, o interfaţă software cu sistemul de operare care asistă execuţia programului sau a translatorului. Acest suport de execuţie este dependent de maşina pe care rulează translatorul şi, eventual, chiar de natura aplicaţiei.

3. Limbaje de programare extensibile

Preocuparea de a înzestra un limbaj de programare cu facilităţi definiţionale, care să permită modelarea limbajului conform unei aplicaţii date, există de multă vreme. În (2) Garwick propune un astfel de limbaj numit GPL, iar Galler (3) prezintă limbajul MAD, conceput în acelaşi spirit. Alte realizări reprezentative sînt discutate în (4, 5, 6), iar ca limbaje de largă circulaţie se impun PL—I, PASCAL şi ALGOL-68. Limbajele extensibile justifică acest apelativ prin posibilitatea oferită utilizatorului de a introduce noi tipuri de date şi noi instrucţiuni. Gradul de extensibilitate poate varia în limite largi, extremele (extensibilitate parţială, extensibilitate totală) sînt considerate în cele ce urmează.

4. Extensibilitate parţială

Limbajele extensibile parţial (figura 1) sînt echipate cu mecanisme de introducere a unor date compuse pe baza unor tipuri de date primitive, implementate în limbaj. Legea de compoziţie sau tipul de structură a datelor construite este, de cele mai multe ori, îngheţat în mecanismul definiţional. Astfel, în RTL (7) se pot introduce date cu structură de tip înregistrare. O înregistrare are mai multe cîmpuri accesibile prin intermediul unor selectori. De exemplu, putem defini următorul şablon :

```
MODE CARTE (BYTE TITLU, BYTE AUTOR, BYTE EDITURA,
                |        |                BYTE SUBIECT);
            tip valoare  selector
                cîmp
```

Folosind şablonul definit se pot introduce în program date de forma CARTE, de exemplu : CARTE C1, C2, C3. Bineînţeles, utilizatorul este înzestrat cu mecanisme de prelucrare corespunzătoare noilor date. În RTL putem scrie :

```
Cl. AUTOR : = ,OCTAV DESILA' ;
Cl. EDITURA : = ,EMINESCU' ;
Cl. TITLU : = ,IUBIM' ;
```

Mecanismele de prelucrare asociate, ca şi tipul de structură a datelor definite, sînt fixate în limbaj şi nu pot fi modificate sau îmbogăţite de utilizator. Acesta este principalul motiv pentru care, în expunerea de mai sus, s-a evitat apelativul ,tip de dată' fiind preferat, în schimb,apelativul ,formă de dată'. Noţiunea de tip de dată presupune, pe lîngă existenţa unui mecanism de structurare a componentelor datei, existenţa unor instrucţiuni reprezentative în raport cu semantica datei. Reluînd exemplul anterior, să presupunem că dorim să înlocuim cartea C1 cu C2. În RTL această operaţie devine :

```
C1. AUTOR : = C2. AUTOR ; C1. SUBIECT : = C2. SUBIECT ;
C1. TITLU : = C2. TITLU ; C1. EDITURA : = C2. EDITURA ;
```

Stilul de specificare a transformării cere utilizatorului să fie în permanență conștient de structura datelor nou introduse. Pentru a avea un nou tip de dată ‚CARTE', ar trebui să fim capabili să definim, printre altele, instrucțiuni de prelucrare globală, de pildă : IF C1 = C3 THEN C1 := C2 ;

5. Extensibilitate totală

Configurarea unui limbaj de programare, în contextul unei noi aplicații, poate impune, pe lîngă definirea de noi tipuri de date, introducerea de instrucțiuni care să permită exprimarea naturală a algoritmului de transformare a acestor date. Exemplul dat mai sus este concludent în acest sens. Prin urmare, extensibilitatea totală (figura 2) presupune :

a) introducerea de noi tipuri de date (deci, implicit, de instrucțiuni pentru prelucrarea acestor date) ;

b) introducerea de noi instrucțiuni de control.

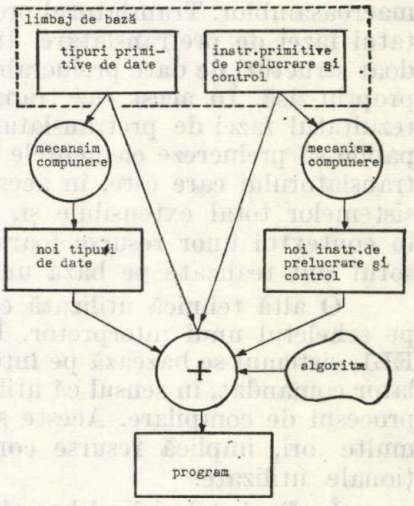


Figura 2 Extensibilitate totală

În cazul extensibilității totale, datorită mecanismelor definiționale deosebit de complexe, nu mai este vorba de un simplu limbaj de programare, ci mai curînd de un sistem de programare extensibil. Este momentul să observăm că un domeniu de aplicație particular este reprezentat chiar de implementarea translatoarelor. Problema construirii unui limbaj orientat pe această problemă (în general pentru implementarea softwarelui de bază), se reduce, în ultimă instanță, la realizarea unui limbaj reprezentativ acestei aplicații. Cu un sistem extensibil acest lucru este posibil, de unde concluzia că limbajele, sau sistemele pentru implementarea software-lui de sistem, reprezintă un caz particular al sistemelor extensibile.

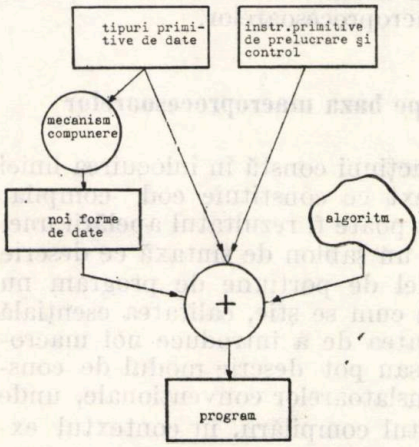


Figura 1 Extensibilitate parțială

6. Considerații de implementare

O metodă clasică de a asigura extensibilitatea unui limbaj de programare constă în grefarea unui preprocesor pe translatorul limbajului. Preprocesorul îndeplinește funcția unui macroprocesor, transformînd elementele noi în text exprimat în funcție de elementele limbajului de bază. Structura textului produs poate varia între sursă și cod intermediar. În

cazul unor astfel de implementări, partea de definiţie şi programul propriu-zis, care utilizează rezultatele definiţiilor, sînt strict separate, fapt ce poate conduce la distingerea netă a fazelor de extindere, translatare, şi execuţie. În linii mari, procesul discutat este similar celui întîlnit într-un macroasamblor. Translatorul propriu-zis poate fi extins în funcţie de rezultatul fazei de pretranslatare. Într-o variantă, această fază poate genera doar structuri de date prelucrabile de către translator în faza de traducere propriu-zisă. În acest caz translatorul nu este extins. În altă variantă, rezultatul fazei de pretranslatare poate include şi rutine semantice capabile să prelucreze elementele nou introduse. Rutinele sînt incorporate translatorului care este, în acest mod, extins. Metoda este caracteristică sistemelor total extensibile şi, deşi pare pretenţioasă, poate fi aplicată în contextul unor resurse foarte modeste dacă translatorul şi preprocesorul sînt realizate pe baza unui macroprocesor.

O altă tehnică utilizată constă în grefarea facilităţilor de extensie pe scheletul unui interpretor. În cazul sistemelor foarte elaborate, gen EL1, sistemul se bazează pe interconectarea unui interpretor cu un translator comandat, în sensul că utilizatorul poate declanşa şi controla explicit procesul de compilare. Aceste soluţii sînt însă laborioase şi, de cele mai multe ori, implică resurse considerabile din partea maşinii convenţionale utilizate.

În final, tehnici ad-hoc sînt întrebuinţate pentru limbaje cu facilităţi de extensie modeste, gen RTL. Dată fiind fixitatea mecanismului definiţional, acesta poate fi îngheţat chiar în translatorul limbajului de bază.

Cu unele excepţii, metodele descrise cer un efort deosebit de implementare şi sînt destinate, în general, sistemelor mari. O metodă de realizare a sistemelor extensibile care, în afara unui efort de implementare redus, se dovedeşte aplicabilă şi în cazul sistemelor de calcul de putere mică (populare), constă în utilizarea macroprocesoarelor.

7. Realizarea sistemelor extensibile pe baza macroprocesoarelor

Procesul de translatare a unei instrucţiuni constă în înlocuirea liniei sursă, ce reprezintă instrucţiunea, cu text ce constituie cod compilat sau, eventual, cod intermediar. Acest text poate fi rezultatul apelării unei porţiuni de program identificabile printr-un şablon de sintaxă ce descrie formatul instrucţiunii respective. O astfel de porţiune de program nu este altceva decît o macrodefiniţie. După cum se ştie, calitatea esenţială a unui macroprocesor constă în posibilitatea de a introduce noi macrodefiniţii, care, pot reprezenta instrucţiuni sau pot descrie modul de construcţie a unor tipuri de date. Contrar translatoarelor convenţionale, unde declaraţiile sînt tratate static, în momentul compilării, în contextul extensibilităţii prin macroprelucrare declaraţiile sînt tratate mai curînd ca instrucţiuni ce crează date în mod dinamic, facilitate dezirabilă în cadrul anumitor aplicaţii.

Nu orice macroprocesor se pretează realizării unui sistem extensibil, în sensul adoptat în acest articol. Pentru a observa calităţile necesare

unui asemenea macroprocesor, să analizăm cîteva cazuri particulare de pretinsă extensibilitate. În primul rînd, să considerăm un macroprocesor pentru prelucrare de texte, de exemplu GPM (8), în contextul introducerii unei instrucțiuni de calcul al predecesorului unui număr zecimal format dintr-o singură cifră. Definiția instrucțiunii va fi :

```
$DEF, PREDECESOR, < $ 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
                    $DEF, 1, <~>~ 1; ; >;
```

Ca exemplu de utilizare a instrucțiunii se consideră linia : SPREDECESOR, 5 ; care conduce la șirul de caractere 4. În mod normal, am dori să hotărîm noi sintaxa noii instrucțiuni, de exemplu PRED(5). În GPM, ca și în alte macroprocesoare, acest lucru este imposibil, sintaxa apelului ce corespunde formei instrucțiunilor introduse fiind fixată în sistem.

În acest caz, utilizatorul 'vede' în permanență mașina de bază, atît în faza de extindere, cît și în faza de programare pe mașina extinsă (figura 3).

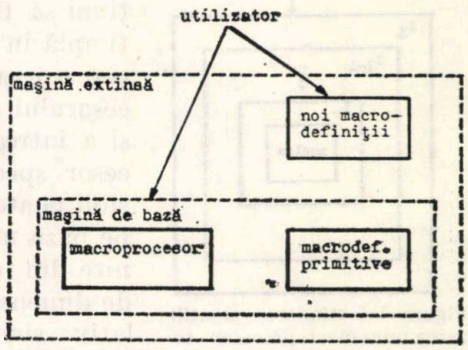


Figura 3 Utilizarea unui macroprocesor cu șabloane fixe pentru apelul macrodefinițiilor

Există o altă categorie de macroprocesoare mai evoluate, gen STAGE2 (9), care permit construcția unor macfrodefiniții cu șablon de identificare specificabil de către utilizator. În această situație, în faza programării, utilizatorul vede numai mașina extinsă, în schimb, în faza de extindere a unui limbaj L deja format, într-un limbaj L', mașina de bază este vizibilă, iar utilizatorul este incapabil să utilizeze facilitățile din L pentru a defini semantica instrucțiunilor din L', așa cum ar fi de dorit (vezi figura 4).

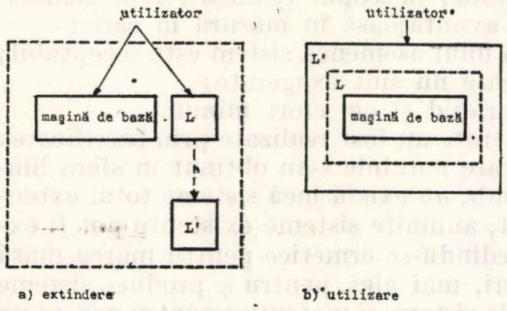


Figura 4 Extinderea și utilizarea unui macroprocesor cu șabloane specificabile pentru apelul macrodefinițiilor

În afară de cele expuse, esențială este problema evaluării parametrilor actuali ai unui apel de macrodefiniție. Unele macroprocesoare (GPM, TRAC) evaluează argumentele apelului înainte de execuția corpului macrodefiniției (proces care poartă numele de expansiune), strategie periculoasă în unele cazuri, așa cum arată Wegner în (8). Alte macroprocesoare realizează evaluarea parametrilor în momentul expansiunii, într-un mod controlat. În contextul unui sistem extensibil, evaluarea parametrilor unei macrodefiniții, ce implementează în fond o instrucțiune, depinde, în mod normal, de contextul în care apare instrucțiunea în cadrul programului, și, deci, trebuie să poată fi controlată explicit.

Prin urmare, un macroprocesor eligibil pentru a implementa un sistem extensibil trebuie să asigure:

a) identificarea macrodefinițiilor prin șabloane de sintaxă specificabile de către utilizator, în faza de expansiune;

b) evaluarea controlată a parametrilor actuali ai macrodefinițiilor, în momentul expansiunii acestora;

c) posibilitatea de a programa corpul unei macrodefiniții pe baza macrodefinițiilor deja introduse.

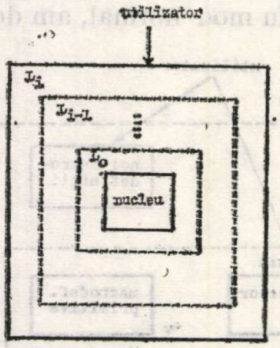


Figura 5 Extinderea și utilizarea unui macroprocesor total extensibil

Ultima proprietate nu impune în mod necesar ca rezultatul prelucrării unei instrucțiuni să fie cod direct executabil (așa cum se întîmplă în sistemul SPGF (10)), dar, în schimb, cere o organizare specială nu numai a macroprocesorului ce stă la baza sistemului extensibil, ci și a întregului sistem. Folosind un macroprocesor special, în sensul descris, sistemul extensibil poate fi implementat, în cele din urmă, pe baza unei ierarhii de mașini virtuale provenite din extinderea treptată a unui nucleu de dimensiuni reduse și cu o structură relativ simplă (figura 5). În acest fel, un nou limbaj Li poate fi introdus pe baza lui L_{i-1}, L_{i-2}, ... L_0, păstrînd sau introducînd elementele reprezentative pentru domeniul de aplicație corespunzător limbajului.

Concluzii

Utilizarea sistemelor extensibile, în scopul realizării reprezentativității programelor, se dovedește avantajoasă în măsura în care:

a) efortul de implementare a unui asemenea sistem este acceptabil;

b) resursele de calcul implicate nu sînt exagerate;

c) extensia se poate realiza rapid și cu efort minim.

Pînă în prezent, aceste deziderate au fost realizate prin sacrificarea gradului de extensibilitate. Rezultate notabile s-au obținut în sfera limbajelor parțial extensibile. În schimb, nu există încă sisteme total extensibile de largă circulație. Mai mult, anumite sisteme existente pot fi extinse numai de către experți, dovedindu-se ermetice pentru marea masă a utilizatorilor. S-au făcut eforturi, mai ales, pentru a produce sisteme orientate pe scrierea programelor de sistem, și mai puțin pentru generarea translatoarelor prin extinderea sistemului. Multe din sistemele realizate necesită resurse de calcul importante, sînt foarte complicate, și cer un efort mare de implementare.

Starea de lucruri menționată, în contextul unui număr crescînd de utilizatori, justifică interesul și cercetările în domeniul analizat. În cadrul Catedrei de Calculatoare din IPB, cercetările în direcția realizării și utilizării sistemelor extensibile s-au concretizat cu implementarea pe FELIX C—256 a macrogeneratorului special SPGF (10) pe baza căruia a fost generat, printre altele, sistemul estensibil INTELSYS, destinat

implementării programelor de bază și aplicație pentru un terminal inteligent. Experiențele cu SPGF și INTELSYS au demonstrat utilitatea extensibilității, mai ales în ceea ce privește creșterea considerabilă a productivității activității de programare, datorată, în special, reprezentativității ridicate obținute în exprimarea algortimilor de transformare proprii aplicațiilor. De asemenea, trebuie menționată durata redusă necesară implementării unor programe complexe în contextul unor resurse umane foarte modeste.

Tehnica de construcție ierarhizată folosită în cazul SPGF, precum și particularitățile de bază ale acestui macroprocesor, se pretează implementării sistemelor total extensibile pe echipamente de calcul cu resurse limitate, cum ar fi, de exemplu, terminalele inteligente.

BIBLIOGRAFIE

1. *Sammet, J. E.*, Programming Languages : History and Fundamentals, Prentice Hall 1969
2. *Garwick, J. V.* : GPL A Truly General Purpose Language, Comm. ACM, vol. 11, No. 9, Sept. 1968, pp 634
3. *Galler, B. A.*, The MAD. Definition Facility, Comm. ACM, Vol. 12, No. 8, Aug. 1969, pp 432
4. *Wulf, W. S. et al.*, BLISS : A Language for Systems Programming, Comm. ACM, vol. 14, No. 12, Dec. 1971, pp. 780.
5. *Irons, E. T.* ; Experience with an Extensible Language, Comm. ACM, vol. 13, No. 1, Jan 1970, pp. 31.
6. *Wegbreit, B.* ; The Treatment of Data Types in ELl, Comm. ACM, Vol. 17, No. 5, May 1974, pp. 251
7. * * * RTL-2 Training Manual, FPL International
8. *Wegner, P.*, Programming Languages, Information Structures and Machine Organization, Mc. Graw Hill, 1968 .
9. *Waite, W. M.*, Implementing Software for Non-Numeric Applications, Prentice Hall,1973.
10. *Giumale, C. A.*, SPGF : Sistem pentru generarea programelor de sistem pe FELIX C—256, IPB, 1977.

Extensible Programming Systems — a way of Achieving Program Representativeness

The concept of program reprezentativeness and some ways of achieving it are discussed. Attention is focused on extensible programming systems and various methods of implementation are briefly analised. Macroprocessor based solutions get deeper insight, especially for they suit popular equipments where the available computing resources are limited.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C. Z.: 681.3.04/.06

GRAMATICI LL(1) ȘI ANALIZA SINTACTICĂ PREDICTIVĂ DETERMINISTĂ

EUGENIA KALISZ *

Lucrarea prezintă principiile care stau la baza analizei sintactice predictive deterministe și definițiile gramaticilor $LL(1)$ și $LL(k)$, gramatici care permit efectuarea unei astfel de analize sintactice. De asemenea este prezentat un algoritm de analiză sintactică predictivă deterministă și structurile de date utilizate de acesta.

Introducere

De la apariția lor și pînă în prezent calculatoarele numerice au cunoscut o utilizare din ce în ce mai largă, în cele mai variate domenii de activitate.

Deoarece operațiile de bază pe care le poate executa un calculator numeric sînt foarte elementare în comparație cu prelucrările complexe necesare în domeniile în care acesta este utilizat, pentru majoritatea aplicațiilor este preferată programarea în limbaje de nivel superior, ale căror instrucțiuni sînt apropiate de tipul operațiilor care apar în aplicațiile respective.

Limbajele de nivel superior permit eliminarea multora din problemele ridicate de programarea în limbaj-mașină, dar programele scrise în astfel de limbaje, denumite programe sursă, trebuiesc traduse în limbaj-mașină pentru a putea fi executate.

De obicei în cadrul procesului de traducere a unui program sursă într-un program obiect (denumit proces de compilare dacă limbajul sursă este un limbaj de nivel superior) sînt evidențiate trei faze : analiza lexicală, analiza sintactică și generarea de cod.

Deoarece o traducere este definită ca o mulțime de perechi de șiruri, înseamnă că fiecare din cele trei faze de mai sus reprezintă o traducere. Astfel, analiza lexicală poate fi privită ca o traducere a programelor sursă, considerate ca șiruri de caractere, în șiruri de atomi sintactici ; la rîndul său, analiza sintactică traduce șirurile de atomi sintactici în reprezentări ale arborilor sintactici, iar generatorul de cod transformă aceste reprezentări în program obiect.

În cele ce urmează sînt prezentate considerații cu privire la realizarea fazei de analiză sintactică utilizînd strategia de analiză predictivă (top-down) deterministă.

Manuscris predat redacției la data de 22 mai 1978.
* Asistent ing. Catedra de calculatoare.

1. Analiza sintactică predictivă deterministă. Gramatici $LL(k)$

Sintaxa unui limbaj de programare este descrisă de obicei de o gramatică independentă de context

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

unde

V_N — mulțimea simbolilor neterminali
V_T — mulțimea simbolilor terminali
P — mulțimea producțiilor
S — simbolul de start

iar simbolii terminali care fac parte din V_T sînt atomii sintactici furnizați de către analizorul lexical.

Analizorul sintactic are ca principale obiective să determine dacă un șir oarecare de atomi sintactici w este corect din punct de vedere sintactic (deci dacă w este o propoziție din limbajul $L(G)$) și în caz afirmativ să construiască o reprezentare a arborelui sintactic (de derivare) corespunzător șirului w.

Dacă : $G = (V_N, V_T, P, S)$ este o gramatică independentă de context cu producțiile din P numerotate $1, 2, \ldots, p$;
$w = a_1 a_2 \ldots a_n$ este o propoziție din $L(G)$
$\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$ este o secvență de forme propoziționale stînga astfel încît

$$S = \alpha_0$$

$$\alpha_i \overset{p_i}{\Rightarrow} \alpha_{i+1} \quad 0 \leqslant i \leqslant m-1 \text{ și } p_i\text{-numărul producției utilizate}$$

$$\alpha_m = w$$

atunci vom defini analiza stînga a lui w ca fiind succesiunea

$$\pi = p_0 p_1 \ldots p_{m-1}$$

Dacă gramatica G este neambiguă, analiza stînga pentru orice propoziție din $L(G)$ va fi unică.

Cunoscînd analiza stînga a unei propoziții oarecare w din $L(G)$, putem construi arborele sintactic pentru w de sus în jos, începînd cu rădăcina, reprezentată de simbolul de strat S și utilizînd succesiv producțiile numerotate $p_0, p_1, \ldots, p_{m-1}$, pînă cînd se va obține un arbore cu frontiera w.

Problema care se pune în cazul analizei sintactice este însă cea a construirii arborelui de derivare cunoscînd numai rădăcina acestuia — S — și frontiera sa — șirul w — , presupunînd că w este o propoziție din $L(G)$. Deci se impune să găsim analiza stînga a șirului w, parcurgîndu-l pe aceasta o singură dată, de la stînga spre dreapta.

Aceasta se poate realiza construind succesiunea de forme propoziționale $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$

Să presupunem că în procesul de construire a formelor propoziționale s-a ajuns la

$$\alpha_i = a_1 a_2 \ldots a_j A \beta$$

în care primii j simboli sînt identici cu primii j simboli din șirul w (denumit și șir de intrare). În continuare am dori să putem determina în mod unic ce producție trebuie utilizată pentru expandarea simbolului neterminal A și deci pentru obținerea formei propoziționale α_{i+1}.

O gramatică în care orice derivare poate fi determinată în mod unic pe baza a trei elemente :

— partea din șirul de intrare explorată pînă în momentul respectiv $(a_1 a_2 \ldots a_j)$

— următorii k simboli din șirul de intrare — k fix — $(a_{j+1} a_{j+2} \ldots a_{j+k})$

— simbolul neterminal ce trebuie expandat —(A)

poartă denumirea de gramatică $LL(k)$, unde LL provine de la exploararea de la stînga la dreapta — left to right — , pentru obținerea unei analize stînga — left parse.

Definiția unei gramatici $LL(k)$ poate fi formulată mai riguros dacă se definește funcția PRIM.

Fie $G = (V_N, V_T, P, S)$ o gramatică independentă de context

k — întreg

$\alpha \in (V_N U V_T)^*$

Vom defini

$$\mathrm{PRIM}_k^G(\alpha) = \{w \in V_T^* \mid (|w| < k \text{ și } \alpha \overset{*}{\Rightarrow} w) \text{ sau } (|w| = k \text{ și } \alpha \overset{*}{\Rightarrow} wx, \text{ pentru } x \in (V_N U V_T)^*)\}$$

În cazul în care α este compus numai din simboli terminali

$$\mathrm{PRIM}_k^G(\alpha) = w$$

unde w este reprezentat de primii k simboli din α dacă

$$|\alpha| > k, \text{ sau este chiar } \alpha \text{ dacă } |\alpha| \leqslant k$$

Utilizînd funcția PRIM, o gramatică $LL(k)$ se definește ca fiind o gramatică independentă de context

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

în care, oricare ar fi două derivări stînga

$$(1)\ S \overset{*}{\Rightarrow} wA\alpha \overset{*}{\Rightarrow} w\beta\alpha \overset{*}{\Rightarrow} wx$$

$$(2)\ S \overset{*}{\Rightarrow} wA\alpha \overset{*}{\Rightarrow} w\gamma\alpha \overset{*}{\Rightarrow} wy$$

astfel încît, pentru un k fixat,

$$\mathrm{PRIM}_k^G(x) = \mathrm{PRIM}_k^G(y)$$

rezultă că $\beta = \gamma$

Se poate demonstra că o gramatică independentă de context G este $LL(k)$ dacă şi numai dacă este îndeplinită următoarea condiţie:

— dacă în mulţimea producţiile P există două producţii distincte

$$(1)\ A \to \beta$$

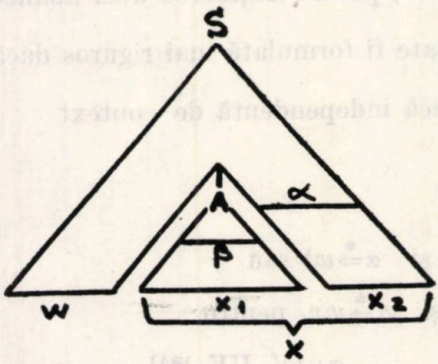
$$(2)\ A \to \gamma$$

atunci

$$\mathrm{PRIM}_k^G(\beta\alpha) \cap \mathrm{PRIM}_k^G(\mu\alpha) = \Phi$$

pentru orice formă propoziţională $wA\alpha$ derivată din S ($S \overset{*}{\Rightarrow} wA\alpha$)

2. Gramatici $LL(1)$



1. Arborele de derivare parţial pentru propoziţia wx

Fie $G = (V_N, V_T, P, S)$ o gramatică independentă de context, λ-liberă. Din cele prezentate anterior rezultă că G este o gramatică $LL(1)$ dacă şi numai dacă pentru orice simbol neterminal $A \in V_N$ cu A — producţiile

$$A \to \alpha_1 | \alpha_2 | \ldots | \alpha_n$$

este îndeplinită condiţia

$$\mathrm{PRIM}_1(\alpha_i) \cap \mathrm{PRIM}_1(\alpha_j) = \Phi,$$

$$1 \leqslant i \leqslant n,\ 1 \leqslant j \leqslant n,\ i \neq j$$

Pentru a putea trata şi cazul gramaticilor care conţin λ-producţii vom defini o nouă funcţie, URM, astfel:

fie

G — o gramatică independentă de context

k — întreg

$\beta \in (V_N U V_T)$

$$\mathrm{URM}_k^G(\beta) = \{w \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\beta\gamma \text{ şi } w \in \mathrm{PRIM}_k^G(\gamma)\}$$

Deci $\mathrm{URM}_k^G(A)$ cuprinde mulţimea tuturor simbolilor terminali care pot apare imediat după simbolul neterminal A în orice formă propoziţională. Dacă αA este o formă propoziţională, atunci şirul λ face parte şi el din $\mathrm{URM}_k^G(A)$.

Utilizînd funcţiile PRIM şi URM se poate formula condiţia necesară şi suficientă ca o gramatică independentă de context G să fie $LL(1)$:

— pentru orice simbol neterminal $A \in V_N$, dacă există două producţii distincte

$$(1)\ A \to \beta$$

$$(2)\ A \to \gamma$$

atunci

$$\mathrm{PRIM}_1(\beta\ \mathrm{URM}_1(A)) \cap \mathrm{PRIM}_1(\gamma\ \mathrm{URM}(A)) = \Phi$$

Această condiţie poate fi reformulată, utilizînd noţiunea de mulţime a simbolilor directori.

Dacă în cadrul unei gramatici independente de context G producţiile sînt numerotate.

$$p_0, p_1, \ldots, p_n$$

şi mulţimea A-producţiilor ($A \in V_N$) cuprinde producţiile

$$p_{i0}, p_{i1}, \ldots, p_{in}$$

de forma:

$$p_{ij} : A \to \alpha_j,\ 0 \leqslant j \leqslant n$$

atunci mulţimea simbolilor directori ai producţiei p_{ij} se defineşte astfel:

$$DS(A, p_{ij}) = \{(a \mid (a \in \mathrm{PRIM}_1(\alpha_j) \text{ dacă } \alpha_j \overset{*}{\neq\!\!\Rightarrow} \lambda) \text{ sau}$$

$$(a \in \mathrm{URM}_1(A) \text{ dacă } \alpha_j \overset{*}{\Rightarrow} \lambda)\}$$

Condiţia necesară şi suficientă ca o gramatică independentă de context G să fie $LL(1)$ va putea fi formulată acum astfel: gramatica G este $LL(1)$ dacă şi numai dacă, pentru orice simbol neterminal $A \in V_N$, cu producţiile

$$p_{i0}, p_{i1}, \ldots, p_{in}$$

mulţimile simbolilor directori ai acestor producţii sînt disjuncte, deci

$$\bigcup_{j=0}^{n} \left(DS(A, p_{ij}) \cap \left(\bigcup_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{n} DS(A, p_{ik}) \right) \right) = \Phi$$

Deci, pentru a decide dacă o gramatică este $LL(1)$ este necesar să fie determinate mulţimile simbolilor directori pentru toate producţiile din P şi să se verifice condiţia de mai sus pentru toţi simbolii neterminali din V_N.

3. Analizoare sintactice pentru limbaje a căror sintaxă este descrisă de gramatici $LL(1)$

În cazul în care sintaxa unui limbaj este descrisă de o gramatică independentă de context

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

care este $LL(1)$ sau pentru care s-a găsit o gramatică $LL(1)$ echivalentă, analiza sintactică se va efectua simplu și eficient, utilizînd un algoritm de analiză predictivă deterministă, care va parcurge șirul de analizat o singură dată de la stînga spre dreapta.

Algoritmul de analiză predictivă deterministă $LL(1)$ va utiliza următoarele structuri de date (fig. 2):

— șirul de analizat — w—, denumit și șir de intrare, format numai din simboli terminali; acest șir va fi analizat simbol cu simbol;

— o stivă de analiză, care conține simboli terminali și neterminali;

— șirul de ieșire, care va conține în final, în cazul în care w este o propoziție din $L(G)$, analiza stînga π a lui w

— o tabelă de analiză, construită pe baza mulțimilor simbolilor directori;

— o reprezentare a părților drepte ale tuturor producțiilor din gramatica G.

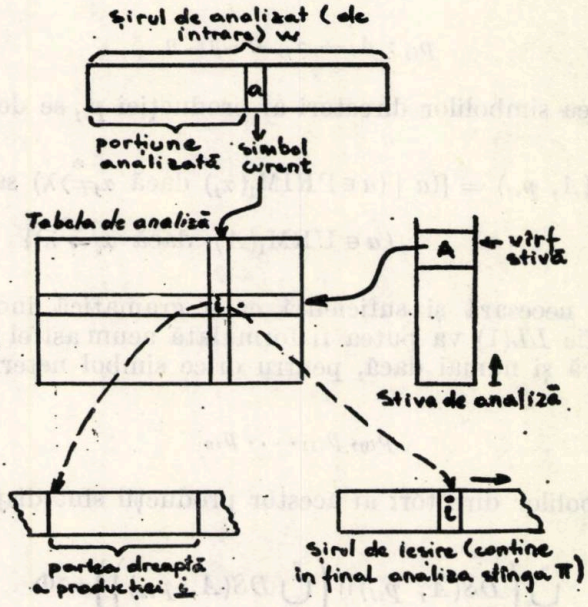


Fig. 2 Structuriie de date utilizate de algoritnul de analiză LL(l).

La baza algortimului de analiză $LL(1)$ stă tabela de analiză, care poate fi construită în diverse moduri. În cele ce urmează vom considera tabela de analiză ca fiind o matrice cu numărul de linii egal cu

numărul de simboli neterminali din V_N şi numărul de coloane egal cu numărul de simboli terminali din V_T. Dacă producţiile din gramatica G sînt în număr de n, numerotate $p_1 p_2, \cdots, p_n$, elementele tabelei de analiză $M(A, a)$, unde $A \in V_N$, $a \in V_T$, vor avea următoarele valori

$$M(A, a) = \begin{cases} i \text{ dacă } a \in DS(A, p_i),\ 1 \leqslant i \leqslant n \\ 0 \text{ în caz contrar} \end{cases}$$

Algoritmul de analiză a unui şir w va fi în acest caz următorul:

```
**analizează şir (w ; acceptat, π)
                este
atribuie eroare ← fals
* iniţializează stivă, şir de ieşire ( ;stivă, π)
* extrage simbol şir intrare (w ; w, a, vid)
cît timp vid şi ¬ eroare repetă
  * extrage simbol stivă (stivă ; stivă, tip, cod, stivă vidă)
  dacă stivă vidă
      atunci atribuie eroare ← adevărat
      altfel dacă tip = terminal
          atunci dacă cod = a
              atunci * extrage simbol şir intrare (w ; w, a, vid)
              altfel atribuie eroare ← adevărat
          altfel dacă M(cod, a) = 0
              atunci atribuie eroare ← adevărat
              altfel atribuie i ← M(cod, a)
                  * introduce în stivă parte dreaptă producţie
                  (i, stivă ; stivă)
                  * adaugă număr producţie la şirul de ieşire
                  (i, π ; π)
dacă eroare
  atunci * tratează eroare
      atribuie acceptat ← fals
  altfel dacă stivă vidă
          atunci atribuie acceptat ← adevărat
          altfel * tratează eroare
              atribuie acceptat ← fals
                  sfîrşit
```

Concluzii

Gramaticile $LL(1)$ oferă posibilitatea implementării unor analizoare sintactice eficiente, care operează complet determinist, parcurgînd o singură dată, de la stînga la dreapta, şirul de analizat.

În cazul în care o gramatică independentă de context G nu este $LL(1l)$, nu este decidabil dacă există o gramatică $LL(1)$ echivalentă, dar pentru majoritatea gramaticilor limbajelor de programare se pot obține gramatici $LL(1)$ echivalente, în urma efectuării unor transformări asupra gramaticii inițiale. Aceste transformări — eliminarea recursivității stînga și factorizarea stînga — pot fi efectuate manual, dar este posibilă și implementarea unui translator care să realizeze transformările necesare în scopul obținerii unei gramatici $LL(1)$ echivalente cu cea inițială și care, în caz de succes, să genereze tabela de analiză predictivă deterministă corespunzătoare.

BIBLIOGRAFIE

1 * * * Compiler Construction — An Advanced Course — Springer Verlag, 1974
2. *J. D. Ullman*, The Theory of Parsing, Translation and Compiling — A.V. Aho, Prentice-Hall 1972.
3. *Luca Șerbănați*, Teoria linajelor forgle, IPB, 1977.
4. *M. Griffiths* Analyse déterministe et compilateurs, teză de doctorat, Universitatea din Grenoble, oct. 1969.

LL(l) Grammars and Predictive Deterministic Parsing

This paper presents the principles of predictive deterministic parsing and the definitions of LL(k) and LL(1) grammars, which are suited to predictive deterministic parsing. An algorithm for predictive deterministic parsing is also included.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

C. Z.: 681. 3. 06

PROIECTAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR A SISTEMELOR DE PROGRAME

FLORICA MOLDOVEANU *

În lucrare sînt investigate cîteva dintre posibilitățile de utilizare a calculatorului în procesul de proiectare și dezvoltare a sistemelor de programe. Se prezintă caracteristicile unui limbaj de dezvoltare precum și o disciplină de proiectare — implementare — testare adecvată, ale unui sistem de proiectare asistată de calculator. Deasemenea se propune o metodă de simulare pe parcursul dezvoltării și modul de implementare a acesteia în cadrul sistemului de proiectare asistată de calculator.

Calculatorul a fost conceput ca un instrument destinat ușurării activității intelectuale a omului; el este util în special în aplicațiile care necesită un volum mare de calcule, ale căror rezultate permit luarea unor decizii importante. Astfel de aplicații le identificăm cu ușurință în domeniul proiectării.

Există preocupări vechi privind proiectarea cu ajutorul calculatorului în diverse ramuri ale științei și economiei, inclusiv în proiectarea părții hardware a sistemelor de calcul. Desigur, utilizarea calculatorului în proiectare presupune existența unor algoritmi de proiectare, a unor reguli fixe de urmat, un anumit grad de standardizare.

Lucrarea de față își propune să analizeze posibilitățile de utilizare a calculatorului în procesul de proiectare și dezvoltare a sistemelor de programe.

Pînă nu demult programarea era privită mai mult ca o artă și mai puțin ca o știință; nu existau reguli care să ghideze și să asigure elaborarea de programe fiabile. Pe măsură însă ce aplicațiile calculatoarelor s-au extins, software-ul (programele de sistem) pentru aceste aplicații a devenit din ce în ce mai complicat. S-a desprins astfel un nou domeniu de cercetări numit „inginerie software" (software engineering) care-și propune să investigheze metodele și tehnicile ce trebuie elaborate în vederea standardizării (într-un anumit grad) producției de programe, a asigurării corectitudinii produselor software și a scurtării perioadei lor de livrare. S-a constatat că dificultățile în proiectarea și dezvoltarea programelor se datorau unor aspecte ca: nerespectarea unei discipline de proiectare și implementare, specificarea incompletă a problemei de proiectat, inexistența unor mijloace automate sau semiautomate de testare și evaluare pe parcursul proiectării și implementării ș.a., toate conducînd în final la un consum imens de timp pentru identificarea și repararea ero-

Manuscris predat redacției la data de 30 mai 1978.
* Asistent ing. Catedra de calculatoare.

rilor. De multe ori, mai mult de jumătate din perioada de elaborare a unui produs software era ocupată cu testarea.

Ca urmare, au apărut noi tehnici și concepte destinate îmbunătățirii proiectării, implementării și testării programelor, cum ar fi : proiectarea structurată, programarea structurată, programarea funcțională, programarea modulară, dezvoltarea „de sus în jos", testarea „de sus în jos" ș.a.

O tendință tot mai evidentă este aceea de a utiliza cît mai mult calculatorul în procesul de elaborare și testare a programelor. Rolul calculatorului ar fi acela de suport pentru un mediu de programare caracterizat de : existența unei discipline de proiectare și implementare, utilizarea unui limbaj de dezvoltare care să permită specificarea comodă și completă a problemei de rezolvat, existența unei discipline de testare, posibilități de evaluare a performanțelor în toate fazele proiectării,posibilități de testare pe parcursul implementării, existența mai multor limbaje de programare ce pot fi folosite în implementare, asistența sistemului pe parcursul procesului de proiectare, implementare, testare.

În continuare sînt examinate căile ce pot conduce la satisfacerea acestor deziderate.

Disciplina de proiectare-implementare-testare

Trebuie să se bazeze p principiile proiectării și programării structurate. Astfel, în dezvoltarea de sus în jos [9] a unui program trebuie să se pornească de la descrierea concisă a problemei de rezolvat, sub forma unui modul de program ce nu trebuie să depășească spațiul unei pagini. Acest modul descrie fluxul global al controlului și utilizează pentru evidențierea funcțiilor majore, apeluri de subprograme. Pentru fiecare subprogram trebuie să se specifice funcția pe care o realizează și interfața (intrările și ieșirile) cu celelalte module. În următoarea etapă a dezvoltării se aplică aceeași procedură pentru subprogramele utilizate de modulul inițial. Procesul de dezvoltare continuă pînă ce nu mai este necesară nici o expandare. Această metodă de dezvoltare asociază implementarea cu proiectarea, în fiecare etapă a proiectării rezultînd program, în limbajul de implementare (limbajul în care programul este supus calculatorului în vederea prelucrării). Totodată oferă avantajul de a-i putea asocia metodologia de testare de sus în jos, care aduce cu sine o serie de avantaje : descoperirea erorilor majore de proiectare încă din primele etape ale dezvoltării (cînd este elaborată structura de control a programului), evitarea erorilor de interfațare, posibilitatea testării în paralel cu implementarea ș.a.

Limbajul de dezvoltare

Limbajul în care se programează poate fi oricare dintre limbajele de programare de nivel superior existente pe calculatorul gazdă, dar este de dorit ca acesta să respecte principiile proiectării structurate și anume :

— să permită divizarea programelor în module

— să asigure independența modulelor prin elemente care măresc coeziunea între elementele unui modul și micșorează cuplarea între module, cum ar fi : interzicerea partajării de date între module, transferul tuturor informațiilor prin lista de parametrii, posibilitatea de exprimare explicită a intrărilor și ieșirilor, explicitarea globalității variabilelor, posibilitatea grupării într-un modul a funcțiilor ce utilizează aceeași structură de date și apelul lor prin puncte de intrare ce separă porțiuni de cod independente, etc.

Adăugînd la limbajul de implementare elemente necesare în elaborarea cu ajutorul calculatorului a programelor, obținem un limbaj pe care-l vom numi „limbaj de dezvoltare asistată de calculator a programelor". Astfel de elemente sînt : pseudoinstrucțiuni pentru descrierea în avans a componentelor prin funcție și interfață, ajutoare în testare, macroinstrucțiuni utile în etapizarea dezvoltării programelor, ș.a.

Sistemul de dezvoltare asistată de calculator

Pe scurt, acesta trebuie să fie un sistem interactiv care să asiste utilizatorul pe parcursul proiectării, implementării și testării, pe baza comunicării cu acesta și a informațiilor colectate pe parcursul dezvoltării, organizate într-o bază de date pe care o vom numi „baza de date de dezvoltare".

Astfel, o caracteristică importantă a proiectării structurate este necesitatea de a descrie fiecare obiect înainte de existența sa în forma finală. Calculatorul poate fi folosit pentru memorarea (în baza de date de dezvoltare) componentelor sistemului proiectat, pe măsură ce ele sînt descrise. Totodată pentru optimizarea procesului de testare este util ca odată cu proiectarea unui modul să fie dedusă mulțimea cazurilor de test a modulului și asociată lui în baza de date de dezvoltare. O metodă de selectare a datelor de test este aceea care urmărește testarea unui set minimal de căi, ce asigură parcurgerea tuturor ramurilor programului (o ramură este o secvență de instrucțiuni limitată de două instrucțiuni de decizie sau de intrarea programului și o decizie, respectiv o decizie și ieșirea programului). Generarea datelor pentru testul unui modul, utilizînd această metodă, poate fi realizată automat sau semiautomat pe baza unui dialog cu utilizatorul. În procesul de testare „de sus în jos" este necesar să se simuleze comportarea componentelor neexpandante, adică cunoscute numai prin funcție și interfață. Dacă în momentul testării unui modul toate modulele referite sînt cunoscute și prin mulțimea valorilor ieșirilor presupuse de modulul apelant atunci calculatorul poate fi utilizat pentru generarea acestor ieșiri.

Sistemul de proiectare asistată de calculator trebuie să includă diverse ajutoare în punerea la punct a programelor, cum ar fi : facilități de „trace", reluarea execuției din diferite puncte, facilități de editare a textului componentelor, existența mai multor versiuni ale aceluiași modul și utilizarea lor selectivă în testele de performanță pentru compararea soluțiilor competitive, etc.

Complexitatea sistemelor software actuale necesită de multe ori utilizarea unor tehnici de simulare, pentru asigurarea performanțelor

produsului proiectat. S-a constatat că unele erori, ce nu au fost detectate prin testele funcţionale au apărut abia în faza de testare a performanţelor deoarece conduceau la anomalii de performanţă. O metodă de a evita descoperirea unor astfel de erori atunci cînd produsul software se află în forma sa finală este de a utiliza simularea pe parcursul proiectării. Simularea la nivel de modul funcţional poate furniza informaţii cum ar fi : lungimea diferitelor secvenţe de execuţie, cantitatea de memorie necesară, corectitudinea structurii de control. Simularea la nivel de sistem (subsistem) relevă aspecte ca : utilizarea resurselor mediului de calcul, evoluţia proceselor, sincronizarea şi comunicarea lor, fluxul global al informaţiilor în sistem, ş.a.

Un model de simulare adecvat integrării într-un sistem de proiectare asiatată de calculator este descris în [4] şi reprezintă o generalizare a modelului numit „reţele de evaluare" [6]; acesta a fost definit ca mijloc de simulare a sistemelor de calcul şi în general a oricărui sistem caracterizat de evenimente şi activităţi asincrone. Modelul propus este alcătuit din 2 tipuri de elemente structurale : locaţii şi tranziţii. Urmărirea „controlului" în sistemul simulat se realizează prin deplasarea unor puncte de-a lungul căilor modelului. Existenţa unui punct într-o locaţie corespunde unui eveniment sau condiţie în sistemul simulat ; în fiecare moment al simulării starea sistemului simulat rezultă din distribuţia punctelor în locaţiile modelului. Tranziţiile corespund acţiunilor ; condiţiile de declanşare a unei acţiuni rezultă din tipul tranziţiei, conform [4]. Timpul estimat pentru desfăşurarea unei acţiuni reprezentată printr-o tranziţie se poate asocia tranziţiei şi se numeşte timp de tranziţie. Uneori timpul necesar parcurgerii unei tranziţii de către un punct este un atribut al punctului. Din momentul iniţierii tranziţiei aceasta rămîne activă o perioadă de timp egală cu timpul de tranziţie, după care punctul (punctele) din locaţia (locaţiile) de la intrarea tranziţiei este (sînt) mutat(e) în locaţia (locaţiile) de ieşire a tranziţiei conform tipului tranziţiei. Efectul acţiunii reprezentată prin tranziţie apare prin noua distribuţie a punctelor în locaţiile modelului (noua stare a sistemului simulat).

De menţionat că există deja implementat un program de interpretare a modelului de simulare descris în această lucrare, putînd fi folosit pentru simularea oricărui sistem discret, descris printr-un astfel de model. Pentru cititorul neavizat este prezentat în continuare un exemplu de simulare :

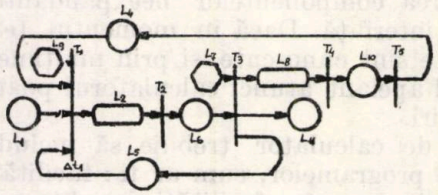


Fig. 1. — Exemplu de modelare în vederea simulării.

În acest model este reprezentată simplificat prelucrarea joburilor într-un sistem de calcul. Corespondenţa între model şi sistemul simulat poate fi rezumată astfel :

— sosirea job-urilor în sistem ⇔ ⇔ intrarea punctelor în model prin locaţia de intrare $L1$ (punctele sînt acceptate conform unei distribuţii definită de utilizator) ;

— acceptarea job-urilor ⇔ traversarea tranziţiei $T1$ şi mutarea punctului din $L1$ în $L2$ (coada proceselor ce aşteaptă să li se aloce procesorul) ; tranziţiei $T1$ i se poate asocia un timp de tranziţie $\Delta T1$ apreciat

ca necesar pentru execuţia unor funcţii ale sistemului de operare ca : afectarea resurselor necesare job-ului şi crearea unui proces pentru job. Locaţia $L9$ are rolul unui comutator de selecţie între punctele din locaţiile $L1$, $L4$ şi L5 ; punctul din locaţia $L4$ reprezintă un proces care a ieşit din starea „suspendat" prin terminarea unei operaţii de I/E ; punctul din $L5$ reprezintă un proces care şi-a terminat cuanta de timp pentru care i-a fost afectat procesorul central şi deci va concura cu celelalte procese pentru o nouă cuantă de execuţie. Selecţiarealizată de procedura de rezoluţie (asociată locaţiei $L9$) poate fi fixă sau bazată pe examinarea atributelor „prioritate" ale punctelor prezente simultan în cele 3 locaţii de la intrarea tranziţiei $T1$;

— coada proceselor în starea „gata de execuţie" ⇔ macrolocaţia $L2$ (locaţie ce poate acumula mai multe puncte)

— planificatorul de procese — nu apare în mod explicit în model ; el este simulat prin strategia de ieşire a punctelor din macrolocaţia $L2$ (poate fi FIFO, LIFO sau bazată pe examinarea atributelor prioritare ale punctelor conţinute la un moment dat în macrolocaţie). Selecţia unui proces pentru execuţie apare prin mutarea unuia dintre punctele din $L2$ în $L6$

— întreruperea execuţiei unui proces, ce poate avea loc fie la expirarea cuantei de timp ce i-a fost atribuită — caz în care punctul din $L6$ este mutat în $L5$, fie la terminarea programului (procesului) ⇔ punctul din $L6$ este mutat în $L11$ de unde va părăsi modelul, fie la o cerere de efectuare a unui transfer cu un anumit periferic-caz în care punctul din $L6$ este introdus în $L8$, reprezentînd coada proceselor ce aşteaptă să fie servite de perifericul respectiv ;

— transferul cu periferia este reprezentat prin existenţa unui punct în locaţia $L10$, pentru un interval de timp specificat, (ce poate fi dat de un atribut al punctului) după care punctul este mutat în $L4$;

— ocuparea resurselor sistemului pe parcursul simulării : ocuparea procesorului central ⇔ existenţa unui punct în $L6$;

— ocuparea perifericului considerat ⇔ existenţa unui punct în $L10$;

— capacitatea de servire a sistemului poate fi apreciată urmărind aglomerarea punctelor în cele 2 cozi, $L2$ şi $L8$, pe parcursul simulării.

Prin modelul prezentat pot fi simulate sisteme caracterizate de evenimente şi activităţi asincrone. Astfel, dacă acţiunile reprezentate în model sînt pur secvenţiale atunci în fiecare moment al simulării va exista un singur punct în model ; dacă acţiunile reprezentate sînt paralele (sau cvasiparalele), atunci pe parcursul simulării vor exista mai multe puncte în model, reprezentînd procese, tascuri, etc., fiecare avînd identitatea şi caracteristicile reflectate în atributele unui punct.

Dat fiind faptul că se intenţionează ca acest model împreună cu interpretorul său să fie utilizate într-un sistem destinat elaborării sistemelor de programe, este interesant de analizat potenţialul său de reprezentare a algoritmilor. Astfel, o primă justificare pentru o astfel de utilizare a modelului este posibilitatea de a stabili o reprezentare naturală pentru cele 3 structuri de control ce pot fi identificate în orice limbaj de programare ; secvenţa, selecţia, repetiţia. Teorema de structură, elaborată pe baza studiilor efectuate de Bőhm şi Jacopini [1] arată că orice algoritm secvenţial poate fi exprimat folosind numai aceste 3 structuri

de control. Se poate arăta că cele 3 tipuri de tranziții, definite în [4], sînt suficiente pentru a modela structurile menționate. De exemplu pot fi adoptate următoarele reprezentări:

a) *secvența* : *s1 s2,..., sn*

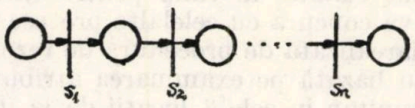


Fig. 2. — Modelul de simulare pentru „secvență".

în care fiecare si reprezintă o operație sau o succesiune de operații (o instrucțiune sau un grup de instrucțiuni executate în secvență)

Timpul estimat pentru desfășurarea acțiunii se asociază tranziției

b) *selecția*

I1 : *IF* condiție THEN *s1* ELSE *s2*

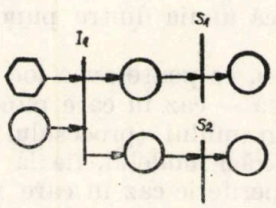


Fig. 3.—Modelul de simulare pentru „decizie".

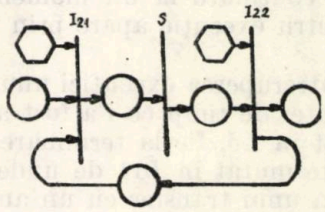


Fig. 4. — Modelul de simulare pentru „repetiție".

Condiția este exprimată în procedura de rezoluție. Operanzii prin care este exprimată condiția pot fi variabile globale pentru sistemul simulat (adică accesibile din orice punct al modelului) sau atribute ale punctului situat în locația de intrare a tranziției *I1*. În mod analog poate fi reprezentată selecția de tip CASE.

c) *repetiția*

I2 : REPEAT s UNTIL condiție

Condiția este exprimată în procedura de rezoluție asociată tranziției *I22*. O structură asemănătoare rezultă pentru instrucțiunea WHILE condiție *D0 s*.

O a doua motivare privind utilizarea acestui model în sistemul de proiectare asistată de calculator este proprietatea sa de decompoziție. Astfel, dacă modelul de simulare se asociază proiectării „de sus în jos", atunci pe măsura detalierii componentelor sistemului vor fi expandate tranzițiile modelului de nivel superior. Rezultă că la orice nivel al proiectării poate fi efectuată o simulare, pe baza informațiilor de care se dispune pînă în acel moment. Structura de ansamblu a sistemului software simulat va fi reflectată în modelul de simulare asociat modulului program din vîrful ierarhiei. Fiecărei proceduri apelată de acesta îi corespunde o tranziție care, atunci cînd va fi detaliată procedura, va fi expandată în modelul de simulare al procedurii. În continuare, în simulare, traversarea tranziției din modelul de nivel superior va însemna traversarea modelului de simulare asociat procedurii apelate.

Modelul de simulare al unui modul program se asociază acestuia fie în baza de date de dezvoltare, fie într-o bază de date proprie subsistemului de simulare. În acest fel, la fiecare nivel de descriere a sistemului proiectat se poate face o simulare, din care rezultă informații corespunzătoare gradului de detaliu al reprezentărilor.

În prezent, sînt în faza de studiu și de elaborare o serie de componente care ar putea fi înglobate în sistemul de proiectare asistată de calculator a programelor. Pe plan mondial există cîteva astfel de sisteme, cu caracter experimental. Se poate aprecia că introducerea standardizării în elaborarea programelor va simplifica mult problema utilizării calculatorului în acest domeniu.

BIBLIOGRAFIE

1. *Böhm C. Jacopini G.*, Flow Diagrams, Turing Machines and Languages with Only two Formation Rules — CACM vol. 9, nr. 5/1966.
2. *Dijkstra E. W.*, Structured Programming.
3. *Graham R. A.* Software Design and Evaluation System CACM nr. 2 vol. 16/1973.
4. *Moldoveanu F.* Simularea sistemelor discrete utilizînd modele grafice. Aplicații ale conceptelor actuale în știința sistemelor, vol. 9 (1976). Acad. R.S.R.
5. *Myers G. J* Composite Design Facilities of Six Programming Languages — IBM Systems Journal nr. 3/1976.
6. *Nutt G.*, Evaluation Nets for Computer System Performance Analysis AFIPS voll. 41, 1972.
7. *Snowdon R. A.* PEARL, An Interactive System for the Preparation and Validation of Structured Programs — SIGPLAN Notics, martie 1972.
8. *Stevens W. P., Myers G. J., Constantine L. L.* Structured Design IBM Systems Journal vol. 13/nr. 2/1974.
9. *Yourdon E*, Techniques of Program Structure and Design.

La dévelopement du software assistée par le calculateur

Dans cet article sont recherchées quelque possibilités d'utilization du calculateur dans le processus de projection et de développement des sistémes de programmes. On presents les traits caractéristiques d'un langage de développement et une discipline de projection — codification — réalisation des tests adéquates au sistéme de projection assistée par le calculateur. On propose aussi une métode de simulation utilisée pendant le développement et la modalité de l'intégrer dans le sistéme de projection assisté par le calculateur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

CUPRINSUL SERIEI ELECTROTEHNICA PE ANUL 1978.

MATEMATICĂ

V. Mihăilescu Asupra spaţiului proiectiv cuaternionic. nr. 1 pag. 3—8
L. Nicolescu. Sur les transformations de Norden — Miron. nr. 1 pag 9—15
D. Homentcovschi. Asupra determinării unui cîmp vectorial de rotor şi divergenţa date. nr. 2 pag. 3—6
Al. Filipoiu. Polinoame şi algebre de polinoame cu mai multe sorturi. nr. 2 pag. 7—16
V. Prepeliţă. Criterii de accesibilitate pentru sisteme dinamice cu derivate parţiale. nr. 3 pag. 3—8
D. Stanomir, O. Stănăşilă. Asupra matricelor olomorfe real-raţionale nr. 4 p. 3—10

FIZICA

F. Călin, A. I. Lupaşcu, I. M. Popescu, St. St. Tudorache. Un nou calcul al intensităţii cîmpului magnetic continuu produs cu ajutorul bobinelor Helmholtz. nr. 1 p. 15—22
Cornelia Moţoc, Iuliana Cuculescu, Maria Honciuc, E. Sofron. Dispozitive cu cristale lichide colesterice pentru stocarea unor informaţii provenite din diferite procese industriale. nr. 1 p. 23—30.
Cornelia Moţoc, Maria Honciuc, Iuliana Cuculescu, E. Sofron, O. Savin . Aplicaţii ale cristalelor lichide smectice în dispozitive de memorare a unor parametri de proces nr. 2 p. 17—22.
D. Bogdan, Tr. Creţu, G. Macarie, D. G. Popescu. Studiul dezintegrării beta a nuclidului 170 TM. nr. 2 p. 23—34.
G. C. Moisil. Teorema imaginilor electrice pe sistemul film-strat de tranziţie — substrat. nr. 3 p. 9—18
Luminiţa Daniello, D. Iordache, Al. Lupaşcu. On the Physical Characterization of the Dispersion Properties of the Radiofrequency Ferrimagnetic Materials. nr. 3. p. 19—26
C. Ghizdeanu, G. Filoti. Studiul sistemului $C_0Al_{2-x}Fe_x O_4$ prin efect Mössbauer. nr. 4. p. 11—14

ELECTROTEHNICA

C. Ghiţă. Calculul în regim tranzitoriu şi permanent al dublorului feromagnetic de frecvenţă, nr. 1 p. 31—38
C. Ghiţă. Transformatorul electric în regim permanent nesinusoidal nr. 2 p. 35 —42
Christiana Popeea. Metode de discretizare a ecuaţiilor de circuit cu parametri tranzitorii. nr. 2 p. 43—52
Gh. Hortopan, D. Nicolescu, N. Olariu. Regimul dinamic al barelor parcurse de curent. nr. 3 pag. 27—40
N. Galan. Cîmpul electromagnetic produs de o bobină circulară parcursă de curent alternativ în plăcile plane anizotrope. nr. 3 p. 41—46
C. Marinov. On Nonlinear Network Equations. nr- 3 p. 47—56.
D. Stanciu. Despre reacţia indusului în pompele electromagnetice de curent continuu nr. 3 p. 57—62.
V. Fireţeanu. Analiza mijloacelor de creştere a eficienţei maşinilor magnetohidrodinamice de inducţie prin reducerea efectului longitudinal dinamic nr. 4 p. 31—42
Raluca Brăileanu, Gr. Brăileanu. Asupra derivării numerice din punct de vedere al aplicaţiilor practice. nr. 4 p. 43—54
Claudia Popescu. M. Popescu. Dinamica contactorului la deconectare nr. 4 p. 23—30

ELECTRONICA

Sanda Maican, Gh. M. Ştefan. Proiectarea şi minimizarea automată a sistemelor logice secvenţiale nr. 1 p. 39—48.
Ed. Nicolau, Reciprocity and Conservation Theorems for Fields with General Time Dependence nr. 2 p. 53—56.
M. Bodea, Th. Dănilă. Cronometru numeric cu comutare automată a scalelor de măsură. nr. 2. p. 57—64.
Ş. Bircă-Gălăţeanu. I. Ionescu Wide-band RC Amplifiers with MFM and MFMD Response. nr. 3 p. 63—74. *Sanda Maican, Gh. Ştefan. C. Băleanu, B. Cocora, I. Maican, V. Maican, I. Pîrvulescu.* Sistem de aparate conectate la calculator prin interfaţa standard p. 15—22

ENERGETICA

Marilena Ungureanu, D. Cristescu. Variaţia nivelului perturbator cu condiţiile meteorologice nr. 3 p. 75—82

AUTOMATICA

S,. Călin, Strategii evoluate de reglare numerică cu microcalculatoare. nr. 1 p. 49—58
N. Sprinceană, R. Dobrescu, Th. Borangiu, Fl. Ionescu, C. Frankenfeld. Noise Measurement in Appreciation of Cutting-Process on Machine Tools. nr. 1 p. 59—70.
G. Ionescu, D. Popescu, Analizor statistic de semnale funcţionînd în timp real. nr. 1 p. 71—78
P. Stoica. Identificarea în timp real a proceselor cu parametrii aleatori, utilizînd semnale de probă suboptimale duale. nr. 1 p. 79—88.
B. Jora. Condiţii de asimptoticitate pentru un sistem adaptiv de estimare a stării nr. 1 p. 89—96.
S. Călin, Doina Stănescu, Ioana Mihu. Contribuţii la optimizarea conducerii instalaţiilor multivariabile. nr. 2 p. 65—74.
I. Dumitrache. Simularea numerică a sistemelor hidraulice. nr. 2 p. 75—82
N. Sprinceană, R. Dobrescu, Th. Borangiu, Fl. Ionescu C. Franckenfeld. Simulation of Adaptive Control for Metal Cutting on Milling Machines. nr. 2 p. 83—92.
P. Stoica, Anca Stoica. Despre consistenţa estimaţiei celor mai mici pătrate. nr. 2 p. 93—102
I. Catană. Optimizarea parametrică a sistemelor electrohidraulice. nr. 2 p. 103—112
I. Dumitrache, S. Dumitriu, Fl. Munteanu. Automatic Control of a Biochemical Fermentation Process. nr. 3 p. 83—88
I. Catană. Utilizarea reacţiei dinamice de presiune la stabilizarea sistemelor electrohidraulice. nr. 3 p. 89—99
P. Stoica. Probleme ale modelului în identificarea sistemelor nr. 3 p. 101—112
C. Giumale. Sisteme de programare extensibile-Realizarea reprezentativităţii programelor. nr. 4 p. 83—92
Ioana Mihu. Asupra sintezei sistemelor de reglare supuse la perturbaţii nr. 4 p. 55—60
P. Stoica. Factorizarea polinoamelor auto-reciproce şi identificarea sistemelor nr. 4 p. 61—74

CALCULATOARE

Ana Maria Necula, Cr. Giumale. O metodă de reprezentare a implementării algoritmilor de programare. nr. 1 p. 97—102
Eugenia Kalisz, P. Dimo. Implementarea macroprocesorului TRAC pe Felix C—256. nr. 1 p. 103—108.
Irina Athanasiu, C. Zervos. Proprietăţi de închidere ale operatorului de compoziţie concurentă, nr. 4 p. 75—82
Eugenia Kalisz. Gramatici LL(I) şi analiza sintactică predictivă deterministă nr. 4 p. 93—100
Florica Moldoveanu. Proiectarea asistată de calculator a sistemelor de programe. nr. 4 p. 101—107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

INDEX ALFABETIC PE AUTORI

Athanasiu Irina *4*, p. 75—82
Băleanu C. 4 p. 15—22
Bîrcă-Gălățeanu Ș, *3*, p. 63—74
Bodea M. *2*, p. 57—64
Bogdan D. *2*, p. 23—34
Boranghiu Th. *1*, p. 59—70; *2*, p. 83—92.
Brăileanu Gr. *4*, p. 43—54
Brăileanu Raluca *4*, p. 43—54
Catană I. *2*, p. 103—112; *3* p. 89—99
Călin F. *1*, p. 15—22
Călin S. *1*, p. 49—58; *2*, p. 65—74
Cocora B 4 p 15—22
Creţu Tr. *2*, p. 23—34
Cristescu D. *3*, p. 75—82
Cuculescu Iuliana *1*, p. 23—30; *2*, p. 17—22
Daniello Luminița *3*, p. 19—26
Dănilă Th. *2*, p. 57—64.
Dimo P., *1*, p. 103—108
Dobrescu R., *1*, p. 59—70; *2*, p. 83—92
Dumitrache I., *2*, p. 75—82; *3*, p. 83—88
Dumitriu S. *3*, p. 83—88
Filipoiu Al. *2*, p. 7—16
Filoti G. *4*, p. 11—14
Fireţeanu V. *4*., p. 31—42
Frankenfeld C. *1*, p. 59—70; *2*, p. 83—92
Galan N. *3*, p. 41—46
Ghiță C. *1*, p. 31—38; *2*, p. 35—40
Ghizdeanu C. *4*, p. 11—14
Giumale Cr. *1*, p. 97—102; *4* p. 83—92
Homentcovschi D. *2*, p. 3—6
Honciuc Maria *1*, p. 23—30; *2*, p. 17—22.
Hortopan Gh. *3*, p. 27—40
Ionescu Fl. *1*, p. 59—70; *2*, p. 83—92
Ionescu G. *1*, p. 71—78
Iordache D. *3*, p. 19—26
Jora B. *1*, p. 89—96
Kalisz Eugenia *1*, p. 103—108; *4*, p. 93—100
Lupaşcu A. I. *1*, p. 15—22; *3* p. 19—26
Macarie G. *2*, p. 23—34
Maican I. 4 p. 15—22
Maican Sanda *1*, p. 39—48; *4*, p. 15—22
Maican V. 4 p. 15—22
Marinov C. *3*, p. 47—56
Mihăilescu V. *1*, p. 3—8
Mihu Ioana *2*, p. 65—74; *4*, p. 55—60
Moisil G. C. *3*, p. 9—18
Moldovan Fl. *4*, p. 101—107
Moţoc Cornelia *1*, p. 23—30; *2*, p. 17—22
Munteanu Fl. *3*, p. 83—88
Necula Ana Maria *1*, p. 97—102
Nicolau Ed. *2*, p. 53—56
Nicolescu D. *3*, p. 27—40
Nicolescu L. *1*, p. 9—15
Olariu N. *3*, p. 27—40
Pîrvulescu I. 4 p. 15—22
Popeea Christiana *2*, p. 43—52
Popescu Claudia *4*, p.

Popescu D. *1*, p. 71—78
Popescu D.G. *2*, p. 23—34
Popescu I. M. *1*, p. 15—22
Popescu M. *4*, p. 23—30
Prepeliță V. *3*, p. 3 — 8
Savin O. *2*, p. 17—22
Sofron E. *1*, p. 23—30 ; *2*, p. 17—22
Sprînceană N. *1*, p. 59—70 ; *2*, p. 83—92
Stanciu D. *3*, p. 57—62
Stanomir D. *4*, p. 3—10
Stănășilă O. *4*, p. 3—10
Stănescu Doina, *2*, p. 65—74.
Ștefan Gh. M. *1*, p. 39—48 ; *4*, p. 15—22
Stoica Anca *2*, p. 93—102
Stoica P. *1*, 79—88 : *2*, 93—102 ; *3*, p. 101—112 ; *4*, p. 61—74
Tudorache St. St. *1*, p. 15—22
Ungureanu Marilena *3*, p. 75—82
Zervos C. *4*, p. 75—82

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XL — 1978, Numărul 4

TEZELE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1978

G. Simionescu — Contribuții la extensiunea metodei parametrilor tranzitorii din domeniul electric în cel termic (13.I.78)

A. Nica — Contribuții la integrarea ecuațiilor circuitelor nefiliformе cu ajutorul calculatoarelor electrice — aplicații la propagarea undelor pe linii lungi (17.II.78)

C. Alexandrescu — Studiul regimului tranzitoriu în circuitele de centralizare dispecer cu cod de frecvență (31.III.78)

S. Popescu — Contribuții la metodele de decădere utilizate în sistemele de transmisiuni multiplex (31.III.78)

I. Mitescu — Reglajul automat al transmisiunii pe liniile telefonice (31.III.78)

Anca Manolescu — Contribuții la studiul și realizarea circuitelor hibride pe bază de tantal (14.IV.78)

A. Manolescu — Structuri rezistive distribuite pelicular cu aplicații în microelectronică (14.IV.78)

I. Dogaru — Studiul cîmpului electromagnetic în canalul generatorului magneto-hidrodinamic (20.IV.78)

A. Vasilescu — Reglajul automat de nivel în sistemele de curenți purtători de mare capacitate (19.V.78)

Gh. Băran — Contribuții la studiul cavității și al eroziunii cavitaționale (8.VI.78)

S. Ciochină — Efectul perturbațiilor și al interferenței intersimbol în transmisia directă (16.VI. .78)

Abdul Hameed — Supratensiuni de comutație și coordonarea izolației în rețelele electrice de înaltă tensiune (22.VI.78)

C. Moțoiu — Contribuții la optimizarea părții reci a ciclului termic cu abur din centralele termoelectrice din R.S. România (6 VII.78)

Fl. Ionescu — Soluții pentru protecția împotriva supratensiunilor în instalațiile cu SF_6(10-VII.78)

Brîndușa Pantelimon — Contribuții la studiul proceselor electromagnetice din contoarele de inducție cu mare capacitate de măsurare (10.VII.78)

Phan Duy Hong — Contribuții privind ciclul mixt abur-gaze ca soluție de îmbunătățire a randamentului centralelor termoelectrice (20.VII.78)

R. Dumitrescu — Amplificator programabil utilizat în măsurătorile de flux neutronic din centralele electronucleare (21.VII.78)

P. Rotileanu — Considerații asupra calculului cîmpului electric pentru configurații speciale cu aplicații în tehnica tensiunilor înalte (28.VII.78)

M. Slănină — Particularități ale descărcării Corona în electrofiltre (28.VII.78)

Al. C. Ionescu — Influența dispersiei timpilor deacțiune a polilor intrerupătoarelor de înaltă tensiune tip(10) asupra stabilirii criteriilor de dimensiune a izolației instalațiilor de înaltă și foate înaltă tensiune (14.IX.78)

N. I Cristea. — Contribuții la studiul ecranării electromagnetice a mediilor feromagnetice (3.IX 78)

L. Lup — Criteriile de dezvoltare optimă a sistemului electromagnetic. Determinarea nivelului optim al puterii instalate a rezervoarelor de putere și a puterii unitare a agregatelor din sistemul centralelor electrice (3.XI.78)

I.Deaconescu — Contribuții privind mașina electrică cu cîmp magnetic axial și armături feromagnetice (3.XI.78)

I. Chiriță — Contribuții la sinteza circuitelor electrice cu elemente neliniare feromagnetice (3.XI.78)

I. Jelev — Metode numerice și analitice pentru studiul hidromecanic al turbomașinilor axiale (10.XI)

Gh. Bălan — Influența tratării neutrului asupra siguranței în funcționare a rețelelor de medie tensiune (8.XII. 78)

Tay Mohammed Baloch — Contribuții la îmbunătățirea performanțelor protecțiilor prin relee (5 XII 78)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et aplikuées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ ЗДЕКТРОТЕХНИКИ

Выходит четыре раза в год. являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulle in de Mathématiques et de Physique pure et appliquées", Buletinul Politehnicei din Bucureşti", и „Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti.

Составленныи на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятелность преподавательского состава Брхаресткого политехнического института, В пределахво зможностеи будут публиковаться и научно исследоваульские работы специалистов извне.

Перепнска, обмеи периодическнми изданиями и подиска приозводятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ELECTROTEHNICS SERIES

The Bulletin is issued quartely, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE ELECTROTECHNIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", „Bulletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseingnant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants est :

Adresă :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

40.480

I. P. Informaţia c. 732

1979 MAR 16

Lei 20